# आओ गणित सीखें

**पुस्तक पांच**

**कक्षा 5 के लिए पाठ्यपुस्तक**

वी.पी. गुप्त
के. रामचन्द्रन
अनुवादक : बी.पी. गुप्त

**राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्**
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

मई 1992
ज्येष्ठ 1914

P.D. 5T PM



**प्रकाशन सहयोग**

सी.एन. राव, अध्यक्ष, प्रकाशन विभाग

प्रभाकर द्विवेदी : मुख्य सम्पादक
पूरन मल : सम्पादक

यू. प्रभाकर राव : मुख्य उत्पादन अधिकारी
सुरेन्द्रकान्त शर्मा : उत्पादन अधिकारी
चन्द्र प्रकाश टंडन : कला अधिकारी
टी.टी. श्रीनिवासन : सहायक उत्पादन अधिकारी
कर्ण कुमार चड्ढा : कलाकार

**मूल्य : रु. 15.00**

प्रकाशन विभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविन्द मार्ग, नई दिल्ली 110016 द्वारा प्रकाशित तथा फिल्म टाइप सर्विसिज़ (फोटो काम्प), ए-25, मिडिल सर्कल, कनाट सरकस, नई दिल्ली-110001 से लेज़र टाइप सेट होकर न्यू एज प्रिंटिंग प्रेस, रानी झांसी रोड, नई दिल्ली 110055 में मुद्रित।

# प्राक्कथन

आज के प्रौद्योगिकीय समाज में गणित के व्यापक अनुप्रयोग के कारण व्यक्ति के जीवन में गणित का अध्ययन अनिवार्य हो गया है। इस प्रौद्योगिकीय समाज में, दिन-प्रति-दिन, ऐसे कौशलों की आवश्यकता पड़ती है जैसे आकलन, समस्या-समाधान, आंकड़ों की व्याख्या, मापन, भविष्य-कथन और गणित का यथार्थ जीवन में अनुप्रयोग। राष्ट्रीय शिक्षा नीति 1986 (रा.शि.नी.) में गणित की कल्पना उस साधन के रूप में उचित ही की गई है जो बालक को चिन्तन करने, तर्क करने, विश्लेषण करने और अपनी बात को तर्कसंगत रूप में अभिव्यक्त करने के लिए प्रशिक्षित करता है। आज, गणित के अतिरिक्त अन्य अनेक विषयों में भी परिमाणात्मक विवेचन, मापन, विश्लेषण और तर्कण का अधिकाधिक प्रयोग हो रहा है। अतः बालक की दिन-प्रति-दिन की समस्याओं और अन्य विषय क्षेत्रों में उसके अधिगम अनुभवों के परिपेक्ष्य में गणित की प्रासंगिकता पर जितना भी बल दिया जाए कम है।

प्राथमिक स्तर पर, गणित शिक्षा से यह अपेक्षा की जाती है कि वह उन वस्तुओं और क्रिया-कलापों के संख्यात्मक तथा स्थानिक पक्षों के विषय में गणितीय चिन्तन के आधार का निर्माण करेगी जिनका इस स्तर के बालकों से संबंध आवश्यक है। प्राथमिक स्तर पर गणित संबंधी अधिगम अनुभवों से बालकों को इस योग्य बनना चाहिए कि वे संख्याओं, मुद्रा, समय, लम्बाई, द्रव्यमान तथा आयतन के मापों, आदि से संबंधित आधारभूत गणितीय शब्दावली, प्रतीकात्मकता तथा अभिकलनी कौशलों पर पूर्ण अधिकार प्राप्त कर सकें और उनका अपने पर्यावरण की दैनिक समस्याओं में अनुप्रयोग कर सकें।

प्रस्तुत पुस्तक, ''आओ गणित सीखें—पुस्तक पांच'', शिक्षण सामग्री के उस पैकेज (संवेष्टन) का एक अंग है जो गणित के लिए तैयार किया जा रहा है। इसका आधार नई शिक्षा नीति की दृष्टि से तैयार किया गया नया पाठ्यक्रम है। बालक में चिंतन और अधिगम कौशलों के विकास में गणित की भूमिका को दृष्टि में रखते हुए, प्रस्तुत पुस्तक में ऐसी विधि को अपनाया गया है जिसमें गणितीय संकल्पनाओं की खोज तथा बोध पर बल दिया जाता है। मुख्य रूप से ध्यान बालक को इस बात के लिए प्रोत्साहित करने पर दिया गया है कि वह प्रत्ययों की छानबीन और खोज स्वयं करे, रोचक पैटर्नों और संबंधों की तलाश में रहे तथा अपने स्वयं सामान्य परिणाम निकाले।

पुस्तक में अधिकांश एककों का आरंभ खण्ड 'आइए दोहराएं' से होता है जिससे बालक को कक्षा IV में सीखी गई संबंधित संकल्पनाओं की पुनरावृत्ति में सहायता प्राप्त हो सके। प्रत्येक खण्ड में 'अभ्यास प्रश्न' दिए गए हैं जिनसे खण्ड में सीखी गई संकल्पना(ओं) के पूर्ण बोध के लिए बालक को पर्याप्त अभ्यास का अवसर प्राप्त हो सके। प्रत्येक एकक के अन्त में, शिक्षक द्वारा प्रयोग के लिए एक 'पुनरावलोकन प्रश्नावली' दी गई है जिससे वह प्रतिपुष्टि प्राप्त कर सके और उसके आधार पर वांछित अधिगम स्तर पर पहुंचने में बालक की सहायता करने के लिए उपयुक्त उपचारी उपायों की आयोजना कर सके।

पुस्तक की पाठ्यचर्या और प्रारूप को अन्तिम रूप गणित की परामर्श समिति, जिसका गठन

परिषद् ने किया था और जिसके अध्यक्ष दिल्ली विश्वविद्यालय के प्रोफेसर बी.एस. यादव थे, की एक बैठक में प्रदान किया गया।

पुस्तक का प्रारूप विद्यालय-पूर्व और प्रारंभिक शिक्षा विभाग, रा.शै.अ.प्र.प., के डा. वी.पी. गुप्त तथा श्री के. रामचन्द्रन द्वारा तैयार किया गया। अक्टूबर 1988 में आयोजित एक कार्यशाला में प्रारूप पर विचार-विमर्श किया गया। कार्यशाला में वृत्तिशील शिक्षकों, विषय विशेषज्ञों और प्रशिक्षण महाविद्यालयों के शिक्षक-प्रशिक्षकों ने भाग लिया। कार्यशाला में भाग लेने वालों के सुझावों और प्रतिक्रियाओं के आधार पर पाण्डुलिपि का परिमार्जन किया गया जिसके परिणाम स्वरूप पुस्तक को वर्तमान रूप प्राप्त हुआ।

परामर्श समिति के अध्यक्ष प्रोफेसर बी.एस. यादव और परामर्श समिति के सदस्य प्रोफेसर ए. सुकुमारन नायर, डा. एस.एस. राजगोपालन, श्री पी.के. श्रीनिवासन, सुश्री नीलू जे तथा प्रोफेसर के. वी. राव के प्रति मैं विशेष आभारी हूँ।

विद्यालय पूर्व एवं प्रारंभिक शिक्षा विभाग के अध्यक्ष (अवकाश प्राप्त) प्रोफेसर पी.एन. दवे, डा. वी.पी. गुप्त तथा के. रामचन्द्रन, जिनके कठिन परिश्रम के परिणाम स्वरूप यह पुस्तक अस्तित्व में आई, मेरी सराहना एवं धन्यवाद के पात्र हैं।

श्रीमती आर.मुरलीधरन,अध्यक्ष, विद्यालयपूर्व एवंप्रारंभिकशिक्षा विभाग तथा उनके विभागीय सहयोगी श्री रामेश्वर दयाल का इस हिन्दी संस्करण के प्रकाशन में सक्रिय सहयोग प्रशंसनीय है।

पुस्तक के सुधार में उनके महत्वपूर्ण योगदान के लिए मैं कार्यशाला के सभी सहभागियों के प्रति साभार धन्यवाद प्रकट करता हूँ।

पाठ्य सामग्री का हिन्दी में अनुवाद करने के लिए मैं डा. बी.पी. गुप्त का आभारी हूँ।

पुस्तक के अगले संस्करण में सुधार हेतु पुस्तक के व्यवहारकर्ताओं के सुझावों का स्वागत होगा।

**डॉ. के. गोपालन**<br>
निदेशक<br>
राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्

# कृतज्ञताज्ञापन

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् निम्नलिखित व्यक्तियों के प्रति अभारी है जिन्होंने 11 से 17 अक्टूबर 1988 तक नई दिल्ली में विशेष प्रयोजन के लिए आयोजित कार्यशाला में इस पुस्तक की पाण्डुलिपि का पुनरीक्षण किया और इसके सुधार के लिए महत्वपूर्ण सुझाव प्रदान किए।

1. डा. एन. बी. बद्रीनारायण, क्षेत्रीय शिक्षा महाविद्यालय, मैसूर (कर्नाटक)

2. श्री प्रभाकर मिश्र, राज्य विज्ञान शिक्षा संस्थान, इलाहाबाद (उत्तर प्रदेश)

3. श्री शंकर मिश्र, ब.प्रा. विद्यालय, क्षेत्रीय शिक्षा महाविद्यालय, भुवनेश्वर (ओड़ीसा)

4. डा. के रामनाथन एस.डी.एच. जैन विद्यालय, मदुरई (तमिलनाडू)

5. श्री के.ए.एन. राव, केन्द्रीय विद्यालय, फोर्ट विलियम, कलकत्ता (पश्चिमी बंगाल)

6. सुश्री पी.ए. शाह, गुजरात राज्य विद्यालय पाठ्यपुस्तक बोर्ड, गांधी नगर (गुजरात)

7. श्री टी. श्रीधरन, राजकीय शिक्षक प्रशिक्षण संस्थान, बाडागारा (केरल)

8. श्री एम.के. सुब्रमनियम, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, मद्रास (तमिलनाडू)

9. श्री के. सुब्रमनियम, विद्यालय शिक्षा निदेशालय, (अवकाश प्राप्त), मद्रास (तमिलनाडू)

10. श्री. एन.एस. उत्पत, महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक उत्पादन और पाठ्यक्रम अनुसंधान ब्यूरो, पुणे (महाराष्ट्र)

11. सुश्री सरोज नेब, न.दि.न.पा. नवयुग जूनियर विद्यालय, लोदी रोड, नई दिल्ली

# गांधी जी का जन्तर

तुम्हें एक जन्तर देता हूं। जब भी तुम्हें सन्देह हो या तुम्हारा अहम् तुम पर हावी होने लगे, तो यह कसौटी आजमाओ :

जो सबसे गरीब और कमजोर आदमी तुमने देखा हो, उसकी शकल याद करो और अपने दिल से पूछो कि जो कदम उठाने का तुम विचार कर रहे हो, वह उस आदमी के लिए कितना उपयोगी होगा। क्या उससे उसे कुछ लाभ पहुंचेगा? क्या उससे वह अपने ही जीवन और भाग्य पर कुछ काबू रख सकेगा? यानि क्या उससे उन करोड़ों लोगों को स्वराज्य मिल सकेगा जिनके पेट भूखे हैं और आतमा अतृप्त है?

तब तुम देखोगे कि तुम्हारा सन्देह मिट रहा है और अहम् समाप्त होता जा रहा है।

# विषय-वस्तु

पृष्ठ संख्या

# संक्रियाएं (बड़ी संख्याओं के साथ)

1. निम्न में से प्रत्येक के लिए संख्या नाम लिखिए:

(क) 8 47 231 (ख) 7 01 009 (ग) 4 00 897
(घ) 76 35 652 (ङ) 88 10 709 (च) 99 00 707
(छ) 50 02 003 (ज) 37 18 610 (झ) 48 07 000

2. निम्न में से प्रत्येक में रंग वाले अंक का भारतीय स्थानीय मान सारणी के अनुसार खण्ड और स्थान बताइए:

(क) 7 46 589 (ख) 5 04 308 (ग) 8 00 973 (घ) 2 00 001
(ङ) 34 83 625 (च) 94 20 140 (छ) 80 04 008 (ज) 40 23 231

3. निम्न में से प्रत्येक के लिए संख्यांक लिखिए:

(क) पांच लाख, चौंसठ हजार, दो सौ सत्ताईस।
(ख) चौदह लाख, दो हजार, तिरेसठ।
(ग) अट्ठासी लाख, पांच सौ नौ।
(घ) निन्यानवे लाख, दस हजार, एक सौ चौदह।
(ङ) सत्तर लाख, आठ।

4. प्रत्येक संख्यांक में रंग वाले अंक का स्थानीय मान, भारतीय स्थानीय मान सारणी के अनुसार लिखिए:

(क) 9 47 526 (ख) 5 04 609 (ग) 8 94 765 (घ) 2 01 108
(ङ) 75 30 040 (च) 99 86 431 (छ) 78 65 130 (ज) 80 29 000

5. अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी के पहले तीन खण्डों के नाम बताइए:

6. अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी के पहले सात स्थानों के नाम बताइए:

7. निम्न में से प्रत्येक संख्यांक को अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी के अनुसार लिखिए:

(क) 5 45 302 (ख) 9 99 999 (ग) 6 03 015 (घ) 8 10 610

8. योगफल ज्ञात कीजिए:

(क) 8 572 + 9 337 + 752 + 84
(ख) 56 731 + 29 + 3 541 + 684
(ग) 259 + 31 615 + 1 418 + 99
(घ) 85 + 1 706 + 6 789 + 19 545

9. निम्न में से प्रत्येक * के स्थान पर सही अंक लिखिए:

(क)
$$\begin{array}{r} 8\,3\,*\,9 \\ +\ 1\,4\,4\,* \\ +\ *\,4\,2\,7 \\ \hline 1\,9\,*\,6\,2 \\ \hline \end{array}$$

(ख)
$$\begin{array}{r} 3\,4\,*\,3 \\ +\ *\,5\,6\,8\,4 \\ +\ 7\,7\,*\,0\,8 \\ +\ *\,2\,6\,* \\ \hline 1\,6\,9\,1\,5\,0 \\ \hline \end{array}$$

(ग)
$$\begin{array}{r} *\,1\,5\,6 \\ +\ *\,7\,8\,9\,5 \\ +\ 6\,3\,*\,2\,4 \\ +\ 1\,5\,7\,6\,*\,8 \\ \hline 3\,2\,4\,0\,2\,* \\ \hline \end{array}$$

10. अन्तर ज्ञात कीजिए:

(क)
$$\begin{array}{r} 8\,9\,5\,4\,7 \\ -\ 1\,9\,6\,7\,2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(ख)
$$\begin{array}{r} 1\,8\,6\,3\,4 \\ -\ 9\,6\,7\,5 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(ग)
$$\begin{array}{r} 9\,2\,0\,0\,0 \\ -\ 9\,7\,8\,6 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

11. निम्न में से प्रत्येक * के स्थान पर सही अंक लिखिए:

(क)
$$\begin{array}{r} 4\,7\,3\,4\,2 \\ -\ *\,9\,*\,8 \\ \hline 4\,4\,4\,1\,* \\ \hline \end{array}$$

(ख)
$$\begin{array}{r} 7\,*\,4\,5\,6 \\ -\ *\,7\,*\,8\,* \\ \hline 3\,6\,1\,*\,7 \\ \hline \end{array}$$

(ग)
$$\begin{array}{r} *\,4\,*\,4\,* \\ -\ 1\,*\,3\,*\,9 \\ \hline 4\,9\,3\,7\,3 \\ \hline \end{array}$$

12. गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(क) 752 × 48 (ख) 19 × 3 000 (ग) 905 × 65
(घ) 324 × 202 (ङ) 207 × 309 (च) 348 × 537

13. निम्न में प्रत्येक का भागफल और शेष ज्ञात कीजिए:

(क) 365 ÷ 100 (ख) 5 895 ÷ 1 000 (ग) 1 545 ÷ 18
(घ) 6 465 ÷ 40 (ङ) 3 014 ÷ 9 (च) 6 512 ÷ 24

14. 1986 में हिमाचल प्रदेश में कक्षा I-V में 3 48 985 लड़के और 2 94 509 लड़कियां थीं। राज्य में उन कक्षाओं में उस वर्ष बच्चों की कुल कितनी संख्या थी?

15. बिहार में 1970 में 46 823 प्राथमिक विद्यालय थे। 1986 में राज्य में प्राथमिक विद्यालयों की संख्या 51 377 थी। बिहार में 1986 में 1970 की अपेक्षा कितने अधिक प्राथमिक विद्यालय थे?

16. एक फैक्टरी में एक दिन में 148 साइकिलें तैयार होती हैं। 1988 में 75 दिन की छुट्टियां थीं और बाकी पूरे दिनों काम हुआ। उस वर्ष में कुल कितनी साइकिलें तैयार हुईं?

17. एक ट्रक में 72 सीमेंट के बोरे लादे जा सकते हैं। 3 456 सीमेंट के बोरे कितने ट्रकों में लादे जा सकते हैं?

## I एक करोड़ से बड़ी संख्याएं

हमारी संख्यांक प्रणाली में पहले नौ स्थानों की स्थानीय मान सारणी नीचे दी गई है।

| करोड़ | | लाख | | हजार | | इकाइयां | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| दस करोड़ 10 00 00 000 | एक करोड़ 1 00 00 000 | दस लाख 10 00 000 | एक लाख 1 00 000 | दस हजार 10 000 | एक हजार 1 000 | सैकड़े 100 | दहाइयां 10 | इकाई 1 |
| 8 | 6 | 5 | 7 | 9 | 2 | 4 | 3 | 1 |

सब से छोटे खण्ड से लेकर सब से बड़े खण्ड तक के नाम बताइए।

इकाई का खण्ड, हजार का खण्ड, लाख का खण्ड, करोड़ का खण्ड

'इकाई' के खण्ड में स्थानों के नाम बताइए।

इकाइयों का स्थान, दहाइयों का स्थान, सैकड़ों का स्थान

'हजार' के खण्ड में स्थानों के नाम बताइए।

एक हजार का स्थान, दस हजार का स्थान

'लाख' के खण्ड में स्थानों के नाम बताइए।

एक लाख का स्थान, दस लाख का स्थान

'करोड़' के खण्ड में स्थानों के नाम बताइए।

एक करोड़ का स्थान, दस करोड़ का स्थान

करोड़ के खण्ड में कौन से अंक हैं? 8, 6

लाख के खण्ड में कौन से अंक हैं? 5, 7

हजार के खण्ड में कौन से अंक हैं? 9, 2

इकाई के खण्ड में कौन से अंक हैं? 4, 3, 1

86 57 92 431 को हम ''छियासी करोड़, सत्तावन लाख, बानवे हजार, चार सौ इकतीस'' पढ़ते हैं।

किसी संख्यांक को कैसे पढ़ा जाता है?

संख्यांक को पढ़ते समय, एक ही खण्ड के सभी अंकों को एक साथ पढ़ा जाता है और उनके साथ उस खण्ड (इकाई को छोड़कर) का नाम पढ़ा जाता है।

अतः, हम:

| | |
|---|---|
| 9 47 85 126 को | 'नौ करोड़, सैंतालीस लाख, पच्चासी हजार, एक सौ छब्बीस'; |
| 6 10 30 479 को | 'छः करोड़, दस लाख, तीस हजार, चार सौ उन्यासी'; |
| 98 74 15 632 को | 'अट्ठानवे करोड़, चौहत्तर लाख, पन्द्रह हजार, छः सौ बत्तीस'· |
| 70 59 00 834 को | 'सत्तर करोड़, उनसठ लाख, आठ सौ चौंतीस' |

पढ़ते हैं।

[illegible]

पहले नौ स्थानों की भारतीय स्थानीय मान सारणी बनाइए। सारणी में संख्यांक 8 45 32 957, 4 00 15 614, 701 04 306, 35 40 00 001, 64 01 30 070, 99 99 99 999 और 88 08 088 के अंकों को लिखिए। इन संख्यांकों के संख्यानाम भी लिखिए।

[illegible]

1. निम्न में से प्रत्येक संख्यांक का संख्यानाम लिखिए:

| | | |
|---|---|---|
| (क) 5 45 37 619 | (ख) 7 00 00 010 | (ग) 60 00 17 009 |
| (घ) 64 93 88 767 | (ङ) 95 00 11 035 | (च) 80 01 00 010 |
| (छ) 91 30 10 400 | (ज) 70 04 03 009 | (झ) 90 00 00 009 |

2. निम्न में से प्रत्येक वाक्य में दिए गए संख्यांक को पढ़िए:
   (क) 1981 में भारत की जनसंख्या 68 51 84 692 थी।
   (ख) 1981 में महाराष्ट्र की जनसंख्या 6 27 84 171 थी।
   (ग) 1986 में भारत में कक्षा 1 से 5 तक नामांकित बच्चों की कुल संख्या 8 66 83 289 थी।

3. निम्न में से प्रत्येक वाक्य में दिए गए संख्यानाम का संख्यांक लिखिए:
   (क) 1981 में उत्तर प्रदेश की जनसंख्या ग्यारह करोड़, आठ लाख, बासठ हजार, तेरह थी।
   (ख) 1986 में भारत में कक्षा 6 से 8 तक नामांकित बच्चों की कुल संख्या दो करोड़, बहत्तर लाख, छः सौ छप्पन थी।

संख्या 68 51 84 692 में अंक 5, लाख के खण्ड में और दस लाख के स्थान पर है। निम्न संख्याओं में प्रत्येक के सामने प्रदर्शित अंक किस खण्ड और किस स्थान पर है:

6 27 84 171 में 6? करोड़ का खण्ड, एक करोड़ का स्थान
68 51 84 692 में 1? लाख का खण्ड, एक लाख का स्थान
8 99 93 046 में 3? हजार का खण्ड, एक हजार का स्थान
6 27 84 171 में 8? हजार का खण्ड, दस हजार का स्थान
90 48 53 106 में 9? करोड़ का खण्ड, दस करोड़ का स्थान
75 40 38 261 में 5? करोड़ का खण्ड, एक करोड़ का स्थान
8 99 93 046 में 4? इकाई का खण्ड, दहाई का स्थान
60 91 32 458 में 9? लाख का खण्ड, दस लाख का स्थान
9 48 05 726 में 7? इकाई का खण्ड, सैकड़े का स्थान
68 41 33 792 में 2? इकाई का खण्ड, इकाई का स्थान

स्थानीय मान सारणी से हमें दो निकटवर्ती स्थानों के संबंध के विषय में क्या ज्ञात होता है?

हमें यह ज्ञात होता है कि स्थानीय मान सारणी में किसी स्थान का मान उसके ठीक दाईं ओर के स्थान का 10 गुना होता है। अतः हमें ज्ञात होता है कि,

| | | |
|---|---|---|
| 10 इकाइयां | = | 1 दहाई |
| 10 दहाइयां | = | 1 सैकड़ा |
| 10 सैकड़े | = | 1 हजार |
| 10 हजार | = | 1 दस हजार |
| 10 दस हजार | = | 1 लाख |
| 10 लाख | = | 1 दस लाख |
| 10 दस लाख | = | 1 करोड़ |
| 10 करोड़ | = | 1 दस करोड़ |

हमें यह भी ज्ञात होता है कि,

| | | |
|---|---|---|
| 100 हजार | = | 1 लाख |
| 100 लाख | = | 1 करोड़ |

9 47 85 126 में अंक 9 का स्थानीय मान नौ करोड़ या 9 × 1 00 00 000 या 9 00 00 000 है। निम्न में अंकों का स्थानीय मान क्या है:

85 36 72 491 में 8 का? 8 दस करोड़ या 80 00 00 000
32 45 91 760 में 4 का? 4 दस लाख या 40 00 000
24 33 77 666 में 2 का? 2 दस करोड़ या 20 00 00 000
40 00 31 205 में 1 का? 1 हजार या 1 000
95 43 00 006 में 3 का? 3 लाख या 3 00 000
60 00 74 018 में 7 का? 7 दस हजार या 70 000

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक संख्यांक में रंग वाला अंक किस खण्ड में और किस स्थान पर है?

(क) 92 8 642 (ख) 6 22 444 (ग) 4 70 55 189
(घ) 2 65 46 385 (ङ) 94 73 62 831 (च) 1 40 00 201
(छ) 7 01 43 600 (ज) 20 35 53 047 (झ) 8 35 42 697

2. निम्न में से प्रत्येक संख्यांक में रंग वाले अंक का स्थानीय मान बताइए:

(क) 2 74 65 418 (ख) 6 43 32 981 (ग) 3 01 40 872
(घ) 99 99 99 999 (ङ) 8 88 [illegible]7 666 (च) 40 30 20 120
(छ) 1 35 46 789 (ज) 8 05 40 31[illegible] (झ) 9 62 00 001

---

आपने यह सीख लिया है कि 8 या 9 अंकों वाले संख्यांकों को कैसे पढ़ा जाता है। अब आपको 99 99 99 999 तक के संख्यांकों के संख्यानाम लिखने के योग्य होना चाहिए।

अब हम किन्हीं दिए हुए संख्यानामों के अनुरूप संख्यांक लिखना सीखें।

उदाहरण के लिए हम "चौहत्तर करोड़, पांच लाख, छब्बीस हजार, पैंसठ" पर विचार करें।

यह संख्या 74 करोड़, 5 लाख, 26 हजार, 6 दहाइयां और 5 इकाइयों को दर्शाती है। इन को हम स्थानीय मान सारणी में निम्न भांति दर्शा सकते हैं:

स्थानीय मान सारणी

| करोड़ | | लाख | | हजार | | इकाई | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| दस करोड़ 10 00 00 000 | एक करोड़ 1 00 00 000 | दस लाख 10 00 000 | एक लाख 1 00 000 | दस हजार 10 000 | एक हजार 1 000 | सैंकड़ा 100 | दहाई 10 | इकाई 1 |
| 7 | 4 | 0 | 5 | 2 | 6 | 0 | 6 | 5 |

खाली स्थानों में हम 0 लिखते हैं।

अतः, 'चौहत्तर करोड़, पांच लाख, छब्बीस हजार, पैंसठ' का संख्यांक 74 05 26 065 है।

इसी प्रकार, हम निम्नलिखित संख्यानामों में प्रत्येक का संख्यांक निम्न भांति लिखते हैं:

| | |
|---|---|
| चार करोड़, तीन हजार, अट्ठाईस | 4 00 03 028 |
| निन्यानबे करोड़, चालीस लाख, एक हजार | 99 40 01 000 |
| छः करोड़, अठासी | 6 00 00 088 |
| पचपन करोड़, छः लाख, बयालीस हजार | 55 06 42 000 |
| दो करोड़, दो लाख, दो हजार, दो सौ | 2 02 02 200 |

निम्न में से प्रत्येक का संख्यांक लिखिए:

1. आठ करोड़, छियासठ लाख, चौबीस हजार, चार सौ ग्यारह
2. पचपन करोड़, एक लाख, इकतालीस
3. सोलह करोड़, पांच सौ, अस्सी
4. तीन करोड़, दस लाख, दस हजार, दस
5. चवालीस करोड़, इकहत्तर
6. पांच करोड़, पांच लाख, पांच हजार, पांच सौ पांच
7. सतहत्तर लाख, सतहत्तर हजार, सतहत्तर सौ, सतहत्तर
8. नौ करोड़, एक हजार, एक
9. सत्तर हजार, चार सौ, चार
10. एक करोड़, एक हजार, एक
11. दस करोड़, दस हजार, दस
12. पांच करोड़, बावन हजार, एक सौ नौ
13. नब्बे करोड़, निन्यानबे
14. इक्यानबे करोड़, सात हजार, चालीस
15. अस्सी लाख, आठ हजार, पांच सौ, पन्द्रह

---

भारतीय स्थानीय मान सारणी में नौ से अधिक स्थानों को दर्शाने के लिए उसको बाईं ओर बढ़ाया जा सकता है। हम यह जानते हैं कि एक करोड़ के स्थान से ठीक बाईं ओर वाला स्थान दस करोड़ का स्थान कहलाता है। दस करोड़ के स्थान से ठीक बाईं ओर वाले स्थान क्रमशः सौ करोड़ का स्थान, हजार करोड़ का स्थान, आदि होते हैं। तथापि, इस एकक में हमने अपनी संख्यांक प्रणाली के केवल पहले नौ स्थानों को लिया है।

**अब हम अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी की सहायता से 9-अंकीय संख्यांक लिखना सीखें।**

अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी

| मिलियन | | | हजार | | | इकाई | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| सौ मिलियन 1 00 000 000 | दस मिलियन 10 000 000 | एक मिलियन 1 000 000 | सौ हजार 100 000 | दस हजार 10 000 | एक हजार 1 000 | सैंकड़े 100 | दहाइयां 10 | इकाइयां 1 |
| 4 | 9 | 5 | 7 | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

**सब से छोटे खण्ड से सब से बड़े खण्ड तक के नाम बताइए।**

इकाई का खण्ड, हजार का खण्ड, मिलियन का खण्ड

**'इकाई' के खण्ड के स्थानों के नाम बताइए।**

इकाइयों का स्थान, दहाइयों का स्थान, सैकड़ों का स्थान

**'हजार' के खण्ड के स्थानों के नाम बताइए।**

एक हजार का स्थान, दस हजार का स्थान, सौ हजार का स्थान

**'मिलियन' के खण्ड के स्थानों के नाम बताइए।**

एक मिलियन का स्थान, दस मिलियन का स्थान, सौ मिलियन का स्थान

**मिलियन के खण्ड में कौन से अंक हैं?** 4, 9, 5
**हजार के खण्ड में कौन से अंक हैं?** 7, 1, 3
**इकाई के खण्ड में कौन से अंक हैं?** 8, 6, 2

**संख्यांक** 495 713 862 **को हम** 'चार सौ पिचानबे मिलियन, सात सौ तेरह हजार, आठ सौ बासठ' **पढ़ते हैं।**

**इसी प्रकार हम**

815 401 710 **को** 'आठ सौ पंद्रह मिलियन, चार सौ एक हजार, सात सौ दस'; तथा

405 008 009 **को** 'चार सौ पांच मिलियन, आठ हजार, नौ' पढ़ते हैं।

**हम जानते हैं कि 1981 में हमारे देश की जनसंख्या 68 51 84 692 थी। हम इसको अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी के अनुसार 685 184 692 लिख सकते हैं। हम इस संख्यांक को "छः सौ पिचासी मिलियन, एक सौ चौरासी हजार, छः सौ बानबे" पढ़ते हैं। यहां पर भी, संख्यांक को पढ़ते समय एक ही खण्ड के सभी अंकों को एक साथ पढ़ा जाता है और उनके साथ खण्ड (इकाई को छोड़कर) का नाम पढ़ा जाता है।**

अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी को भी, नौ से अधिक स्थान सम्मिलित करने के लिए, बाईं ओर और अधिक बढ़ाया जा सकता है। मिलियन के खण्ड के ठीक बाईं ओर वाला खण्ड बिलियन का खण्ड कहलाता है। सौ मिलियन के स्थान के बाईं ओर वाले स्थान एक बिलियन का स्थान, दस बिलियन का स्थान, सौ बिलियन का स्थान आदि कहलाते हैं।

[illegible]

अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी की सहायता से प्रत्येक संख्यांक को दुबारा लिखिए और प्रत्येक के अनुरूप संख्यानाम लिखिए।

| | | |
|---|---|---|
| 1. 74 35 89 162 | 2. 65 00 14 580 | 3. 6 04 15 709 |
| 4. 3 01 00 279 | 5. 94 10 00 035 | 6. 50 44 09 008 |
| 7. 90 00 29 109 | 8. 28 00 00 010 | 9. 9 09 09 099 |

---

आइए अब हम यह सीखें कि, अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी के अनुसार संख्यानाम दर्शाए जाने पर उनके अनुरूप संख्यांक कैसे लिखना चाहिए।

हम, उदाहरण के लिए, ''तीन सौ पांच मिलियन, पांच हजार, आठ सौ उनचास'' पर विचार करें। यह 305 मिलियन, 5 हजार, 8 सैंकडे, 4 दहाइयां और 9 इकाइयां दर्शाता है। अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी में इनको हम निम्न भांति दर्शा सकते हैं :

अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी

| मिलियन | | | हजार | | | इकाई | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| सौ मिलियन 100 000 000 | दस मिलियन 10 000 000 | एक मिलियन 1 000 000 | सौ हजार 100 000 | दस हजार 10 000 | एक हजार 1 000 | सैंकड़े 100 | दहाइयां 10 | इकाइयां 1 |
| 3 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 8 | 4 | 9 |

खाली स्थानों में हम 0 लिखते हैं।

इस प्रकार, संख्यानाम ''तीन सौ पांच मिलियन, पांच हजार, आठ सौ उनचास'' का संख्यांक 305 005 849 है।

इसी प्रकार, हम निम्नलिखित प्रत्येक संख्यानाम के लिए निम्न भांति संख्यांक लिखते है:

| | |
|---|---|
| पांच सौ मिलियन, पैंतालीस हजार | 500 045 000 |
| तिरेसठ मिलियन, तीन हजार, छः सौ सात | 63 003 607 |
| आठ सौ तिरपन मिलियन, छः सौ चौबीस हजार, नौ सौ चौहत्तर | 853 624 974 |
| नब्बे मिलियन, सत्तर हजार, सत्तरह | 90 070 017 |
| एक सौ छः मिलियन, दो सौ एक हजार, सात | 106 201 007 |

[illegible]

अन्तर्राष्ट्रीय स्थानीय मान सारणी की सहायता से प्रत्येक के लिए संख्यांक लिखिए:

1. बयासी मिलियन, दो सौ चौबीस हजार, पांच सौ उनचालीस
2. सात सौ आठ मिलियन, पांच हजार, पैंसठ
3. छियासठ मिलियन, दो सौ नब्बे
4. तीन सौ पांच मिलियन, एक सौ पांच हजार, तिरसठ
5. सात सौ पन्दरह मिलियन, नौ हजार, तेतालीस
6. पन्दरह मिलियन, निन्यानबे
7. चार सौ बानबे मिलियन, दस हजार, एक सौ
8. नब्बे मिलियन, नब्बे हजार, नब्बे

## II. जोड़ और घटाव

कक्षा 4 में आप 5 अंकीय संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीख चुके हैं। अब हम 6 अंकीय और 7 अंकीय संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीखेंगे।

6 अंकीय और 7 अंकीय संख्याओं का जोड़ ठीक उसी विधि से किया जाता है जैसा कि 5 अंकीय संख्याओं का। इसी प्रकार 6 अंकीय या 7 अंकीय संख्या में से किसी संख्या को घटाने की विधि वही होती है जो 5 अंकीय संख्या में से घटाने की।

**उदाहरण 1.**

3 29 342, 1 45 465 और 4 68 152 को जोड़िए।

हल :

```
    1 2   1
    3 2 9 3 4 2
+   1 4 5 4 6 5
+   4 6 8 1 5 2
---------------
    9 4 2 9 5 9
```

इस प्रकार, 3 29 342, 1 45 465 और 4 68 152 का योगफल 9 42 959 है।

**उदाहरण 2.** 42 86 389, 29 14 758 और 18 67 975 को जोड़िए।

हल :

```
    2 1 1 2 2 2
    4 2 8 6 3 8 9
+   2 9 1 4 7 5 8
+   1 8 6 7 9 7 5
-----------------
    9 0 6 9 1 2 2
```

इस प्रकार, 42 86 389, 29 14 758 और 18 67 975 का योगफल 90 69 122 है।

**उदाहरण 3.** 1981-82 में भारत में 1 49 490 टन कॉफी का उत्पादन हुआ। 1982-83, 1983-84 और 1984-85 में उत्पन्न कॉफी की मात्रा क्रमशः 1 29 514 टन, 1 04 325 टन और 1 96 213 टन थी। भारत में 1981-85 में कॉफी की कुल कितनी मात्रा उत्पन्न हुई ?

हल : वर्ष के अनुसार उत्पादित कॉफी की मात्रा

| | | |
|---|---|---|
| 1981-82 | : | 1 49 490 टन |
| 1982-83 | : | 1 29 514 टन |
| 1983-84 | : | 1 04 325 टन |
| 1984-85 | : | 1 96 213 टन |

1981-85 में उत्पादित कॉफी की कुल मात्रा:

1 49 490 टन + 1 29 514 टन
+ 1 04 325 टन + 1 96 213 टन

```
  1 2   1 1 1
  1 4 9 4 9 0
+ 1 2 9 5 1 4
+ 1 0 4 3 2 5
+ 1 9 6 2 1 3
-------------
  5 7 9 5 4 2
```

इस प्रकार, 1981-85 में भारत में उत्पादित कॉफी की कुल मात्रा 5 79 542 टन थी।

(नोट : 1 टन = 1 000 कि. ग्रा.)

**उदाहरण 4.** 6 39 738 में से 2 47 586 घटाइए।

**हल :**

```
  5 13   6 13
  6 3 9  7 3 8
– 2 4 7  5 8 6
--------------
  3 9 2  1 5 2
```

इस प्रकार, 6 39 738 और 2 47 586 में अन्तर 3 92 152 है।

**उदाहरण 5.** 74 03 462 में से 38 69 789 घटाइए।

**हल :**

```
   13  9 12 13 15
 6 3  10  2  3  5 12
 7 4   0  3  4  6  2
–3 8   6  9  7  8  9
--------------------
 3 5   3  3  6  7  3
```

इस प्रकार, 74 03 462 और 38 69 789 में अन्तर 35 33 673 है।

**उदाहरण 6.** 1978 में भारत के प्राइमरी स्कूलों में काम करने वाले शिक्षकों की संख्या 12 87 499 थी। 1986 में प्राइमरी स्कूलों में शिक्षकों की संख्या बढ़कर 15 30 145 हो गई। भारत में 1978 की अपेक्षा, 1986 में कितने अधिक प्राइमरी शिक्षक थे?

**हल :** 1978 में प्राइमरी शिक्षकों की संख्या : 12 87 499

1986 में प्राइमरी शिक्षकों की संख्या : 15 30 145

1978-1986 के बीच प्राइमरी शिक्षकों की संख्या में वृद्धि : 15 30 145 – 12 87 499

```
        9 10 13
  4 12 10  0  3 15
1 5  3  0  1  4  5
–1 2  8  7  4  9  9
-------------------
  2  4  2  6  4  6
```

इस प्रकार, भारत में 1978 की अपेक्षा 1986 में प्राइमरी स्कूलों में 2 42 646 शिक्षक अधिक थे।

[illegible]

1. योगफल ज्ञात कीजिए :
   - (क) 64 785 + 1 45 094 + 4 89 789
   - (ख) 72 94 501 + 10 46 275 + 9 89 578 + 7 865
   - (ग) 1 64 561 + 7 54 382 + 25 46 054 + 36 38 988
   - (घ) 17 68 471 + 12 04 987 + 27 60 035 + 39 87 689

2. 1 986 में भारत के प्राइमरी स्कूलों में 15 30 145 शिक्षक कार्य कर रहे थे। उसी वर्ष 10 11 049 शिक्षक अपर प्राइमरी स्कूलों में, 7 25 935 शिक्षक सैकण्डरी स्कूलों में और 4 25 622 शिक्षक सीनियर सैकण्डरी स्कूलों में थे। भारत में 1986 में स्कूल शिक्षकों की कुल संख्या कितनी थी?

3. अन्तर ज्ञात कीजिए :

| | | | |
|---|---|---|---|
| (क) | 62 14 756—47 15 967 | (ख) | 90 00 134—77 77 777 |
| (ग) | 7 00 000— 3 45 678 | (घ) | 20 20 201— 9 87 654 |

4. 1971 में दिल्ली की जनसंख्या 40 65 698 थी। 1981 में वह बढ़कर 62 20 406 हो गई। 1971 और 1981 के बीच जनसंख्या में कितनी वृद्धि हुई यह ज्ञात कीजिए।

## III गुणा और भाग

कक्षा 4 में, आपने उन दो संख्याओं का गुणा करना सीख लिया है जिनका गुणनफल 99 999 से अधिक नहीं होता। अब हम ऐसी दो संख्याओं का गुणा करना सीखेंगे जिनका गुणनफल 99 99 999 से अधिक नहीं होता।

**उदाहरण 7.** 41 586 को 232 से गुणा कीजिए।

**हल :** हम 41 586 को 232 से निम्न भांति गुणा करते है:

```
        4 1 5 8 6      | 4 1 5 8 6 |
        ×   2 3 2      |       × 2 |   |     4 1 5 8 6 |
      -----------      | --------- |   |         × 3 0 |   | 4 1 5 8 6     |
        8 3 1 7 2 ---> | 8 3 1 7 2 |   | ------------- |   |   × 2 0 0     |
  + 1 2 4 7 5 8 0 -------------------> | 1 2 4 7 5 8 0 |   | ------------- |
  + 8 3 1 7 2 0 0 -------------------------------------->  | 8 3 1 7 2 0 0 |
  ---------------
    9 6 4 7 9 5 2
  ---------------
```

इस प्रकार, 41 586 और 232 का गुणनफल 9647 952 है।

**उदाहरण 8.** एक साबुन के कारखाने में प्रतिदिन 6955 साबुन की टिकियों का उत्पादन होता है। यदि 1988 में 82 छुट्टियां थीं, तो उस वर्ष कारखाने में कितनी साबुन की टिकियों का उत्पादन हुआ?

**हल :**

| | |
|---|---|
| 1988 में दिनों की संख्या | : 366 |
| 1988 में छुट्टियों की संख्या | : 82 |
| कार्य दिवसों की संख्या | : 366—82 = 284 |
| एक दिन में उत्पादित साबुन की टिकियों की संख्या | : 6955 |
| 284 दिनों में उत्पादित साबुन की टिकियों की संख्या | : 6955 × 284 |

```
      6 9 5 5          6955          6955          6955
    × 2 8 4           ×   4         ×  80         × 200
  -----------         -----         ------        -------
    2 7 8 2 0         27820         556400        1391000
+   5 5 6 4 0 0
+ 1 3 9 1 0 0 0
  -------------
  1 9 7 5 2 2 0
```

इस प्रकार, कारखाने द्वारा 1988 में उत्पादित साबुन की टिकियों की कुल संख्या 19 75 220 थी।

कक्षा4 में, आप 4-अंकीय संख्या को 2-अंकीय संख्या से भाग देना सीख चुके हैं। अब हम 5-अंकीय, 6-अंकीय या 7-अंकीय संख्या को 2-अंकीय या 3-अंकीय संख्या से भाग देना सीखेंगे।

**उदाहरण 9.** 29 48 472 को 35 से भाग दीजिए।

**हल :** हम 29 48 472 को 35 से निम्न भांति भाग देते हैं।

चरण-1

```
        8
35 ) 2 9 4 8 4 7 2
   - 2 8 0
   -------
       1 4
```

विचार कीजिए :

3 ) 2 9  9 से प्रयास कीजिए

9 × 35 = 315

हम 294 में से 315 नहीं घटा सकते।

8 से प्रयास कीजिए

35 × 8 = 280

294 - 280 = 14

चरण-2

```
        8
35 ) 2 9 4 8 4 7 2
   - 2 8 0 ↓
   ---------
       1 4 8
```

चरण 3

```
        8 4
    ___________
35 / 2 9 4 8 4 7 2
   -2 8 0
   ______
      1 4 8
    - 1 4 0
    _______
          8
```

**विचार कीजिए :**

3 / 1 4   4 से प्रयास कीजिए

35 × 4 = 140

चरण 4

```
        8 4
    ___________
35 / 2 9 4 8 4 7 2
   -2 8 0
   ______
      1 4 8
    - 1 4 0
```

चरण-5

```
        8 4 2
    ___________
35 / 2 9 4 8 4 7 2
   -2 8 0
   ______
      1 4 8
    - 1 4 0
    _______
          8 4
        - 7 0
    _________
          1 4
```

विचार कीजिए :

3 / 8   2 से प्रयास कीजिए

35 × 2 = 70

84 — 70 = 14

चरण 6

```
       8 4 2
35 ) 2 9 4 8 4 7 2
    -2 8 0
    ______
       1 4 8
      -1 4 0
    ________
         8 4
        -7 0
    ________
         1 4 7
```

चरण 7

```
        8 4 2 4
    ___________
35 / 2 9 4 8 4 7 2
   -2 8 0
   ______
      1 4 8
    - 1 4 0
    _______
          8 4
        - 7 0
    _________
        1 4 7
      - 1 4 0
    _________
            7 2
```

विचार कीजिए :

3 / 1 4   4 से प्रयास कीजिए

35 × 4 = 140

147 — 140 = 7

चरण 8

```
        8 4 2 4
    ___________
35 / 2 9 4 8 4 7 2
   -2 8 0
   ______
      1 4 8
    - 1
    _______
          8 4
        - 7 0
    _________
        1 4 7
      - 1 4 0
```

```
        8 4 2 4 2
     ____________
 35 ) 2 9 4 8 4 7 2
     -2 8 0
     ------
        1 4 8
       -1 4 0
       ------
          8 4
         -7 0
     ----------
          1 4 7
         -1 4 0
         ------
              7 2
             -7 0
     --------------
                2 ← शेष
```

विचार कीजिए :

$3\overline{)7}$ 2 से प्रयास कीजिए

35 × 2 = 70

72 − 70 = 2

इस प्रकार : 29 48 472 ÷ 35 = 84 242, शेष 2

**उदाहरण 10.** 64 76 545 को 485 से भाग दीजिए।

**हल :** हम 64 76 545 को 485 से निम्न भांति भाग देते हैं।

```
               1 3 3 5 3
           ______________
 4 8 5 /   6 4 7 6 5 4 5
          -4 8 5
          --------
           1 6 2 6
          -1 4 5 5
          ----------
             1 7 1 5
            -1 4 5 5
          ------------
               2 6 0 4
              -2 4 2 5
          --------------
                 1 7 9 5
                -1 4 5 5
          --------------
                   3 4 0 ← शेष
```

**इस प्रकार**, 64 76 545 ÷ 485 = 13 353, शेष 340

**उदाहरण 11,** एक पैकिट में 144 बॉल-पॉइंट पैन आ सकते हैं। 36 98 640 बॉल-पॉइंट पैन पैक करने के लिए कितने पैकिटों की आवश्यकता है?

**हल :** बॉल-पॉइंट पैनों की कुल संख्या : 36 98 640

एक पैकिट में आ सकने वाले-बॉल पाइंट पैनों की संख्या : 144

36 98 640 बॉल-पॉइंट पैनों को पैक करने के लिए आवश्यक पैकिटों की संख्या : 36 98 640 ÷ 144

```
          2 5 6 8 5
     ______________
144 ) 3 6 9 8 6 4 0
     -2 8 8
     ------
        8 1 8
      - 7 2 0
      -------
          9 8 6
        - 8 6 4
        -------
          1 2 2 4
        - 1 1 5 2
        ---------
              7 2 0
            - 7 2 0
            -------
                  0
```

इस प्रकार 36 98 640 बॉल-पांइट पैनों को पैक करने के लिए आवश्यक पैकिटों की संख्या 25 685 है।

**आइए करें**

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(क) 12 975 × 952 (ख) 2 145 × 1 236 (ग) 96 575 × 98

(घ) 10 746 × 479 (ङ) 27 984 × 206 (च) 1 858 × 2 468

2. भागफल और शेष ज्ञात कीजिए :

(क) 7 50 642 ÷ 88 (ख) 63 84 615 ÷ 216

(ग) 9 06 048 ÷ 108 (घ) 55 06 418 ÷ 407

(ङ) 9 99 999 ÷ 999 (च) 7 77 777 ÷ 777

3. एक इंजन एक घंटे में 84 500 लिटर पानी बाहर निकालता है। इंजन प्रतिदिन 12 घंटे काम करता है। 7 दिन में वह कितने लिटर पानी बाहर निकालेगा?

4. एक औद्योगिक संस्था ने अपने शेयर धारियों से 66 22 875 रु० एकत्रित किए। यदि प्रत्येक शेयर का मूल्य 145 रु० है तो संस्था द्वारा प्रचालित शेयरों की कुल संख्या क्या है?

[illegible]

1. योगफल ज्ञात कीजिए :

   (क) 57 98 243 + 18 10 852
   (ख) 4 35 176 + 69 10 028 + 35 875
   (ग) 4 56 789 + 23 45 678
   (घ) 88 + 888 + 8 888 + 88 888 + 8 88 888
   (ङ) 1 40 286 + 10 86 325 + 6 07 584

2. निम्न में से प्रत्येक * के स्थान पर सही अंक लिखिए:

| (क) | | (ख) | |
|---|---|---|---|
| | 4 9 * 5 * 8 | | 4 2 * 6 4 3 * |
| | + 9 * 9 * 4 3 | | — 3 * 4 * 7 * 9 |
| | 1 * 1 1 6 0 1 | | * 2 3 2 * 2 1 |

3. अन्तर ज्ञात कीजिए:

   (क) 54 21 765 — 23 14 678 (ख) 49 34 721 — 6 98 765
   (ग) 80 10 101 — 43 23 456 (घ) 41 46 875 — 31 27 989
   (ङ) 35 06 050 — 6 78 137 (च) 20 00 045 — 15 32 657

4. 6 54 327 में क्या जोड़ने पर 16 00 000 प्राप्त होगा?

5. 2[illegible] 45 750 की अपेक्षा 40 00 000 कितना अधिक है?

6. गुणनफल ज्ञात कीजिए:

   (क) 27 854 × 250 (ख) 3 01 482 × 26 (ग) 4 514 × 1 025
   (घ) 36 741 × 403 (ङ) 75 421 × 185 (च) 48 09 49 × 19

7. निम्न में से प्रत्येक का भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए:

   (क) 84 94 800 ÷ 400 (ख) 6 85 432 ÷ 234 (ग) 7 85 416 ÷ 205
   (घ) 58 46 321 ÷ 789 (ङ) 92 88 646 ÷ 480 (च) 99 99 999 ÷ 999

8. मौखिक गुणा कीजिए और गुणनफल बताइए:

   (क) 685 × 10 000 (ख) 74 × 1 00 000 (ग) 1 705 × 1 000
   (घ) 85 × 1 00 000 (ङ) 168 × 1 000 (च) 199 × 10 000

9. मौखिक भाग दीजिए और भागफल तथा शेष बताइए:

| | | | |
|---|---|---|---|
| (क) | 1 75 765 ÷ 100 | (ख) | 64 74 740 ÷ 1 000 |
| (ग) | 52 30 078 ÷ 10 000 | (घ) | 54 00 050 ÷ 1 000 |
| (ङ) | 88 88 888 ÷ 1 00 000 | (च) | 96 10 275 ÷ 10 000 |

10. 1981 की जनगणना के अनुसार दिल्ली और चंडीगढ़ केन्द्र शासित प्रदेशों की जनसंख्या क्रमश: 62 20 406 और 6 04 471 थी। 1981 की जनगणना के अनुसार दिल्ली और चंडीगढ़ की सम्मिलित जनसंख्या कितनी थी?

11. वर्ष 1981-82, 1982-83 और 1983-84 में भारत में कच्ची रबड़ का उत्पादन क्रमश: 1 52 870 टन, 1 65 850 टन और 1 75 280 टन था। इन तीन वर्षों में भारत में कच्ची रबड़ का कुल कितना उत्पादन हुआ?

12. 1986 में तमिलनाडु में कक्षा 1 से 5 तक विद्यार्थियों की कुल संख्या 73 25 718 थी। इनमें से 33 67 269 लड़कियां थीं। लड़कों की संख्या कितनी थी?

13. एक संसदीय चुनाव में, विजयी उम्मीदवार को 3 43 140 मत मिले और उसके निकटतम प्रतिद्वन्द्वी को 2 57 898 मत मिले। विजयी उम्मीदवार ने अपने निकटतम प्रतिद्वन्द्वी को कितने मतों से पराजित किया?

14. एक माध्यमिक शिक्षा बोर्ड द्वारा संचालित परीक्षा में 10 80 431 परीक्षार्थियों ने भाग लिया। उनमें से 4 92 529 परीक्षार्थियों को परीक्षा में सफलता मिली। कितने परीक्षार्थी असफल हुए?

15. एक फैक्टरी में प्रतिदिन 6 575 बोल्टों का उत्पादन होता है। यदि फैक्टरी में वर्ष में 293 दिन काम होता है तो एक वर्ष में कितने बोल्टों का उत्पादन होता है?

16. एक डिब्बे में 144 सेब रखे जा सकते हैं। एक बाजार में एक दिन 3 275 डिब्बे लाए गए। बाजार में उस दिन आए सेबों की कुल संख्या कितनी थी?

17. एक इंजन एक मिनट में 950 लिटर पानी बाहर निकालता है। 13 96 500 लिटर पानी को बाहर निकालने में उसे कितना समय लगेगा?

18. एक फैक्टरी में एक वर्ष में 16 56 000 पेचों का उत्पादन होता है। 576 पेच एक डिब्बे में पैक किए जाते हैं। एक वर्ष में उत्पादित पेचों को पैक करने के लिए कितने डिब्बों की आवश्यकता पड़ेगी?

# भिन्नात्मक संख्याओं का गुणन (गुणा) और भाग

1. निम्न में से प्रत्येक को मिश्र संख्यांक के रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) $\frac{9}{4}$ (ख) $\frac{40}{9}$ (ग) $\frac{95}{8}$ (घ) $\frac{101}{7}$ (ङ) $\frac{53}{5}$

2. निम्न में से प्रत्येक को विषम भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) $8\frac{3}{4}$ (ख) $7\frac{1}{3}$ (ग) $1\frac{5}{6}$ (घ) $9\frac{4}{9}$ (ङ) $10\frac{7}{8}$

3. निम्न में से प्रत्येक का योगफल ज्ञात कीजिए और आवश्यक होने पर, उसको सरल कीजिए:

(क) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ (ख) $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$

(ग) $6\frac{1}{4}+6\frac{1}{4}+6\frac{1}{4}+6\frac{1}{4}$ (घ) $7\frac{5}{6}+7\frac{5}{6}$

4. निम्न में से प्रत्येक भिन्न को सरल कीजिए और परिणाम को पूर्ण संख्या या मिश्र संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) $\frac{8}{4}$ (ख) $\frac{10}{3}$ (ग) $\frac{25}{3}$ (घ) $\frac{44}{8}$ (ङ) $\frac{100}{12}$ (च) $\frac{90}{9}$

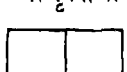
5. निम्न में से प्रत्येक को भिन्न के रूप में लिखिए:

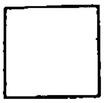
(क) $3 \div 5$ (ख) $8 \div 4$ (ग) $50 \div 10$ (घ) $14 \div 4$ (ङ) $33 \div 15$

## I भिन्नात्मक संख्या का पूर्ण संख्या से गुणा

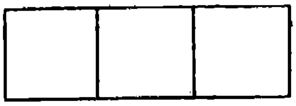
कक्षा 4 में आपने भिन्नात्मक संख्याओं का जोड़ना और घटाना सीख लिया है। अब हम भिन्नात्मक संख्याओं के गुणा और भाग के विषय में सीखेंगे।

निम्न आकृतियों का अध्ययन कीजिए:

यदि  1 को दर्शाता है, तो



$\frac{1}{2}$ को दर्शाता है, और



$\frac{1}{2} \times 3$, अर्थात, $\frac{1}{2}$ गुणा 3 को दर्शाता है।

हम जानते हैं कि $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

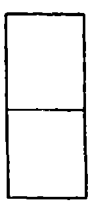
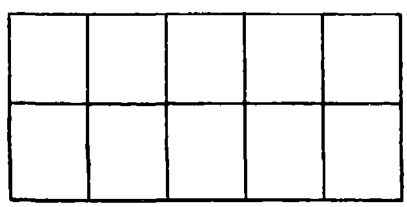
$$= \frac{1+1+1}{2}$$

$$= \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2} \text{ या } 1\frac{1}{2}$$

इस प्रकार,

$$\frac{1}{2} \times 3 = \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2} \text{ या } 1\frac{1}{2}$$

निम्न आकृतियों को ध्यानपूर्वक जांचिए:

यदि  $\frac{1}{2}$ को दर्शाता है, तो  $\frac{1}{2} \times 5$, को दर्शाता है।

हम जानते हैं कि $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \frac{1+1+1+1+1}{2}$$

$$= \frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2} \text{ या } 2\frac{1}{2}$$

इस प्रकार $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2}$ या $2\frac{1}{2}$

अब हम निम्नलिखित पर विचार करें:

(i) $\frac{2}{3}$ को 4 से गुणा कीजिए:

इस बात पर ध्यान दीजिए कि एक गुणन खण्ड भिन्नात्मक संख्या है और दूसरा पूर्ण संख्या है।

हम जानते हैं कि $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

(ii) $\frac{5}{6}$ को 3 से गुणा कीजिए।

हम (i) की भांति लिखते हैं

$$\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{5+5+5}{6}$$

$$= \frac{2+2+2+2}{3}$$

$$= \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3} \text{ या } 2\frac{2}{3}$$

इस प्रकार, $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ या $2\frac{2}{3}$

उपरोक्त से हमें ज्ञात होता है कि

$$\frac{1}{2} \times 3 = \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2} \text{ या } 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2} \text{ या } 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3} \text{ या } 2\frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5 \times 3}{6} = \frac{15}{6} \text{ या } \frac{5}{2} \text{ या } 2\frac{1}{2}$$

$$= \frac{5 \times 3}{6} = \frac{15}{6} \text{ या } \frac{5}{2} \text{ या } 2\frac{1}{2}$$

इस प्रकार, $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{15}{6}$ या $\frac{5}{2}$ या $2\frac{1}{2}$.

**उदाहरण 1.** $\frac{3}{10}$ को 4 से गुणा कीजिए:

**हल :**

$$\frac{3}{10} \times 4 = \frac{3 \times 4}{10}$$

$$= \frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{10}_{5}} \text{ या } 1\frac{1}{5}$$

इस प्रकार, $\frac{3}{10} \times 4 = \frac{6}{5}$ या $1\frac{1}{5}$.

**उदाहरण 2.** गुणनफल ज्ञात कीजिए:

$$\frac{7}{8} \times 6$$

**हल :** $\frac{7}{8} \times 6 = \frac{7 \times 6}{8}$

$$= \frac{\cancel{42}^{21}}{\cancel{8}_{4}} \text{ या } 5\frac{1}{4}$$

इस प्रकार, $\frac{7}{8}$ और 6 का गुणनफल

$\frac{21}{4}$ या $5\frac{1}{4}$ है।

**उदाहरण 3.** $\frac{4}{7}$ और 7 का गुणनफल ज्ञात कीजिए:

**हल :**

$$\frac{4}{7} \times 7 = \frac{4 \times 7}{7} = \frac{\cancel{28}^{4}}{\cancel{7}_{1}} \text{ या } 4$$

**उदाहरण 4.** $4\frac{1}{2}$ और 5 का गुणनफल ज्ञात कीजिए:

**हल :** हम $4\frac{1}{2}$ को $\frac{9}{2}$ लिख सकते हैं।

इस प्रकार $\frac{4}{7}$ और 7 का गुणनफल 4 है।

अतः, $4\frac{1}{2} \times 5 = \frac{9}{2} \times 5$

$= \frac{9 \times 5}{2}$

$= \frac{45}{2}$ या $22\frac{1}{2}$

इस प्रकार $4\frac{1}{2}$ और 5 का गुणनफल $\frac{45}{2}$ या $22\frac{1}{2}$ है।

**उदाहरण 5.** सुधा प्रतिदिन 45 मिनट टैनिस खेलती है। इसको घंटे की भिन्न में बदलिए और यह ज्ञात कीजिए कि यदि सुधा एक सप्ताह में 6 दिन टैनिस खेलती है तो वह प्रति सप्ताह टैनिस खेलने में (घंटों के हिसाब से) कितना समय लगाती है।

**हल :** सुधा द्वारा टैनिस खेलने में एक दिन में लगाया गया समय : 45 मिनट

$= \frac{45}{60}$ घंटे (3/4)

इस प्रकार उसके द्वारा टैनिस खेलने में एक सप्ताह में लगाया गया समय

$\left(\frac{3}{4} \times 6\right)$ घंटे $= \frac{3 \times 6}{4}$ घंटे $= \frac{18}{4}$ घंटे (9/2) या $4\frac{1}{2}$ घंटे

इस प्रकार सुधा टैनिस खेलने में प्रति सप्ताह $4\frac{1}{2}$ घंटे लगाती है।

**आइए करें**

1. गुणा कीजिए:

(क) $\frac{3}{4}$ को 4 से (ख) $\frac{9}{20}$ को 5 से (ग) $\frac{19}{25}$ को 50 से

(घ) $4\frac{1}{2}$ को 4 से (ङ) $17\frac{1}{3}$ को 9 से (च) $10\frac{1}{10}$ को 15 से

2. गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(क) $\frac{9}{10} \times 5$ (ख) $4\frac{1}{2} \times 9$ (ग) $17\frac{1}{5} \times$ [illegible]

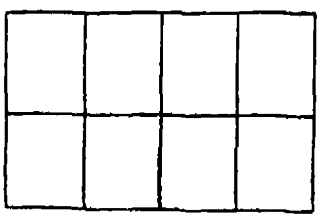
(घ) $\frac{13}{20} \times 25$ (ङ) $\frac{17}{75} \times 15$ (च) $9\frac{1}{3} \times 27$

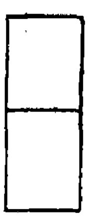
3. संगीता प्रतिदिन प्रभातकालीन व्यायाम में आधा घंटा लगाती है। ज्ञात कीजिए कि वह प्रति सप्ताह (1 सप्ताह = 7 दिन) कितना समय (घंटों के हिसाब से) प्रभातकालीन व्यायाम में लगाती है।

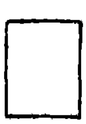
4. एक स्कूल में दिन में सात पीरियड होते हैं। प्रत्येक पीरियड की अवधि $\frac{3}{4}$ घंटे की है। 7 पीरियडों की कुल अवधि कितनी है?

## II. भिन्नात्मक संख्या का भिन्नात्मक संख्या से गुणा

निम्न आकृतियों का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए:

यदि  1 को दर्शाता है, तो

 $\frac{1}{4}$ को दर्शाता है, और

 $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{8}$ को दर्शाता है।

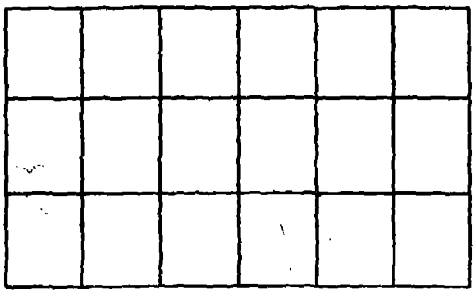
हम $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ लिखते हैं।

इस प्रकार, $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2}$

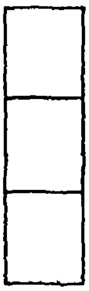
या $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$

पुन:, निम्न आकृतियों को ध्यानपूर्वक देखिए :

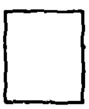
यदि



1 को दर्शाता है तो



$\frac{1}{6}$ को दर्शाता है और



$\frac{1}{6}$ का $\frac{1}{3}$, या $\frac{1}{18}$ को दर्शाता है।

हम $\frac{1}{6}$ का $\frac{1}{3}$ को $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3}$ लिखते हैं।

इस प्रकार, $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18} = \frac{1 \times 1}{6 \times 3}$

या , $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{6 \times 3} = \frac{1}{18}$

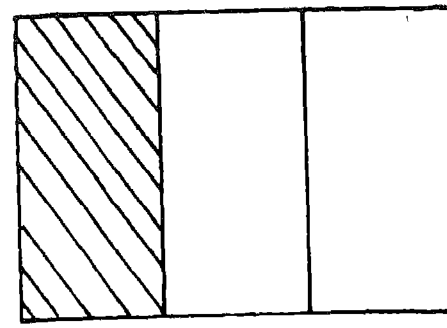
अब हम निम्न स्थिति पर विचार करें:

एक स्कूल में एक प्रदर्शन बोर्ड में कक्षा 3, 4 और 5 के विद्यार्थियों की बराबर साझेदारी है। प्रत्येक कक्षा प्रदर्शन बोर्ड के अपने हिस्से के $\frac{1}{4}$ का उपयोग खेल समाचार प्रदर्शित करने के लिए करती है। प्रदर्शन बोर्ड का कितना अंश (या भाग)

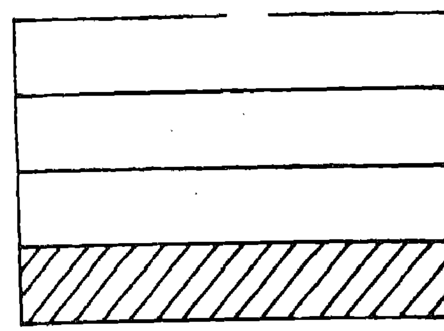
(i) कक्षा 3 के हिस्से में आता है, और

(ii) कक्षा 3 द्वारा खेल समाचार के प्रदर्शन के लिए उपयोग में लाया जाता है?

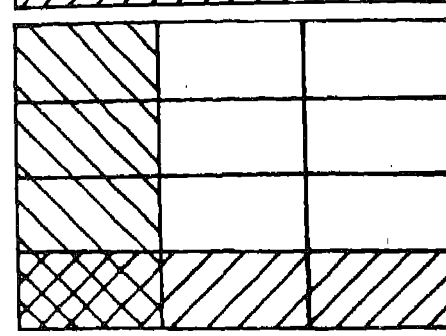
प्रदर्शन बोर्ड में कक्षा 3, 4 और 5 की साझेदारी इस प्रकार है :



प्रदर्शन बोर्ड का कितना अंश कक्षा 3 के हिस्से में आता है ? $\frac{1}{3}$



प्रदर्शन बोर्ड का कितना अंश खेल समाचार के प्रदर्शन में काम आता है ? $\frac{1}{4}$



प्रदर्शन बोर्ड का कितना अंश कक्षा 3 द्वारा खेल समाचार के प्रदर्शन के लिये उपयोग में लाया जाता है ?

$\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$ या $\frac{1}{12}$

$\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$ को हम $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ लिखते हैं

इस प्रकार, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4}$

या , $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$

इस प्रकार, कक्षा 3 द्वारा प्रदर्शन बोर्ड का $\frac{1}{12}$ भाग खेल-समाचार के प्रदर्शन के लिए उपयोग में लाया जाता है।

इस प्रकार, हमने देखा कि

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{6 \times 3} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

हम क्या देखते हैं?

हम देखते हैं कि उपरोक्त प्रत्येक अवस्था में दोनों गुणनखण्ड इकाई भिन्नें हैं।

दो इकाई भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करने के लिए, हम

(i) भिन्नों के अंशों का गुणा करते हैं, और

(ii) भिन्नों के हरों का गुणा करते हैं।

इस प्रकार, दो इकाई भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वह इकाई भिन्न होती है जिसका हर दी गई इकाई भिन्नों के हरों का गुणनफल होता है।

अब हम दो से अधिक इकाई भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा कर उनका गुणनफल ज्ञात करें।

हम भिन्नात्मक संख्याएं $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{6}$ को लें।

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{6}$$

$$= \left(\frac{1 \times 1}{2 \times 4}\right) \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{1 \times 1}{8 \times 6}\right) = \frac{1}{48} \text{ या } \frac{1}{2 \times 4 \times 6}$$

इस प्रकार, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 4 \times 6} = \frac{1}{48}$

इस प्रकार, हमें यह ज्ञात होता है कि दो या दो से अधिक इकाई भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वह इकाई भिन्न होती है जिसका हर दी गई इकाई भिन्नों के हरों का गुणनफल होता है।

**उदाहरण 6.** $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6}$ ज्ञात कीजिए:

**हल :** $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{1 \times 1}{4 \times 6} = \frac{1}{24}$

इस प्रकार, $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{24}$ है

**उदाहरण 7.** $\frac{1}{5}$ को $\frac{1}{3}$ से गुणा कीजिए:

**हल :** $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{5 \times 3}$

$= \frac{1}{15}$

इस प्रकार, $\frac{1}{5}$ को $\frac{1}{3}$ से गुणा करने पर $\frac{1}{15}$ प्राप्त होता है।

**उदाहरण 8.** गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$

**हल :** $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{8 \times 8} = \frac{1}{64}$

इस प्रकार, $\frac{1}{8}$ और $\frac{1}{8}$ का गुणनफल $\frac{1}{64}$ है।

**उदाहरण 9** गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4}$

**हल :** $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{3 \times 5 \times 4}$

$= \frac{1}{60}$

इस प्रकार, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{4}$ का गुणनफल $\frac{1}{60}$ है।

**उदाहरण 10.** एक खेत के आधे में सब्जी उगाई जाती है। इस हिस्से के $\frac{1}{5}$ में आलू उगाया जाता है। खेत का कौन सा अंश (भाग) आलू उगाने के काम में लाया जाता है?

**हल :** सब्जी उगाने के काम में आने वाला खेत का भाग : $\frac{1}{2}$

आलू उगाने के काम में आने वाला खेत का भाग : $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$

$$= \frac{1 \times 1}{2 \times 5}$$

$$= \frac{1}{10}$$

इस प्रकार, खेत का $\frac{1}{10}$ भाग आलू उगाने के काम में आता है।

[illegible]

1. **ज्ञात कीजिए:**
   (क) $\frac{1}{10}$ का $\frac{1}{4}$  (ख) $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{12}$  (ग) $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{6}$
2. **गुणनफल ज्ञात कीजिए:**
   (क) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}$  (ख) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{8}$  (ग) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{2}$  (घ) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
3. रहीम के पास $\frac{1}{2}$ कि.ग्रा. टाफियां हैं। टाफियों का $\frac{1}{5}$ भाग वह राजू को दे देता है। राजू को कितनी टाफियां दी जाती हैं?

---

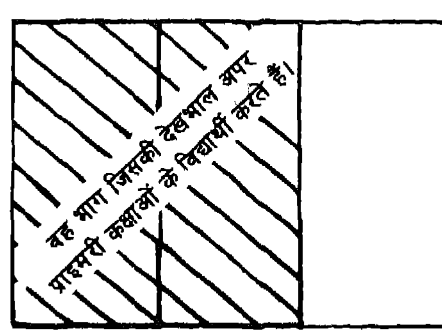
अब तक आप दो या उससे अधिक इकाई भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करना सीख चुके हैं। अब हम किन्हीं दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करना सीखेंगे।

आइए हम निम्न स्थिति पर विचार करें:

एक स्कूल के बगीचे के $\frac{2}{3}$ भाग की देखभाल अपर प्राइमरी कक्षाओं के विद्यार्थी करते हैं। उस बगीचे के $\frac{3}{4}$ का उपयोग गुलाब के पौधे उगाने के लिए होता है। अपर प्राइमरी कक्षाओं के विद्यार्थियों द्वारा स्कूल के बगीचे का कितना अंश गुलाब के पौधे उगाने के काम में लाया जाता है?

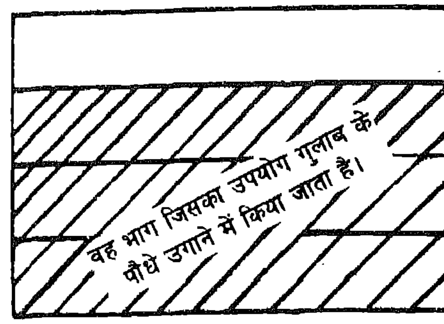
अपर प्राइमरी कक्षाओं के विद्यार्थी स्कूल के बगीचे के कितने भाग की देखभाल करते हैं?

$\frac{2}{3}$



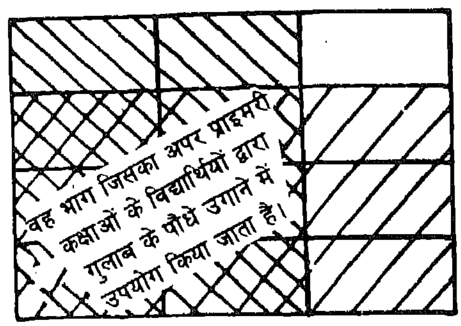
बगीचे के कितने भाग का उपयोग गुलाब के पौधे उगाने के लिए किया जाता है?

$\frac{3}{4}$




बगीचे के कितने भाग का उपयोग प्राइमरी कक्षाओं के विद्यार्थियों द्वारा गुलाब के पौधे उगाने के लिए किया जाता है?

$\frac{2}{3}$ का $\frac{3}{4}$, या $\frac{6}{12}$ या $\frac{1}{2}$




हम जानते हैं कि, $\frac{2}{3}$ का $\frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

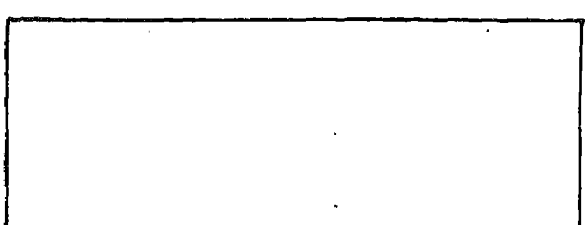
इस प्रकार, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4}$

या $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$ या $\frac{1}{2}$

इस प्रकार, स्कूल के बगीचे के $\frac{6}{12}$ या $\frac{1}{2}$ का उपयोग अपर प्राइमरी कक्षाओं के विद्यार्थियों द्वारा गुलाब के पौधे उगाने के लिए किया जाता है।

पुनः निम्न का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए:

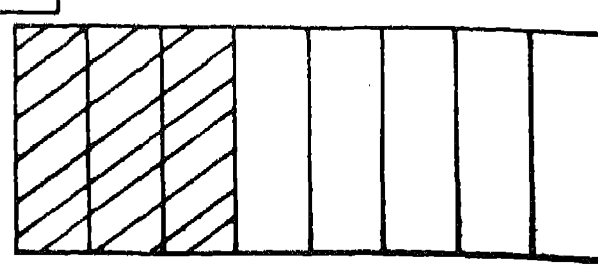
यदि



1 को दर्शाता है, तो,

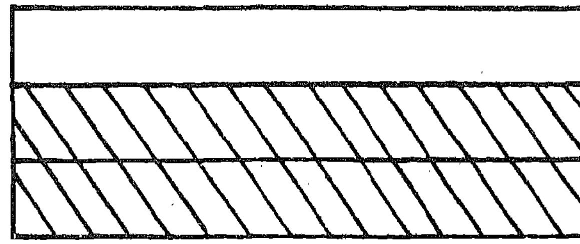
आकृति का कितना अंश छायांकित है?

$\frac{3}{8}$

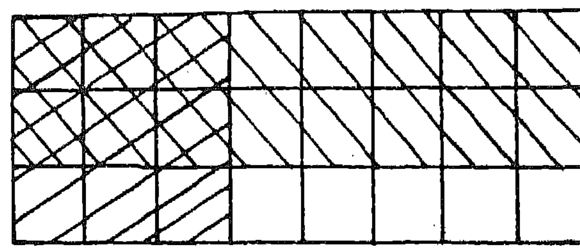


आकृति का कितना अंश छायांकित है?

$\frac{2}{3}$



आकृति का कितना अंश दोतरफा छायांकित है? $\frac{3}{8}$ का $\frac{2}{3}$, या $\frac{6}{24}$



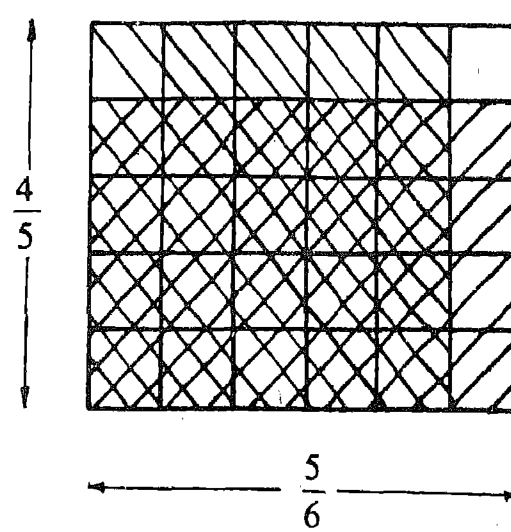
हम जानते हैं कि $\frac{3}{8}$ का $\frac{2}{3} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{3}$

इस प्रकार, $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{24} = \frac{3 \times 2}{8 \times 3}$

या, $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{8 \times 3} = \frac{6}{24}$ या $\frac{1}{4}$

निम्न आकृति को देखिए। आकृति का कितना अंश दोतरफा छायांकित है?

$\frac{5}{6}$ का $\frac{4}{5}$, या $\frac{20}{30}$ आकृति का दोतरफा छायांकित है।




हम जानते हैं कि $\frac{5}{6}$ का $\frac{4}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$

इस प्रकार, $\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{30} = \frac{5 \times 4}{6 \times 5}$

या $\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{6 \times 5} = \frac{20}{30}$ या $\frac{2}{3}$

अत: आकृति का $\frac{2}{3}$ दोतरफा छायांकित है।

हम ने यह देखा कि

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \text{ या } \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{2 \times 3}{3 \times 8} = \frac{6}{24} \text{ या } \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{6 \times 5} = \frac{20}{30} \text{ या } \frac{2}{3}$$

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें ज्ञात होता है** कि दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करने के लिए, हम

(i) दी गई भिन्नात्मक संख्याओं के अंशों का गुणा करते हैं;
(ii) दी गई भिन्नात्मक संख्याओं के हरों का गुणा करते हैं;
(iii) अंशों के गुणनफल को हरों के गुणनफल के ऊपर रखते हैं, और
(iv) संभव हो तो, सरल करते हैं।

**हमें यह भी ज्ञात होता है** कि दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वह भिन्नात्मक संख्या होती है जिसको दर्शाने वाली भिन्न का

(i) अंश दी गई भिन्नों के अंशों का गुणनफल होता है, और
(ii) हर दी गई भिन्नों के हरों का गुणनफल होता है।

**उदाहरण 11.** $\frac{5}{6}$ का $\frac{2}{3}$ ज्ञात कीजिए।

**हल :** $\frac{5}{6}$ का $\frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

$$= \frac{5 \times 2}{6 \times 3}$$

$$= \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

इस प्रकार, $\frac{5}{6}$ का $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$ है।

**उदाहरण 12.** $\frac{3}{5}$ का $\frac{7}{9}$ से गुणा कीजिए।

**हल :** $\frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{3 \times 7}{5 \times 9}$

$$= \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

इस प्रकार, $\frac{3}{5}$ को $\frac{7}{9}$ से गुणा करने पर $\frac{7}{15}$ प्राप्त होता है।

**उदाहरण 13.** $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

**हल :**

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{2 \times 3 \times 5}{3 \times 4 \times 6}$$

$$= \frac{(2 \times 3) \times 5}{(3 \times 4) \times 6}$$

$$= \frac{6 \times 5}{12 \times 6}$$

$$= \frac{\cancel{30}^{5}}{\cancel{72}_{12}}$$

इस प्रकार, $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ और $\frac{5}{6}$ का गुणनफल $\frac{5}{12}$ है।

**उदाहरण 14.** $6\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

**हल :** हम जानते हैं कि $6\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$

अत: $6\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{13}{2} \times \frac{5}{6}$

$$= \frac{13 \times 5}{2 \times 6}$$

$$= \frac{65}{12} \text{ या } 5\frac{5}{12}$$

इस प्रकार, $6\frac{1}{2}$ और $\frac{5}{6}$ का गुणनफल $5\frac{5}{12}$ है।

**उदाहरण 15.** $1\frac{2}{3}$ का $\frac{3}{8}$ ज्ञात कीजिए।

**हल :**

$$1\frac{2}{3} \text{ का } \frac{3}{8} = 1\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$$

$$= \frac{5}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{3 \times 8}$$

$$= \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{24}_{8}}$$

अत; $1\frac{2}{3}$ का $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ है।

**उदाहरण 16.** $1\frac{4}{5}$ और $9\frac{1}{2}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

**हल:** हम जानते हैं कि $1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}$ और

$$9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$$

अत: $1\frac{4}{5} \times 9\frac{1}{2} = \frac{9}{5} \times \frac{19}{2}$

$$= \frac{9 \times 19}{5 \times 2}$$

$$= \frac{171}{10} \text{ या } 17\frac{1}{10}$$

इस प्रकार, $1\frac{4}{5}$ और $9\frac{1}{2}$ का गुणनफल $\frac{171}{10}$ या $17\frac{1}{10}$ है।

**उदाहरण 17 .** रीता के पास एक केक का $\frac{5}{6}$ भाग था। उसने उसका $\frac{2}{3}$ भाग खा लिया। उसने केक का कितना भाग खाया?

**हल :** रीता ने केक का $\left(\frac{5}{6} \text{ का } \frac{2}{3}\right)$ खाया।

हम जानते हैं कि

$$\frac{5}{6} \text{ का } \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5 \times 2}{6 \times 3} = \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{18}_{9}}$$

इस प्रकार, रीता ने केक का $\frac{5}{9}$ खाया।

**आइए करें**

1. ज्ञात कीजिए

(क) $\frac{4}{5}$ का $\frac{7}{8}$ (ख) $\frac{8}{9}$ का $\frac{1}{4}$ (ग) $8\frac{1}{4}$ का $\frac{2}{3}$ (घ) $10\frac{3}{4}$ का $\frac{2}{5}$

2. गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(क) $\frac{8}{9} \times \frac{7}{8}$ (ख) $15\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ (ग) $7\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2}$

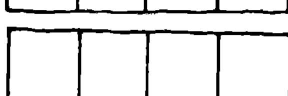
(घ) $12\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2}$ (ड़) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ (च) $\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$

3. एक स्कूल की कक्षा 1 से 8 के विद्यार्थिओं में आधी लड़कियां हैं। उनकी संख्या का $\frac{2}{5}$ कक्षा 1 से 5 में हैं। कक्षा 1 से 5 में पढ़ने वाली लड़कियां विद्यार्थिओं का कितना अंश हैं?

## III पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से गुणा करना

निम्न आकृतियों को देखिए:

यदि  8 को दर्शाता है, तो

 8 का $\frac{1}{2}$ या 4 को दर्शाता है।

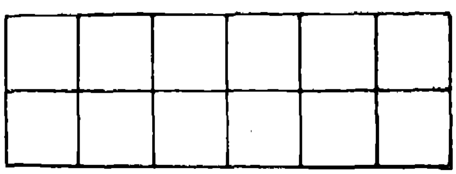
हम 8 का $\frac{1}{2}$ को $8 \times \frac{1}{2}$ लिखते हैं

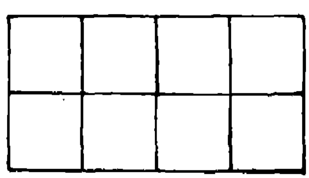
हम $8 \times \frac{1}{2}$ को $\frac{8}{1} \times \frac{1}{2}$ भी लिख सकते हैं

अतः हमें $\frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{8 \times 1}{1 \times 2} = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}$ प्राप्त होता है

इस प्रकार, 8 का $\frac{1}{2}$, 4 है।

या, हम यह कह सकते हैं कि 8 और $\frac{1}{2}$ का गुणनफल 4 है।

यदि  12 को दर्शाता है, तो

 $\frac{8}{12}$ या 12 के $\frac{2}{3}$ को दर्शाता है

हम 12 का $\frac{2}{3}$ को $12 \times \frac{2}{3}$ लिखते हैं

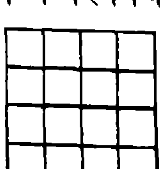
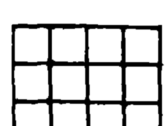
हम $12 \times \frac{2}{3}$ को $\frac{12}{1} \times \frac{2}{3}$ भी सकते हैं

अतः हमें $\frac{12}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12 \times 2}{1 \times 3} = \frac{24}{3}$ या 8 प्राप्त होता है

इस प्रकार, 12 का $\frac{2}{3}$, 8 है।

या, हम यह कह सकते हैं कि 12 और $\frac{2}{3}$ का गुणनफल 8 है।

अब हम निम्न पर विचार करें:

यदि  16 को दर्शाता है, तो  16 का $\frac{3}{4}$ दर्शाता है।

हम 16 का $\frac{3}{4}$ को $16 \times \frac{3}{4}$ लिखते हैं

$$16 \times \frac{3}{4} = \frac{16}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{16 \times 3}{1 \times 4} = \frac{\overset{12}{\cancel{48}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

अत : 16 का $\frac{3}{4}$, 12 है।

या, 16 और $\frac{3}{4}$ का गुणनफल 12 है।

**इस प्रकार हमने यह देखा कि**

$$8 \times \frac{1}{2} = \frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{8 \times 1}{1 \times 2} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \text{ या } 4$$

$$12 \times \frac{2}{3} = \frac{12}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12 \times 2}{1 \times 3} = \frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \text{ या } 8$$

$$16 \times \frac{3}{4} = \frac{16}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{16 \times 3}{1 \times 4} = \frac{\overset{12}{\cancel{48}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \text{ या } 12$$

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें ज्ञात होता है** कि पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या का गुणनफल प्राप्त करने के लिए, हम

(i) पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या में बदलते हैं;
(ii) दोनों भिन्नों के अंशों को गुणा करते हैं;
(iii) दोनों भिन्नों के हरों को गुणा करते हैं, और
(iv) संभव हो तो, भिन्नात्मक संख्याओं के गुणनफल को सरल करते हैं।

**इस प्रकार, हमें यह भी ज्ञात होता है** कि पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक संख्या का गुणनफल वह भिन्नात्मक संख्या होती है जिसको दर्शाने वाली भिन्न का

(i) अंश पूर्ण संख्या और दी गई भिन्न के अंश का गुणनफल है; और
(ii) हर, दी गई भिन्न का हर है।

**उदाहरण 18.** 20 को $\frac{2}{3}$ से गुणा कीजिए।

**हल :**

$$20 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{20 \times 2}{1 \times 3} = \frac{40}{3} \text{ या } 13\frac{1}{3}$$

इस प्रकार, 20 को $\frac{2}{3}$ से गुणा करने पर $13\frac{1}{3}$ प्राप्त होता है।

**उदाहरण 19.** गुणनफल ज्ञात कीजिए: $5 \times 4\frac{1}{2}$

**हल :**

$$5 \times 4\frac{1}{2} = 5 \times \frac{9}{2} = \frac{5}{1} \times \frac{9}{2} = \frac{5 \times 9}{1 \times 2} = \frac{45}{2} \text{ या } 22\frac{1}{2}.$$

इस प्रकार, 5 और $4\frac{1}{2}$ का गुणनफल $22\frac{1}{2}$ है।

**उदाहरण 20 :** एक गाड़ी खड़े करने के क्षेत्र में एक साथ 60 कारें खड़ी की जा सकती हैं। एक विशेष अवसर पर उस क्षेत्र का $\frac{5}{12}$ भरा हुआ है। उस समय उस क्षेत्र में कितनी कारें हैं?

**हल :**

कारों की कुल संख्या जो क्षेत्र में खड़ी की जा सकती हैं : 60

क्षेत्र का वह अंश जो भरा हुआ है : $\frac{5}{12}$

अतः विशेष अवसर पर क्षेत्र में खड़ी की गई कारों की संख्या : 60 का $\frac{5}{12}$

हम जानते हैं कि 60 का $\frac{5}{12}$, $60 \times \frac{5}{12}$ है।

$$60 \times \frac{5}{12} = \frac{60}{1} \times \frac{5}{12} = \frac{60 \times 5}{1 \times 12} = \frac{\overset{25}{\cancel{300}}}{\underset{1}{\cancel{12}}}$$

इस प्रकार, विशेष अवसर पर क्षेत्र में खडी की गई कारों की संख्या 25 है।

**उदाहरण 21 .** एक मीटर कपड़े का दाम रु० 40 है। $2\frac{1}{2}$ मी. कपड़े का दाम ज्ञात कीजिए।

**हल :** 1 मी. कपड़े का दाम : रु. 40

$2\frac{1}{2}$ मी. कपड़े का दाम : रु. $(40 \times 2\frac{1}{2})$

$$40 \times 2\frac{1}{2} = 40 \times \frac{5}{2}$$
$$= \frac{40}{1} \times \frac{5}{2}$$
$$= \frac{\overset{100}{\cancel{200}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

इस प्रकार, $2\frac{1}{2}$ मीटर कपड़े का दाम 100 रु. है।

### अभ्यास प्रश्न

1. ज्ञात कीजिए :

   (क) 48 का $\frac{5}{8}$ (ख) 3 का $\frac{1}{2}$ (ग) 180 का $\frac{9}{10}$ (घ) 60 का $\frac{8}{15}$

2. गुणनफल ज्ञात कीजिए :

   (क) $70 \times \frac{7}{10}$ (ख) $8 \times 5\frac{1}{2}$ (ग) $100 \times \frac{3}{4}$

   (घ) $50 \times 9\frac{1}{2}$ (ङ) $50 \times 2\frac{1}{4}$

3. एक किलोग्राम आमों का दाम 9 रु. है। $3\frac{1}{2}$ कि. ग्रा. आमों का दाम ज्ञात कीजिए।

---

इस खण्ड में, हमने पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से गुणा करना सीखा है। इसी प्रक्रिया द्वारा, हम भिन्नात्मक संख्या को पूर्ण संख्या से गुणा कर सकते हैं। हम निम्न उदाहरणों का अध्ययन करें:

हम $\frac{8}{15}$ को 5 से गुणा करें।

हम $\frac{8}{15} \times 5$ को $\frac{8}{15} \times \frac{5}{1}$ लिखते हैं

$$\frac{8}{15} \times \frac{5}{1} = \frac{8 \times 5}{15 \times 1}$$

$$= \frac{\overset{8}{\cancel{40}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \text{ या } 2\frac{2}{3}$$

इस प्रकार, $\frac{8}{15}$ और 5 का गुणनफल $2\frac{2}{3}$ है।

अब हम $6\frac{1}{4}$ को 8 से गुणा करें।

$$6\frac{1}{4} \times 8 = \frac{25}{4} \times 8$$

$$= \frac{25}{4} \times \frac{8}{1}$$

$$= \frac{\overset{50}{\cancel{200}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

इस प्रकार, $6\frac{1}{4}$ और 8 का गुणनफल 50 है।

**आइए, करें**

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए:

   (क) $\frac{7}{15} \times 5$ (ख) $\frac{13}{25} \times 125$ (ग) $33\frac{1}{3} \times 9$ (घ) $10\frac{1}{2} \times 14$

2. एक लोहे की छड़ की लम्बाई $12\frac{1}{4}$ मी. है। इस प्रकार की 8 छड़ों को कुल लम्बाई कितनी होगी?
3. एक बोरे में $95\frac{1}{2}$ कि. ग्रा. चीनी है। इस प्रकार के 10 बोरों में कितनी चीनी है?

## (IV) भिन्नात्मक संख्याओं के गुणा के गुणधर्म

हम निम्न को गुणा करें और गुणनफलों की तुलना करें।

(i) $\frac{5}{8}$ को 16 से गुणा कीजिए।

$$\frac{5}{8} \times 16 = \frac{5}{8} \times \frac{16}{1} = \frac{5 \times 16}{8 \times 1} = \frac{\cancel{80}^{10}}{\cancel{8}_{1}} = 10$$

इस प्रकार, $\frac{5}{8} \times 16 = 10$

(ii) 16 को $\frac{5}{8}$ से गुणा कीजिए।

$$16 \times \frac{5}{8} = \frac{16}{1} \times \frac{5}{8} = \frac{16 \times 5}{1 \times 8} = \frac{\cancel{80}^{10}}{\cancel{8}_{1}} = 10$$

इस प्रकार, $16 \times \frac{5}{8} = 10$

अत : $\frac{5}{8} \times 16 = 16 \times \frac{5}{8}$

(iii) $\frac{1}{3}$ को $\frac{2}{5}$ से गुणा कीजिए।

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

इस प्रकार, $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$

(iv) $\frac{2}{5}$ को $\frac{1}{3}$ से गुणा कीजिए।

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

इस प्रकार, $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

अत: $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

(v) $1\frac{1}{2}$ को $2\frac{1}{3}$ से गुणा कीजिए।

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 7}{2 \times 3} = \frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{6}_{2}} = \frac{7}{2} \text{ या } 3\frac{1}{2}$$

इस प्रकार, $1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = 3\frac{1}{2}$

(vi) $2\frac{1}{3}$ को $1\frac{1}{2}$ से गुणा कीजिए।

$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{7 \times 3}{3 \times 2} = \frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{6}_{2}} = \frac{7}{2} \text{ या } 3\frac{1}{2}$$

इस प्रकार, $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$

अत: $1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2}$

हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है कि** जब हम दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करते हैं तब गुणनखण्डों के क्रम का गुणनफल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। दूसरे शब्दों में, हम दो भिन्नात्मक संख्याओं का किसी भी क्रम में गुणा करें, गुणनफल वही रहता है।

पुन :

(i) गुणनफल ज्ञात कीजिए : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$= \left(\frac{1 \times 1}{2 \times 3}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1 \times 3}{6 \times 4} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{8}{\cancel{24}}} = \frac{1}{8}$$

इस प्रकार, $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$

(ii) गुणनफल ज्ञात कीजिए : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1 \times 3}{3 \times 4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{12}$$

$$= \frac{1 \times 3}{2 \times 12} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{8}{\cancel{24}}} = \frac{1}{8}$$

इस प्रकार, $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{8}$

अतः $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right)$

---

(iii) **गुणनफल ज्ञात कीजिए** : $1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$

$$1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} = \left(1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3}\right) \times 2\frac{1}{4}$$

$$= \left(\frac{4}{3} \times \frac{11}{3}\right) \times \frac{9}{4}$$

$$= \left(\frac{4 \times 11}{3 \times 3}\right) \times \frac{9}{4}$$

(iv) **गुणनफल ज्ञात कीजिए** : $1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$

$$1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{3} \times \left(3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3} \times \left(\frac{11}{3} \times \frac{9}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3} \times \left(\frac{11 \times 9}{3 \times 4}\right)$$

$$= \frac{44}{9} \times \frac{9}{4}$$

$$= \frac{44 \times 9}{9 \times 4}$$

$$= \frac{396}{36} = 11$$

इस प्रकार, $\left(1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3}\right) \times 2\frac{1}{4} = 11$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{99}{12}$$

$$= \frac{4 \times 99}{3 \times 12}$$

$$= \frac{396}{36} = 11$$

इस प्रकार, $1\frac{1}{3} \times \left(3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}\right) = 11$

अतः $\left(1\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3}\right) \times 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{3} \times \left(3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}\right)$

---

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि, तीन भिन्नात्मक संख्याओं का गुणा करते समय, उनके समूहन बदलने पर, गुणनफल वही रहता है। दूसरे शब्दों में, हम चाहे किन्हीं दो भिन्नात्मक संख्याओं को पहले गुणा करें और तब प्राप्त गुणनफल को तीसरी भिन्नात्मक संख्या से गुणा करें, तीन भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वही रहता है।

अब निम्न में से प्रत्येक के गुणनखण्डों और गुणनफल को देखिए:

(i) $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4}$

(iii) $4\frac{1}{4} \times 1 = \frac{17}{4} \times 1 = \frac{17 \times 1}{4} = \frac{17}{4}$ **या** $4\frac{1}{4}$

हम इनमें क्या देखते है?

हमें ज्ञात होता है कि किसी भिन्नात्मक संख्या और 1 का गुणनफल स्वयं वह भिन्नात्मक संख्या होती है।

अब हम निम्न में से प्रत्येक के विषय में गुणनखण्डों और गुणनफल का अध्ययन करें:

(i) $\frac{2}{3} \times 0 = \frac{2 \times 0}{3} = \frac{0}{3} = 0$. इस प्रकार, $\frac{2}{3} \times 0 = 0$

(ii) $5\frac{1}{2} \times 0 = \frac{11}{2} \times 0 = \frac{11 \times 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$. इस प्रकार, $5\frac{1}{2} \times 0 = 0$

(iii) $7\frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{4} \times 0 = \frac{29 \times 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$. इस प्रकार, $7\frac{1}{4} \times 0 = 0$

उपरोक्त से हमें क्या ज्ञात होता है?
हमें ज्ञात होता है कि किसी भिन्नात्मक संख्या और 0 (शून्य) का गुणनफल हमेशा 0 (शून्य) होता है।

**आइए करें**

रिक्त स्थानों को भरिए :

1. $\frac{6}{7} \times 4 = 4 \times \ldots$ 2. $8 \times \frac{5}{8} = \ldots \times 8$ 3. $4\frac{1}{2} \times \ldots = 5 \times 4\frac{1}{2}$

4. $\frac{8}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{6}{8} \times \ldots$ 5. $7\frac{1}{4} \times 6\frac{2}{3} = 6\frac{2}{3} \times \ldots$ 6. $\ldots \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

7. $\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{6} = \ldots \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}\right)$ 8. $\ldots \times \left(3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4}\right) = \left(8\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2}\right) \times 2\frac{1}{4}$

9. $\frac{1}{3} \times 1 = \ldots$ 10. $1\frac{5}{8} \times \ldots = 1\frac{5}{8}$ 11. $6\frac{1}{2} \times 0 = \ldots$ 12. $\frac{5}{12} \times \ldots = 0$

## V भिन्नात्मक संख्या का गुणनात्मक प्रतिलोम

निम्न का अध्ययन कीजिए :

$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{1 \times 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$ $\frac{1}{6} \times 6 = \frac{1 \times 6}{6} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{4} \times 4 = \frac{1 \times 4}{4} = \frac{4}{4} = 1$ $\frac{1}{10} \times 10 = \frac{1 \times 10}{10} = \frac{10}{10} = 1$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में एक गुणनखण्ड भिन्नात्मक संख्या है और दूसरा पूर्ण संख्या है और गुणनफल 1 है।

यदि किसी भिन्नात्मक संख्या और पूर्ण संख्या का गुणनफल 1 है, तो हम कहते हैं कि वे गुणनखण्ड एक दूसरे के गुणनात्मक प्रतिलोम हैं।

इस प्रकार,

$\frac{1}{2}$, 2 का गुणनात्मक प्रतिलोम है, और

2, $\frac{1}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है, क्योंकि $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

$\frac{1}{4}$, 4 का गुणनात्मक प्रतिलोम है, और

4, $\frac{1}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है, क्योंकि $\frac{1}{4} \times 4 = 1$

$\frac{1}{10}$, 10 का गुणनात्मक प्रतिलोम है, और

10, $\frac{1}{10}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है, क्योंकि $\frac{1}{10} \times 10 = 1$

इसी प्रकार,

$\frac{1}{7}$, 7 का गुणनात्मक प्रतिलोम है और

7, $\frac{1}{7}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{1}{7} \times 7 = 1$

$\frac{1}{9}$, 9 का गुणनात्मक प्रतिलोम है और

9, $\frac{1}{9}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{1}{9} \times 9 = 1$

अब हम निम्न गुणनफलों पर विचार करें:

(i) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$

(ii) $\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{7 \times 5}{5 \times 7} = \frac{35}{35} = 1$

(iii) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 5}{5 \times 2} = \frac{10}{10} = 1$

(iv) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल 1 है।

यदि दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल 1 है, तो वह भिन्नात्मक संख्याएं एक दूसरे की गुणनात्मक प्रतिलोम कहलाती हैं।

इस प्रकार,

$\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है और

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

$\frac{2}{5}$, $\frac{5}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है और

$\frac{5}{2}$, $\frac{2}{5}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$

इसी प्रकार,

$\frac{5}{6}$, $\frac{6}{5}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है और

$\frac{6}{5}$, $\frac{5}{6}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 1$

$\frac{7}{2}$, $\frac{2}{7}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है ओर

$\frac{2}{7}$, $\frac{7}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है क्योंकि $\frac{7}{2} \times \frac{2}{7} = 1$

किसी भिन्नात्मक संख्या का गुणनात्मक प्रतिलोम प्राप्त करने के लिए, हम भिन्न के अंश और हर को गुणनात्मक प्रतिलोम के क्रमशः हर और अंश की भांति लिखते हैं।

हम जानते हैं कि $1 \times 1 = 1$

$1 \times 0 = 0$

1 का गुणनात्मक प्रतिलोम क्या है? 0 का क्या है?

1 का गुणनात्मक प्रतिलोम स्वयं 1 है क्योंकि $1 \times 1 = 1$

1 इस प्रकार की एकमात्र संख्या है जिसका गुणनात्मक प्रतिलोम स्वयं वह संख्या है।

0 और किसी भी संख्या का गुणनफल हमेशा 0 होता है, कभी भी 1 के बराबर नहीं होता। अतः 0 का गुणनात्मक प्रतिलोम कोई अस्तित्व नहीं रखता।

अब हम निम्न मिश्र संख्याओं पर विचार करें। इन संख्याओं के गुणनात्मक प्रतिलोम क्या हैं?

(i) $7\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{4} = \frac{29}{4}$

क्योंकि $\frac{29}{4} \times \frac{4}{29} = 1$, इसलिए $\frac{4}{29}$, $7\frac{1}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

(ii) $12\frac{1}{2}$

$12\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

क्योंकि $\frac{25}{2} \times \frac{2}{25} = 1$, इसलिए $\frac{2}{25}$, $12\frac{1}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

हम क्या देखते हैं?

किसी मिश्र संख्या का गुणनात्मक प्रतिलोम प्राप्त करने के लिए, हम

(i) मिश्र संख्या को हम विषम भिन्न में बदलते हैं, और तब

(ii) वह भिन्नात्मक संख्या ज्ञात करते हैं जिसको (i) में प्राप्त विषय भिन्न से गुणा करने पर गुणनफल 1 प्राप्त होता है।

इस प्रकार प्राप्त भिन्नात्मक संख्या दी गई मिश्र संख्या का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

अब हम कुछ संख्याओं और उन में से प्रत्येक के गुणनात्मक प्रतिलोम का अध्ययन करें।

| संख्या | गुणनात्मक प्रतिलोम |
|---|---|
| 2 | $\frac{1}{2}$, क्योंकि $2 \times \frac{1}{2} = 1$ |
| 5 | $\frac{1}{5}$, क्योंकि $5 \times \frac{1}{5} = 1$ |
| 8 | $\frac{1}{8}$, क्योंकि $8 \times \frac{1}{8} = 1$ |
| 10 | $\frac{1}{10}$, क्योंकि $10 \times \frac{1}{10} = 1$ |
| 15 | $\frac{1}{15}$, क्योंकि $15 \times \frac{1}{15} = 1$ |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में, संख्या 1 से अधिक है [illegible] 1 से कम है। इस प्रकार, यदि संख्या 1 से अधिक है, तो उसका गुणनात्मक प्रतिलोम 1 से कम होता है।

अब हम कुछ और संख्याओं के गुणनात्मक प्रतिलोमों को देखें।

| **संख्या** | **गुणनात्मक प्रतिलोम** |
| --- | --- |
| $\frac{1}{3}$ | 3, क्योंकि $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ |
| $\frac{1}{18}$ | 18, क्योंकि $\frac{1}{18} \times 18 = 1$ |
| $\frac{1}{15}$ | 15, क्योंकि $\frac{1}{15} \times 15 = 1$ |
| $\frac{1}{20}$ | 20, क्योंकि $\frac{1}{20} \times 20 = 1$ |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में, संख्या 1 से कम है और उसका गुणनात्मक प्रतिलोम 1 से अधिक है। इस प्रकार, यदि संख्या 1 से कम है, तो उसका गुणनात्मक प्रतिलोम 1 से अधिक होता है।

**आइए करें**

1. **निम्न में से प्रत्येक का गुणनफल ज्ञात कीजिए और बताइए कि प्रत्येक उदाहरण में एक गुणनखण्ड दूसरे गुणनखण्ड का गणनात्मक प्रतिलोम है या नहीं।**

(क) $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}$ (ख) $14 \times \frac{1}{14}$ (ग) $18 \times \frac{18}{1}$

(घ) $\frac{7}{9} \times \frac{7}{9}$ (ङ) $\frac{6}{7} \times 1\frac{1}{6}$ (च) $3\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

(छ) $6\frac{1}{4} \times \frac{4}{25}$ (ज) $\frac{1}{20} \times 20$ (झ) $\frac{17}{2} \times \frac{1}{17}$

2. **रिक्त स्थानों को भरिए:**

(क) $\frac{1}{12} \times \ldots = 1$ (ख) $\frac{1}{18} \times 18 = \ldots$ (ग) $\frac{3}{8} \times \ldots = 1$

(घ) $\ldots \times \frac{5}{12} = 1$ (ङ) $\frac{8}{15} \times \ldots = 1$ (च) $\frac{9}{16} \times \frac{16}{9} = \ldots$

(छ) $5\frac{1}{4} \times \frac{4}{21} = \ldots$ (ज) $\ldots \times 6\frac{1}{2} = 1$ (झ) $7\frac{1}{2} \times \ldots = 1$

3. निम्न में से प्रत्येक का गुणनात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए:

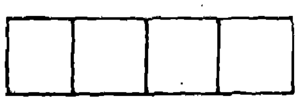
(क) $\frac{1}{14}$ (ख) $\frac{8}{7}$ (ग) $\frac{1}{20}$ (घ) $12\frac{1}{2}$

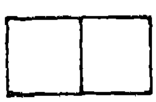
(ङ) $\frac{1}{5}$ (च) $6\frac{1}{4}$ (छ) $10\frac{1}{4}$ (ज) $\frac{21}{40}$

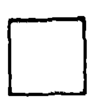
(झ) $\frac{14}{9}$ (ञ) $\frac{24}{5}$ (ट) $\frac{11}{12}$

## VI भिन्नात्मक संख्या को पूर्ण संख्या से भाग

निम्न आकृतियों को देखिए। यदि पहली आकृति 1 को दर्शाती है, तो अन्य आकृतियां क्या दर्शाती हैं?

यदि  1 को दर्शाता है

तो  $1 \div 2$ या 1 का $\frac{1}{2}$, या $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ को दर्शाता है।

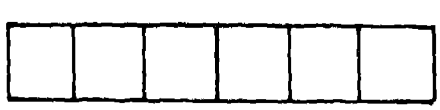
और  $\frac{1}{2} \div 2$ या $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2}$, या $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ को दर्शाता है।

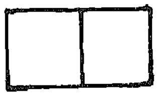
हम क्या देखते हैं?

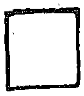
हमें ज्ञात होता है कि $1 \div 2 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

अब निम्न आकृतियों को देखिए :

यदि  1 को दर्शाता है

तो  $1 \div 3$ या 1 का $\frac{1}{3}$, या $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ को दर्शाता है।

और  $\frac{1}{3} \div 2$ या $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ को दर्शाता है।

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि

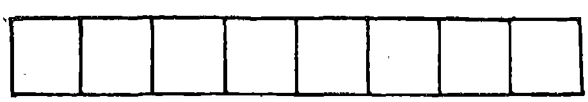
$$1 \div 3 = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

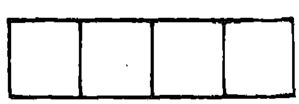
$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

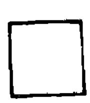
अब हम निम्न स्थिति पर विचार करें :

अंजु के पास एक पूरा केक है। वह उसको दो बराबर टुकड़ों में काटती है और एक टुकड़ा मार्टिन को देती है। मार्टिन अपने केक के टुकड़े को चार बराबर टुकड़ों में काटता है और एक टुकड़ा आयेशा को देता है। आयेशा को पूरे केक का कितना अंश प्राप्त होता है?

इस समस्या स्थिति को हम निम्न भांति दर्शा सकते हैं:

 1 (अंजु के पूरे केक) को दर्शाता है

 $1 \div 2$ या 1 का $\frac{1}{2}$ या $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ को दर्शाता है।

 $\frac{1}{2} \div 4$ या $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{4}$ या $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ (आयेशा के केक के टुकड़े) को दर्शाता है।

इस प्रकार, आयेशा को पूरे केक का $\frac{1}{8}$ प्राप्त होता है।

अब निम्न का अध्ययन कीजिए :

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

↑

2 का गुणनात्मक प्रतिलोम

$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

2 का गुणनात्मक प्रतिलोम

$\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

4 का गुणनात्मक प्रतिलोम

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि [illegible]

दूसरे उदाहरण में [illegible] $\frac{1}{3}$ को $\frac{1}{2}$ (भाजक 2 [illegible]

तीसरे उदाहरण में, [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible]

इस प्रकार, हमें ज्ञात होता है कि [illegible] वैसा ही है जैसा कि उस [illegible] गुणनात्मक प्रतिलोम से गुणा करना।

[illegible] के लिए, हम एक भिन्नात्मक संख्या (भाज्य) को दूसरी भिन्नात्मक संख्या (भाजक) के गुणनात्मक प्रतिलोम से गुणा करते हैं।

**उदाहरण 21.** $\frac{3}{5}$ को 6 से भाग दीजिए।

**हल :** $\frac{3}{5} \div 6 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3 \times 1}{5 \times 6} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

**उदाहरण 22** ज्ञात कीजिए : $\frac{5}{12} \div 4$

**हल :** $\frac{5}{12} \div 4 = \frac{5}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1}{12 \times 4} = \frac{5}{48}$

**उदाहरण 23.** ज्ञात कीजिए $3\frac{1}{2} \div 5$

**हल :**

$$3\frac{1}{2} \div 5 = \frac{7}{2} \div 5 = \frac{7}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{7 \times 1}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$$

**उदाहरण 24.** ज्ञात कीजिए $9\frac{1}{2} \div 3$

**हल :**

$$9\frac{1}{2} \div 3 = \frac{19}{2} \div 3 = \frac{19}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{19}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{19}{6} \text{ या } 3\frac{1}{6}$$

**उदाहरण 25.** कामिनी के पास $6\frac{1}{2}$ मी. लम्बा रिबन है। वह उसको दो बराबर टुकड़ों में काटती है। रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई क्या है?

**हल :**

कामिनी के पास के रिबन की लम्बाई : $6\frac{1}{2}$ मी.

रिबन में से किए गए बराबर टुकड़ों की संख्या : 2

रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई

$$6\frac{1}{2} \div 2 = \frac{13}{2} \div 2 = \frac{13}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{13 \times 1}{2 \times 2}$$

$$= \frac{13}{4} \text{ या } 3\frac{1}{4}$$



इस प्रकार, रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई $\frac{13}{4}$ मीटर या $3\frac{1}{4}$ मीटर है।

**आइए करें**

1. भाग दीजिए

(क) $\frac{3}{5}$ को 3 से (ख) $\frac{9}{10}$ को 5 से (ग) $\frac{8}{15}$ को 4 से

2. ज्ञात कीजिए

(क) $5\frac{1}{2} \div 2$ (ख) $11\frac{1}{4} \div 3$ (ग) $13\frac{1}{2} \div 4$

3. निम्न में कौन से सही हैं?

(क) $\frac{1}{2} \div 7 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{7}$ (ख) $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$

(ग) $2\frac{1}{2} \div 3 = \frac{5}{2} \times 3$ (घ) $9\frac{1}{5} \div 4 = \frac{46}{5} \times 4$

(ङ) $3\frac{1}{4} \div 6 = \frac{13}{4} \times \frac{1}{6}$

## VII पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से भाग

निम्न प्रश्न का अध्ययन कीजिए :

1. रीता के पास एक साड़ी थी। उसने साड़ी को कुछ टुकड़ो में काटा जिनमें से प्रत्येक साड़ी का $\frac{1}{4}$ था। उसे साड़ी से इस प्रकार के कितने टुकड़े प्राप्त हुए हैं?

मान लीजिए साड़ी एक पूर्ण या 1 है।
अतः साड़ी का प्रत्येक टुकड़ा पूर्ण का एक-चौथा $(\frac{1}{4})$ है।

हम जानते हैं कि 1 पूर्ण, 4 एक-चौथों से बनता है।
अतः, रीता को साड़ी से 4 टुकड़े प्राप्त हुए।

हम प्रश्न को 1 को $\frac{1}{4}$ से भाग देकर हल कर सकते हैं।

अब हम एक और प्रश्न पर विचार करें।

2. 3 केक हैं। 3 केक में से ऐसे कितने टुकड़े प्राप्त किये जा सकते हैं जिनमें से प्रत्येक एक केक का $\frac{1}{2}$ है?
हम प्रश्न को 3 को $\frac{1}{2}$ से भाग दे कर हल कर सकते हैं।

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1}$$

$$= \frac{3 \times 2}{1}$$

$$= 6$$

इस प्रकार 3 केक में से ऐसे 6 टुकड़े प्राप्त किए जा सकते हैं जिनमें से प्रत्येक केक का $\frac{1}{2}$ है। उपर्युक्त दो उदाहरणों में प्रत्येक में हम पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से भाग देते है।

हम जानते हैं कि भाग को बारम्बार घटाव के रूप में दर्शाया जा सकता है। इस प्रकार $1 \div \frac{1}{4}$ और $3 \div \frac{1}{2}$ को हम निम्न भांति दर्शा सकते हैं:

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\frac{1}{4} \\ \hline \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} \\ \hline \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} \\ \hline \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -\frac{1}{2} \\ \hline 2\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \hline 2 \\ -\frac{1}{2} \\ \hline 1\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \hline 1 \\ -\frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \hline 0 \end{array}$$

1 में 4 एक-चौथे है, या

$$1 \div \frac{1}{4} = 4$$

$$1 = \frac{1}{4} \times 4$$

$$1 \div \frac{1}{4} = 4$$

$$1 \div \frac{1}{4} = 1 \times 4$$

$\frac{1}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

3 में 6 आधे हैं, या

$$3 \div \frac{1}{2} = 6$$

$$3 \div \frac{1}{2} = 6$$

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times 2$$

$\frac{1}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि पहले उदाहरण में, 1 (भाज्य) को $\frac{1}{4}$ (भाजक) से भाग करना वैसा ही है जैसा कि 1 (भाज्य) को 4 (भाजक $\frac{1}{4}$ के गुणनात्मक प्रतिलोम) से गुणा करना।

दूसरे उदाहरण में, 3 (भाज्य) को $\frac{1}{2}$ (भाजक) से भाग करना वैसा ही है जैसा कि 3 (भाज्य) को 2 (भाजक $\frac{1}{2}$ के गुणनात्मक प्रतिलोम) से गुणा करना।

इसी प्रकार,

$$8 \div \frac{1}{6} = 8 \times 6 = 48 \qquad 6 \div \frac{1}{3} = 6 \times 3 = 18$$

$$5 \div \frac{1}{5} = 5 \times 5 = 25 \qquad 9 \div \frac{1}{8} = 9 \times 8 = 72$$

हम कुछ और उदाहरणों पर विचार करें।

(i) $3 \div \frac{3}{4} = 3 \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$\frac{3}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

(*ii*) $5 \div \frac{5}{12} = 5 \times \frac{12}{5} = \frac{5 \times 12}{5} = \frac{60}{5} = 12$

$\frac{5}{12}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

(*iii*) $9 \div \frac{3}{8} = 9 \times \frac{8}{3} = \frac{72}{3} = 24$

$\frac{3}{8}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि किसी [illegible]

**उदाहरण 26.** 12 को $\frac{3}{4}$ से भाग दीजिए।

**हल :**

$$12 \div \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

**उदाहरण 27.** 15 को $2\frac{1}{2}$ से भाग दीजिए।

**हल :**

$$15 \div 2\frac{1}{2} = 15 \div \frac{5}{2} = 15 \times \frac{2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

**उदाहरण 28.** रेनु को रिबन के कुछ टुकड़ों की आवश्यकता है जिनमें से प्रत्येक $\frac{3}{4}$ मी. लम्बा हो। 24 मी. लम्बे रिबन में से उसे ऐसे कितने टुकड़े प्राप्त हो सकते हैं?

**हल :** रिबन की लम्बाई : 24 मी.

प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई : $\frac{3}{4}$ मी.

दिए गए रिबन में से काटे जा सकने वाले टुकड़ों की संख्या : $24 \div \frac{3}{4}$

$$24 \div \frac{3}{4} = 24 \times \frac{4}{3} = \frac{24 \times 4}{3} = \frac{96}{3} = 32$$

**इस प्रकार, दिए गए रिबन में से रेनु को आवश्यक माप के 32 टुकड़े प्राप्त होंगे।**

**आइए करें**

1. भाग दीजिए

   (क) $18 \div \frac{3}{4}$ (ख) $30 \div \frac{1}{2}$ (ग) $20 \div \frac{1}{5}$ (घ) $21 \div 5\frac{1}{4}$

   (ङ) $39 \div 6\frac{1}{2}$ (च) $8 \div \frac{1}{6}$ (छ) $60 \div \frac{15}{8}$ (ज) $48 \div \frac{12}{7}$

2. निम्न में कौन से सही हैं?

   (क) $5 \div \frac{1}{9} = 5 \times 9$ (ख) $14 \div \frac{7}{2} = 14 \times \frac{7}{2}$

   (ग) $24 \div \frac{12}{5} = 24 \times \frac{5}{12}$ (घ) $9 \div \frac{1}{9} = 9 \times \frac{1}{9}$

3. एलिजाबेथ को कागज़ के कुछ तावों की आवश्यकता है। वह कागज का एक बड़ा ताव खरीदती है और उसको टुकड़ों में काटती है जिनमें प्रत्येक टुकड़ा पूरे ताव का $\frac{1}{18}$ है। कागज के पूरे ताव में से उसे कितने छोटे ताव प्राप्त होते हैं?

## VIII भिन्नात्मक संख्या को भिन्नात्मक संख्या से भाग

हम निम्न को ज्ञात करें :

(क) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$

$$\frac{3}{4}$$
$$-\frac{1}{4}$$
$$\frac{2}{4}$$
$$-\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4}$$
$$-\frac{1}{4}$$
$$0$$

यहां पर $\frac{3}{4}$ में 3 एक-चौथे हैं, या

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 3$$

(ख) $\frac{5}{2} \div \frac{1}{2}$

$$\frac{5}{2}$$
$$-\frac{1}{2}$$
$$\frac{4}{2}$$
$$-\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{2}$$
$$-\frac{1}{2}$$
$$\frac{2}{2}$$
$$-\frac{1}{2}$$

यहां पर $\frac{5}{2}$ में 5 आधे हैं, या

$$\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} = 5$$

हम उपरोक्त को निम्न प्रकार से भी ज्ञात कर सकते हैं :

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4} \times 4}{\frac{1}{4} \times 4} = \frac{\frac{3}{4} \times 4}{1} = \frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$$

इस प्रकार, $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times 4$

↑ $\frac{1}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

इसी प्रकार,

$$\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2} \times 2}{\frac{1}{2} \times 2} = \frac{\frac{5}{2} \times 2}{1} = \frac{5}{2} \times 2 = \frac{10}{2} = 5$$

इस प्रकार $\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \times 2$

↑ $\frac{1}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

अब हम $\frac{2}{3}$ को $\frac{3}{4}$ से भाग करें

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} \times \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

इस प्रकार, $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}$

↑ $\frac{3}{4}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम

हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है कि** [illegible]

[illegible]

**उदाहरण 29.** $\frac{1}{2}$ को $\frac{3}{4}$ से भाग दीजिए।
**हल :**

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 3} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{2}{3}$$

इस प्रकार, $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$

**उदाहरण 30.** $\frac{3}{8}$ को $\frac{3}{5}$ से भाग दीजिए
**हल :**

$$\frac{3}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{3 \times 5}{8 \times 3} = \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{24}_{8}} \text{ या } \frac{5}{8}$$

इस प्रकार, $\frac{3}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$

**उदाहरण 31.** $6\frac{1}{4}$ को $2\frac{1}{2}$ से भाग दीजिए
**हल :**

$$6\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{25}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{25}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{25 \times 2}{4 \times 5}$$

$$= \frac{\cancel{50}^{5}}{\cancel{20}_{2}} \text{ या } \frac{5}{2}$$

इस प्रकार, $6\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

1. भाग दीजिए

(क) $\frac{2}{3}$ को $\frac{2}{3}$ से (ख) $\frac{2}{5}$ को $\frac{7}{5}$ से (ग) $8\frac{1}{2}$ को $\frac{7}{4}$ से

(घ) $8\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$ (ङ) $8\frac{1}{2} \div 4\frac{1}{4}$ (च) $18\frac{3}{4} \div 3\frac{3}{4}$

2. निम्न में से कौन से गलत हैं?

(क) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ (ख) $\frac{4}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{14}{15}$

(ग) $4\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{5} = 1$ (घ) $4\frac{3}{5} \div 4\frac{3}{5} = 0$

(ङ) $10\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2} = 3$ (च) $\frac{7}{10} \div \frac{9}{10} = \frac{63}{100}$

## IX भिन्नात्मक संख्याओं के भाग के गुणधर्म

**हम निम्न का अध्ययन करें :**

(i) $\frac{3}{4} \div 1 = \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$

(ii) $1\frac{1}{2} \div 1 = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$ या $1\frac{1}{2}$

(iii) $4\frac{5}{9} \div 1 = \frac{41}{9} \times 1 = \frac{41}{9}$ या $4\frac{5}{9}$

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें ज्ञात होता है कि** जब किसी भिन्नात्मक संख्या को 1 से भाग दिया जाता है, तब भागफल स्वयं भिन्नात्मक संख्या होती है।

**अब निम्न का अध्ययन कीजिए :**

(i) $0 \div \frac{1}{5} = 0 \times 5 = 0$

(ii) $0 \div 1\frac{1}{2} = 0 \div \frac{3}{2} = 0 \times \frac{2}{3} = 0$

(iii) $0 \div 7\frac{1}{8} = 0 \div \frac{57}{8} = 0 \times \frac{8}{57} = 0$

हमें क्या ज्ञात होता है?

**हमें ज्ञात होता है कि** जब शून्य (0) को शून्येत्तर भिन्नात्मक संख्या से भाग दिया जाता है, तब भागफल संख्या 0 प्राप्त होता है।

क्या हम किसी भिन्नात्मक संख्या को शून्य (0) से भाग दे सकते हैं? नहीं, क्योंकि शून्य (0) से भाग को परिभाषित नहीं किया जाता है, इसलिए हम भिन्नात्मक संख्या को शून्य (0) से भाग नहीं दे सकते।

अब निम्न का अध्ययन कीजिए :

(i) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12}$, या 1

(ii) $1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6}$, या 1

(iii) $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{24}{24}$, या 1

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि जब कोई भिन्नात्मक संख्या को स्वयं उसी से भाग दिया जाता है, तब भागफल 1 होता है।

## प्रश्नावली

1. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \ldots$

(ख) $\frac{2}{5} \div 1 = \ldots$

(ग) $\frac{2}{3} \div 1 = \ldots$

(घ) $1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \ldots$

(ङ) $7\frac{1}{3} \div \ldots = 7\frac{1}{3}$

(च) $5\frac{1}{6} \div \ldots = 1$

(छ) $\ldots \div 4\frac{1}{2} = 0$

(ज) $0 \div 9\frac{2}{7} = \ldots$

2. निम्न में कौन से सही हैं?

(क) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{4}$

(ख) $9\frac{1}{2} \div 1 = 1$

(c) $4\frac{3}{5} \div 4\frac{3}{5} = 0$

(घ) $4\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{5} = 1$

(ङ) $0 \div 4\frac{1}{2} = 0$

(च) $0 \div \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$

1. प्रत्येक का भागफल या गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(क) $\frac{9}{10} \times \frac{7}{8}$ (ख) $\frac{9}{10} \div \frac{7}{8}$ (ग) $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{2}$

(घ) $1\frac{3}{4} \div \frac{4}{7}$ (ङ) $3\frac{3}{4} \div \frac{3}{4}$ (च) $5\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{5}$

(छ) $9\frac{1}{2} \times 0$ (ज) $7\frac{8}{9} \div 7\frac{8}{9}$ (झ) $3 \times 9\frac{1}{2}$

(ञ) $7 \times 5\frac{4}{5}$ (ट) $1 \times 3\frac{1}{2}$ (ठ) $0 \times 7\frac{6}{7}$

2. निम्न को दर्शाने के लिए आकृतियां खींचिए :

(क) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$ (ख) $\frac{7}{8} \times \frac{1}{2}$ (ग) $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{4}$ (घ) $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{5}$ (ङ) $1 \times \frac{3}{5}$

(च) 2 का $\frac{1}{2}$ (छ) $\frac{1}{2} \div 2$ (ज) $6 \div \frac{1}{2}$ (झ) $\frac{3}{4} \div 3$

3. निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

(क) $\frac{1}{2}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम 2 है।

(ख) ऐसी संख्या केवल एक है जो स्वयं का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

(ग) 0 का गुणनात्मक प्रतिलोम 0 है।

(घ) किन्ही दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल हमेशा दोनों में से प्रत्येक संख्या से कम होता है।

(ङ) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$ का अर्थ है दो-तिहाई में कितने आधे।

(च) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ का अर्थ है $\frac{1}{4}$ का $\frac{3}{4}$

(छ) किसी भिन्नात्मक संख्या और उसके गुणनात्मक प्रतिलोम का गुणनफल 0 होता है।

(ज) $1\frac{3}{5}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम $1\frac{5}{4}$ है।

(झ) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$ का अर्थ है एक आधे में कितने दो-तिहाई हैं।

(ञ) $4 \div \frac{1}{2}$ का अर्थ है 4 में कितने आधे हैं।

(ट) भिन्नात्मक संख्या और उसके गुणनात्मक प्रतिलोम का गुणनफल 1 होता है।

(ठ) पूर्ण संख्या को भिन्नात्मक संख्या से भाग देने पर भागफल हमेशा पूर्ण संख्या प्राप्त होता है।

4 निम्न में से प्रत्येक का गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(क) $3\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{15}$ (ख) $7\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times \frac{9}{16}$

(ग) $4\frac{1}{4} \times 5\frac{1}{3} \times 6\frac{1}{10}$ (घ) $4\frac{5}{6} \times 10\frac{1}{9} \times 2\frac{1}{6}$

5. क्या $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$ का मान $3 \times \frac{2}{5}$ के बराबर है?

6. एक परिवार में प्रतिदिन दूध की खपत $3\frac{1}{4}$ लिटर है। ज्ञात कीजिए कि परिवार में नवम्बर 1988 में दूध की कितनी मात्रा (लिटरों में) की खपत हुई?

7. रेनुका ने 10 रु. प्रति मीटर की दर से $9\frac{1}{5}$ मीटर खादी का कपड़ा खरीदा। रेनुका को कितने रुपये चुकाने हैं?

8. अमित एक मेज को पेन्ट करने में $\frac{1}{2}$ घंटा लेता है। इस प्रकार की 3 मेजों को पेन्ट करने में वह कितना समय लेगा?

9. 3 मीटर लम्बाई की एक रस्सी को दो बराबर टुकड़ों में काटा गया। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी है?

10. एक गांव की जनसंख्या का $\frac{1}{2}$ पुरुष हैं। गांव में पुरुषों का $\frac{1}{3}$ निरक्षर है। गांव में जनसंख्या का कितना अंश (या भाग) निरक्षर पुरुषों का है?

11. रसोई-उद्यान का $\frac{3}{4}$ सब्जी उगाने के लिए प्रयोग किया जाता है। सब्जी उगाने वाले भाग का $\frac{2}{3}$ बेंगन उगाने के लिए प्रयोग किया जाता है। रसोई-उद्यान का कितना भाग बेंगन उगाने के लिए प्रयोग किया जाता है?

12. गाड़ी खड़ी करने के एक क्षेत्र में एक साथ 80 कारें खड़ी की जा सकती हैं। एक विशेष समय पर क्षेत्र का $\frac{5}{8}$ भरा हुआ है। उस समय उस क्षेत्र में कितनी कारें हैं?

13. रजिया को रिबन के कुछ टुकडों की आवश्यकता है जिनमें से प्रत्येक $\frac{1}{2}$ मीटर लम्बा हो। 4 मीटर लम्बे रिबन में से उसे इस प्रकार के कितने टुकडे प्राप्त हो सकेंगे?

14. जॉन के पास $\frac{4}{5}$ मीटर लम्बी एक रस्सी है। उसे रस्सी के ऐसे टुकडों की आवश्यकता है जिनमें प्रत्येक $\frac{2}{5}$ मीटर लम्बा हो। अपनी रस्सी में से वह इस प्रकार के कितने टुकडे प्राप्त कर सकता है?

15. सीता के पास ¾ किलोग्राम टाफियां हैं। वह उनको अपनी तीन मित्रों में बराबर-बराबर बांटना चाहती है। उसके प्रत्येक मित्र को कितनी टाफियां प्राप्त होंगी?

[illegible]

1. एक लड़की अपनी जमा राशि का $\frac{1}{2}$ एक भण्डार में व्यय करती है। उसके बाद वह एक अन्य भण्डार में जाती है और बची हुई राशि का $\frac{1}{2}$ व्यय करती है। अब उसके पास 24 रु. बचते हैं। वह कितनी राशि लेकर चली थी?

2. एक बास्केट बॉल की टीम जितने मैचों में हारी उससे 4 अधिक मैचों में विजयी हुई। यदि वह मैचों के $\frac{3}{5}$ में विजयी हुई, तो उसने कितने मैच खेले?

# दशमलव

1. निम्न में से प्रत्येक भिन्न को दशमलव के रूप में लिखिए:

(क) $\frac{7}{10}$ (ख) $\frac{3}{10}$ (ग) $\frac{7}{100}$ (घ) $\frac{3}{100}$ (ङ) $\frac{9}{1000}$

(च) $\frac{17}{100}$ (छ) $\frac{317}{1000}$ (ज) $\frac{13}{10}$ (झ) $\frac{111}{100}$ (ञ) $\frac{2179}{1000}$

2. निम्न में से प्रत्येक दशमलव का संख्यानाम लिखिए:

(क) 0.4 (ख) 0.07 (ग) 4.02 (घ) 15.9
(ङ) 0.001 (च) 2.012 (छ) 3.409 (ज) 11.011

3. एक स्थानीय मान सारणी बनाइए और उसमें निम्न दशमलव दर्शाइए:

(क) 37.8 (ख) 7.5 (ग) 18.05 (घ) 3.047 (ङ) 101.01

4. निम्न में से प्रत्येक दशमलव में उसका पूर्ण संख्या वाला भाग क्या है?

(क) 3.05 (ख) 41.1 (ग) 141.056 (घ) 141.6
(ङ) 37.0 (च) 0.91 (छ) 11.102 (ज) 0.512

5. निम्न में से प्रत्येक दशमलव में उसका दशमलव संख्या वाला भाग क्या है?

(क) 7.32 (ख) 0.65 (ग) 0.017 (घ) 17.18
(ङ) 371.0 (च) 107.2 (छ) 17.37 (ज) 617.012

6. निम्न में से कौन से सही हैं?

(क) 0.5 = 5.0 (ख) 0.6 = 0.60 (ग) 0.87 = 0.087
(घ) 0.87 = 0.870 (ङ) 0.79 = 0.079 (च) 1.13 = 1.013
(छ) 10.01 = 1.001 (ज) 99.9 = 99.09

## I दशमलव का प्रसारित रूप

कक्षा 4 में आपने दशमलव के प्रत्येक अंक का स्थानीय मान ज्ञात करना सीख लिया है। हम दशमलव 186.435 पर विचार करें। 186.435 में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान क्या है? हम 186.435 में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान निम्न भांति दर्शा सकते हैं।

1 8 6 4 3 5

5 → 5 हजारवें या $\frac{5}{1000}$

3 → 3 सौवें या $\frac{3}{100}$

4 → 4 दसवें या $\frac{4}{10}$

6 → 6 इकाइयां या 6

8 → 8 दहाइयां या 80

1 → 1 सैंकड़ा या 100

अतः, 186.435 को हम निम्न भांति प्रसारित रूप में लिख सकते हैं।

186.435 = 1 सैंकड़ा + 8 दहाइयां + 6 इकाइयां + 4 दसवें + 3 सौवें + 5 हजारवें

$= 100+ 80+ 6+ \frac{4}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$

अब निम्न का अध्ययन कीजिए :

975.284 = 9 सैंकड़े + 7 दहाइयां + 5 इकाइयां + 2 दसवें + 8 सौवें + 4 हजारवें

$= 900+ 70 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$

29.657 = 2 दहाइयां + 9 इकाइयां + 6 दसवें + 5 सौवें + 7 हजारवें

$= 20 + 9 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} \quad \frac{7}{1000}$

4.808 = 4 इकाइयां + 8 दसवें + 0 सौवें +8 हजारवें

$= 4 + \frac{8}{10} + 0 + \frac{8}{1000}$

10.005 = 1 दहाई + 0 इकाई + 0 दसवें + 0 सौवें + 5 हजारवें

$= 10 + 0 + 0 + 0 + \frac{5}{1000}$

दिए हुए दशमलव को प्रसारित रूप में लिखना आपने सीख लिया है। अब हम दशमलव लिखना सीखेंगे जबकि वह प्रसारित रूप में दिया गया है।

हम कुछ दशमलवों के प्रसारित रूप पर विचार करें।

(i) 8 इकाइयां + 6 दसवें + 7 सौवें + 2 हजारवें

(ii) 4 दहाइयां + 9 इकाइयां + 5 दसवें + 8 हजारवें

(iii) 6 सैंकड़े + 4 दहाइयां + 9 सौवें + 5 हजारवें

(iv) 9 सैंकड़ें + 2 इकाइयां + 4 दसवें + 1 हजारवां

(v) 3 सैंकड़े + 2 दहाइयां + 1 इकाई + 8 हजारवें

हम दशमलवों के अंकों को स्थानीय मान सारणी में निम्नभांति लिख सकते हैं:

| हजार 1000 | सैंकड़े 100 | दहाइयां 10 | इकाइयां 1 | दसवें $\frac{1}{10}$ | सौवें $\frac{1}{100}$ | हजारवें $\frac{1}{1000}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 8 | 6 | 7 | 2 |
| | | 4 | 9 | 5 | 0 | 8 |
| | 6 | 4 | 0 | 0 | 9 | 5 |
| | 9 | 0 | 2 | 4 | 0 | 1 |
| | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 8 |

अतः हम

8 इकाइयां + 6 दसवें + 7 सौवें + 2 हजारवें को 8.672;

4 दहाइयां + 9 इकाइयां + 5 दसवें + 8 हजारवें को 49.508;

6 सैंकड़े + 4 दहाइयां + 9 सौवें + 5 हजारवें को 640.095;

9 सैंकड़े + 2 इकाइयां + 4 दसवें + 1 हजारवां को 902.401; और

3 सैंकड़े + 2 दहाइयां + 1 इकाई + 8 हजारवें को 321.008 लिख सकते हैं।

खाली स्थानों में हम 0 लिखते हैं।

स्थानीय मान सारणी में हम देखते हैं कि एक दिए गए स्थान के ठीक दाईं ओर वाले स्थान का मान दिए गए स्थान के मान का एक-दसवां होता है। इसी तथ्य को लेकर हम स्थानीय मान सारणी को इकाइयों के स्थान से दाईं ओर आगे बढ़ाते हैं। स्थानीय मान सारणी में हमने यह भी देखा कि एक दिए गए स्थान के ठीक बाईं ओर वाले स्थान का मान दिए गए स्थान के मान का 10 गुना होता है।

अत:, हमें ज्ञात होता है कि

10 हजारवें = 1 सौवां
10 सौवें = 1 दसवां
10 दसवें = 1 इकाई

उपर्युक्त संबंध की सहायता से हम लिख सकते हैं कि

12 दसवें = 10 दसवे + 2 दसवें = 1 इकाई + 2 दसवें
23 दसवें = 20 दसवें + 3 दसवें = 2 इकाइयां + 3 दसवें
36 दसवें = 30 दसवें + 6 दसवें = 3 इकाइयां + 6 दसवें

इसी प्रकार,

15 सौवें = 10 सौवें + 5 सौवें = 1 दसवां + 5 सौवें
26 सौवें = 20 सौवें + 6 सौवें = 2 दसवें + 6 सौवें
20 सौवें = 2 दसवें
13 हजारवें = 10 हजारवें + 3 हजारवें = 1 सौवां + 3 हजारवें
26 हजारवें = 20 हजारवें + 6 हजारवें = 2 सौवें + 6 हजारवें

हम निम्न को भी, जैसा दिखाया गया है, लिख सकते है :

1 इकाई + 6 दसवें = 16 दसवें
8 इकाइयां + 8 दसवें = 7 इकाइयां + 18 दसवें
6 दसवें + 2 सौवें = 5 दसवें + 12 सौवें
4 दसवें = 3 दसवें + 10 सौवें
2 सौवें + 1 हजारवां = 1 सौवां + 11 हजारवें
9 सौवें + 3 हजारवें = 8 सौवें + 13 हजारवें

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को, जैसा नीचे (क) में दिखाया गया है, प्रसारित रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) 89.08 = 8 दहाइयां + 9 इकाइयां + 0 दसवें + 8 सौवें
(ख) 615.615 (ग) 593.204 (घ) 18.009 (ङ) 407.099 (च) 24. 902

2. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को, जैसा नीचे (क) में दिखाया गया है, प्रसारित रूप में लिखिए:

(क) $25.488 = 20 + 5 + \frac{4}{10} + \frac{8}{100} + \frac{8}{1000}$
(ख) 714.106 (ग) 908.044 (घ) 99.999 (ङ) 119.008

3. निम्न में से प्रत्येक के लिए दशमलव लिखिए:

(क) 6 दहाइयां + 2 इकाइयां + 1 दसवां + 2 सौवें
(ख) 4 सैंकड़े + 8 दसवें + 4 हजारवें
(ग) 3 सैंकड़े + 4 इकाइयां + 7 सौवें + 5 हजारवें

(घ) 7 दहाइयां + 8 इकाइयां + 2 दसवें + 1 हजारवां
(ङ) 9 इकाइयां + 7 दसवें + 5 सौवें + 9 हजारवें

4. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) 15 दसवें = □ इकाई + 5 दसवें
(ख) 28 दसवें = □ 2 इकाइयां + □ दसवें
(ग) 40 दसवें = □ इकाइयां + 0 दसवें
(घ) 17 सौवें = 1 दसवां + □
(ङ) 24 सौवें = □ दसवें + 4 सौवें
(च) 11 हजारवें = □ 1 सौवां + □ हजारवां
(छ) 27 हजारवें = □ सौवें + □ 7 हजारवें

5. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) 2 इकाइयां + 7 दसवें = 1 इकाई + □ दसवें
(ख) 5 इकाइयां + 4 दसवें = □ इकाइयां + 14 दसवें
(ग) 8 दसवें + 5 सौवें = 7 दसवें + □ सौवें
(घ) 7 दसवें + 8 सौवें = □ दसवें + □ 18 सौवें
(ङ) 4 सौवें + 3 हजारवें = □ सौवें + 13 हजारवें
(च) 3 सौवें + 1 हजारवां = 2 सौवें + □ हजारवें

## II दशमलव को भिन्न में बदलना

कक्षा 4 में, हमने एक दशमलव में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान ज्ञात करना सीख लिया है। हमने दिए गए दशमलव को प्रसारित रूप में व्यक्त करना भी सीखा। अब हम दिए गए दशमलव के प्रसारित रूप की सहायता से उसको भिन्न में बदलना सीखें।

निम्न उदाहरणों का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए। दिए गए दशमलव और उसके समतुल्य भिन्न को देखिए। भिन्न के अंश की तुलना दिए गए दशमलव से कीजिए। भिन्न के हर में शून्यों की सख्या की तुलना भी दिए गए दशमलव में दशमलव स्थानों की संख्या से कीजिए।

(i) $0.7 = 7 \times \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$

(ii) $0.33 = \left(3 \times \frac{1}{10}\right) + \left(3 \times \frac{1}{100}\right) = \frac{3}{10} + \frac{3}{100}$

$= \frac{3 \times 10 + 3}{100} = \frac{30 + 3}{100} = \frac{33}{100}$

(iii) $0.123 = \left(1 \times \frac{1}{10}\right) + \left(2 \times \frac{1}{100}\right) + \left(3 \times \frac{1}{1000}\right)$

$= \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$

$= \frac{(1 \times 100) + (2 \times 10) + 3}{1000}$

$= \frac{100 + 20 + 3}{1000} = \frac{123}{1000}$

इस प्रकार, $0.7 = \frac{7}{10}$

$0.33 = \frac{33}{100}$

$0.123 = \frac{123}{1000}$

**हम क्या देखते हैं?**
**हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में,**

(i) तुल्य भिन्न के अंश का (के) अंक वहीं है (हैं) जो कि दिए गए दशमलव में, दशमलव बिन्दु निकाल देने पर, है (हैं) ; और

(ii) भिन्न के हर में (1 के दाईं ओर) शून्यों की संख्या वही है जो कि दिए गए दशमलव में दशमलव स्थानों की है।

**पुनः, निम्न का अध्ययन कीजिए:**

$$13.7 = 13 + \frac{7}{10} = \frac{(13 \times 10) + 7}{10} = \frac{130 + 7}{10} = \frac{137}{10}$$

$$113.87 = 113 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} = \frac{(113 \times 100) + (8 \times 10) + 7}{100} = \frac{11300 + 80 + 7}{100} = \frac{11387}{100}$$

$$41.07 = 41 + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} = \frac{(41 \times 100) + (0 \times 10) + 7}{100} = \frac{4100 + 0 + 7}{100} = \frac{4107}{100}$$

$$1.256 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000} = \frac{(1 \times 1000) + (2 \times 100) + (5 \times 10) + 6}{1000}$$

$$= \frac{1000 + 200 + 50 + 6}{1000}$$

$$= \frac{1256}{1000}$$

**हम क्या देखते हैं?**
**हमें पुनः ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में**

(i) भिन्न के अंश में वही अंक हैं जो दिए गए दशमलव में बिना दशमलव बिन्दु के ; और

(ii) भिन्न के हर में (1 दाईं ओर) शून्यों की संख्या उतनी ही है जितनी दिए गए दशमलव में दशमलव स्थानों की संख्या।

**इस प्रकार, किसी दशमलव को भिन्न में बदलने के लिए, हम**

(i) दशमलव को, बिना दशमलव बिन्दु के, भिन्न के अंश के स्थान पर लिखते हैं,

(ii) भिन्न में हर के स्थान पर 1 के दाईं ओर उतने ही शून्य लिखते हैं जितनी दिए हुए दशमलव में दशमलव स्थानों की संख्या ; और

(iii) संभव हो तो भिन्न को सरल करते हैं, अर्थात भिन्न को न्यूनतम रूप में लिखते हैं।

**उदाहरण 1.** 0.125 को भिन्न में बदलिए।

**हल :**

$$0.125 = \frac{125}{1000}$$
$$= \frac{1}{8}$$

इस प्रकार $0.125 = \frac{1}{8}$

**उदाहरण 2.** 27.25 को भिन्न में बदलिए।

**हल :**

$$27.25 = \frac{2725}{100}$$
$$= \frac{109}{4} \text{ अथवा } 27\frac{1}{4}$$

इस प्रकार $27,25 = 27\frac{1}{4}$

विकल्प के रूप में,

$$27.25 = 27 + 0.25$$
$$= 27 + \frac{25}{100}$$
$$= 27 + \frac{1}{4} = 27\frac{1}{4}$$

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को भिन्न में बदलिए तथा उसे लघुतम रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) 0.13 (ख) 0.2 (ग) 0.06 (घ) 0.90
(ङ) 0.325 (च) 0.075 (छ) 0.550 (ज) 0.005

2. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को भिन्न में बदलिए और उसको मिश्र संख्या के रूप में लिखिए:

(क) 13.7 (ख) 19.05 (ग) 210.5 (घ) 325.325 (ङ) 102.002

## III समान और असमान दशमलव

कक्षा 4 में हमने समान और असमान भिन्नों के विषय में सीखा है। हम याद करें कि हमने भिन्नों को किस प्रकार समान और असमान भिन्नों में समूहित किया था।

समान हरों वाली भिन्न समान भिन्न कहलाती हैं। असमान हरों वाली भिन्नें असमान भिन्न कहलाती हैं।

**उदाहरण :** $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{12}{10}$, $\frac{97}{10}$ और $\frac{112}{10}$ समान भिन्न हैं।

$\frac{4}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{25}{3}$ और $\frac{12}{7}$ असमान भिन्नें हैं।

**टिप्पणी :** $\frac{4}{10}$ और $\frac{2}{5}$ तुल्य किन्तु असमान भिन्न हैं।

अतः, असमान भिन्न, हो सकता है, तुल्य भिन्न हो या न हों।

जैसे कि समान और असमान भिन्नें होती हैं, ठीक उसी प्रकार समान और असमान दशमलव भी हो सकते हैं।

हम दशमलव के निम्न समूहों पर विचार करें :

(i) 0.3, 0.5, 0.7, 1.7, 2.9, 21.3, 37.6, 137.8

(ii) 0.05, 6.08, 7.13, 21.17, 71.19, 190.09, 211.13

(iii) 0.123, 1.012, 4.111, 7.127, 41.003, 51.647, 119.064

एक समूह के दशमलव दूसरे समूह के दशमलवों से किस प्रकार से अलग हैं?

समूह (i) में प्रत्येक दशमलव में दशमलव वाले भाग में कितने अंक हैं? 1

समूह (ii) में, प्रत्येक दशमलव के दशमलव वाले भाग में कितने अंक हैं? 2

समूह (iii) में, प्रत्येक दशमलव के दशमलव वाले भाग में कितने अंक हैं? 3

दशमलव के दशमलव वाले भाग में अंकों के स्थानों को दशमलव स्थान कहा जाता है। दशमलव के दशमलव वाले भाग का प्रत्येक अंक एक दशमलव स्थान को दर्शाता है। स्थानीय मान सारणी में जो स्थान एक के स्थान के दाईं ओर होते हैं उनसे दशमलव स्थान बनते हैं। इस प्रकार, दशमलव स्थानों के अन्तर्गत दसवों का स्थान, सौवों का स्थान, हजारवों का स्थान, आदि आते हैं।

इस प्रकार समूह (i) में प्रत्येक दशमलव में एक दशमलव स्थान है। समूह (ii) में प्रत्येक दशमलव में दो दशमलव स्थान हैं। समूह (iii) में प्रत्येक दशमलव में तीन दशमलव स्थान हैं।

दशमलव स्थानों की समान संख्या वाले दशमलव समान दशमलव कहलाते हैं। इसी प्रकार दशमलव स्थानों की असमान संख्या वाले दशमलव असमान दशमलव कहलाते हैं।

**उदाहरण :** 0.02, 2.57, 3.01, 11.11 और 314.97 समान दशमलव हैं।

**0.2, 0.02 और 0.002 असमान दशमलव हैं।**

**टिप्पणी :** 0.2, 0.20 और 0.200 तुल्य किन्तु असमान दशमलव हैं। अतः असमान दशमलव, हो सकता है, तुल्य दशमलव हों या न हों

अब नीचे दिए गए समान और असमान दशमलवों के जोड़ों को देखिए।

असमान दशमलव (12.7, 12.72)    असमान दशमलव (131.48, 15.346)

2.3   12.7   12.72   131.48   15.346   1.564

समान दशमलव (2.3, 12.7)    समान दशमलव (12.72, 131.48)    समान दशमलव (15.346, 1.564)

**टिप्पणी :** दशमलवों को समान और असमान दशमलवों से समूहित करते समय, दशमलवों के पूर्ण संख्या वाले भाग के अंकों या स्थानों की संख्या पर विचार नहीं किया जाता। इस स्थिति में दशमलव के केवल दशमलव वाले भाग के अंकों या स्थानों पर विचार किया जाता है।

**आइए करें**

1. दशमलव के निम्न जोड़ों में से किन में समान दशमलव हैं?

(क) 3.9, 13.7 (ख) 9.13, 6.91 (ग) 79.9,7.99
(घ) 3.003, 3.30 (ङ) 123.264, 24.029 (च) 100.70, 5.07

2. दशमलव के निम्न जोड़ों में से किन में असमान दशमलव हैं?

(क) 0.7, 0.70 (ख) 14.4, 14.40 (ग) 7.07, 7.7
(घ) 1.52, 0.152 (ङ) 171.07, 71.07 (च) 10.01, 100.1

3. निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

(क) 0.6 और 0.06 समान दशमलव हैं।
(ख) 0.02, 1.82 और 10.40 असमान दशमलव हैं।
(ग) 11.6 और 111.6 असमान दशमलव हैं।
(घ) 7.17 और 0.717 असमान दशमलव हैं।
(ङ) 16.16 और 18.18 समान दशमलव हैं।
(च) 0.010 और 0.10 समान दशमलव हैं।

## IV असमान दशमलवों को समान दशमलवों में बदलना

उदाहरण के रूप में हम दो असमान दशमलव 0.5 और 0.76 पर विचार करें।
दशमलव 0.5 में दशमलव स्थानों की संख्या कितनी है? 1
दशमलव 0.76 में दशमलव स्थानों की संख्या कितनी है? 2

0.5 और 0.76 को समान दशमलवों में बदलने के लिए, हमें 0.5 को ऐसे दशमलव में बदलने की आवश्यकता है जिसमें दो दशमलव स्थान हों किन्तु उसके मान में परिवर्तन न हों।

हम जानते हैं कि ऐसा दशमलव जो कि 0.5 का तुल्य है किन्तु जिसमें दो **दशमलव** स्थान है, 0.50 है।

दशमलव 0.5 और 0.76 के जोड़े में, हम 0.5 को 0.50 में बदलते हैं।

इस प्रकार,हमें 0.50 और 0.76 प्राप्त होते हैं जिनमें दोनों में दशमलव स्थानों की संख्या समान है। इसलिए, वे समान दशमलव हैं।

दशमलवों के निम्न जोड़ों का और उनमें से प्रत्येक को किस प्रकार समान दशमलवों के जोड़े में बदला गया है इसका अध्ययन कीजिए।

| असमान दशमलव | समान दशमलव |
|---|---|
| (i) 0.7, 7.15 | 0.70, 7.15 |
| (ii) 9.72, 10.1 | 9.72, 10.10 |
| (iii) 31.37, 9.723 | 31.370, 9.723 |
| (iv) 3.051, 4.5 | 3.051, 4.500 |

अब, निम्न का अध्ययन कीजिए :

| असमान दशमलव | समान दशमलव |
|---|---|
| 3.9, 4.54, 34.271 | 3.900, 4.540, 34.271 |
| 6.75, 9.642, 12.9 | 6.750, 9.642, 12.900 |

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें ज्ञात होता है कि** असमान दशमलवों के किसी समूह को समान दशमलवों के समूह में बदलने के लिए, हम

(i) उस दशमलव के दशमलव स्थानों की संख्या पता लगाते हैं जिसमें दशमलव स्थानों की संख्या सर्वाधिक है, और

(ii) दूसरे दशमलवों को उनके ऐसे तुल्य दशमलवों में बदलते हैं जिनमें दशमलव स्थानों की संख्या उतनी ही है जितनी कि सर्वाधिक दशमलव स्थानों की संख्या वाले दशमलव में है।

**उदाहरण 3.** निम्न असमान दशमलवों को समान दशमलवों में बदलिए:
3.5, 8.754, 19.54

**हल :** दशमलव 8.754 में तीन दशमलव स्थान हैं।

अतः, हम 3.5 और 19.54 को उनके ऐसे तुल्य दशमलवों में बदलते हैं जिनमें तीन दशमलव स्थान हों।

इस प्रकार, हम
3.5 को 3.500 में, और
19.54 को 19.540 में बदलते हैं, और 8.754 को जैसा है वैसा ही लिखते हैं।

इस प्रकार हमें 3.500, 8.754 और 19.540 प्राप्त होते हैं। जो समान दशमलव हैं।

**आइए करें**

1. असमान दशमलवों के प्रत्येक जोड़े/समूह को समान दशमलवों के जोड़े/समूह में बदलिए:

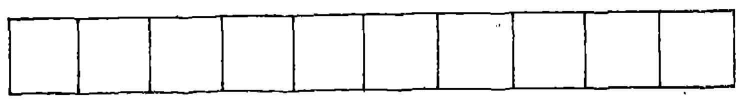
(क) 7.8, 8.71 (ख) 6.06,6.6 (ग) 17.1, 191.375
(घ) 200.001, 19.01 (ङ) 9.1, 9.11, 9,111 (च) 19.001, 9.01, 119.1
(छ) 3.7, 17.5, 37.076 (ज) 3.8, 8.79, 8.079

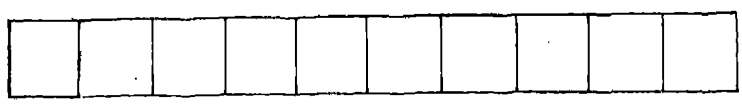
2. कालम I में असमान दशमलवों के कुछ जोड़े/समूह दिए गए हैं। एक विद्यार्थी से असमान दशमलवों के इन जोड़ों/समूहों को समान दशमलवों के जोड़ों/समूहों में बदलने के लिए कहा गया। उसके उत्तर कालम II में दिए गए हैं। उनमें से कौन से सही हैं?

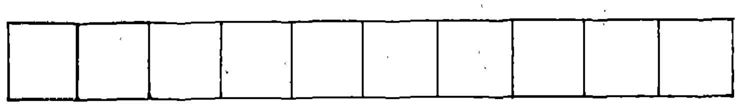
| कालम I | कालम II |
|---|---|
| (क) 3.7, 9.71 | 3.71, 9.71 |
| (ख) 0.06, 0.6 | 0.06, 0.60 |
| (ग) 11.03, 110.3 | 11.3, 110.3 |
| (घ) 5.001, 5.01, 5.1 | 5.001, 5.010, 5.100 |
| (ङ) 9.87, 9.807, 907.8 | 9.871, 9.807, 907.812 |

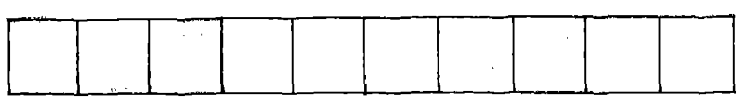
## V दशमलवों को क्रम से लिखना

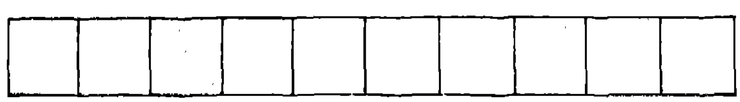
निम्न पट्टियों के छायांकित भागों को देखिए :

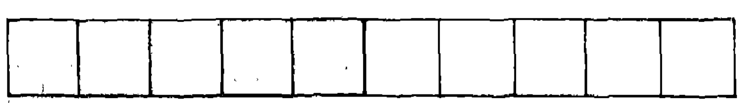


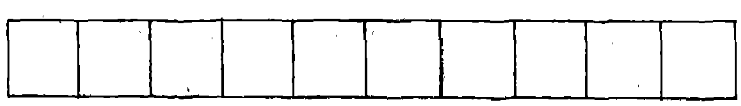
$\frac{1}{10}$ = 0.1 

$\frac{2}{10}$ = 0.2 

$\frac{3}{10}$ = 0.3 

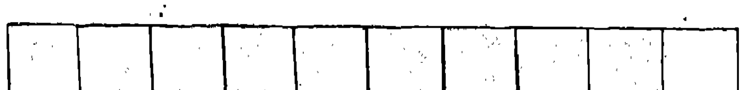
$\frac{4}{10}$ = 0.4 

$\frac{5}{10}$ = 0.5 

$\frac{6}{10}$ = 0.6 

$\frac{7}{10}$ = 0.7 

$\frac{8}{10}$ = 0.8 

$\frac{9}{10}$ = 0.9 

हम क्या देखते हैं?

ऊपर से दूसरी पट्टी का छायांकित भाग पहली पट्टी के छायांकित भाग से अधिक है।

अतः $0.2 > 0.1$, या $\frac{2}{10} > \frac{1}{10}$

ऊपर से तीसरी पट्टी का छायांकित भाग दूसरी पट्टी के छायांकित भाग से अधिक है।

अतः $0.3 > 0.2$, या $\frac{3}{10} > \frac{2}{10}$

इसी प्रकार,

$0.4 > 0.3$, $0.5 > 0.4$, $0.6 > 0.5$

$0.7 > 0.6$, $0.8 > 0.7$, $0.9 > 0.8$

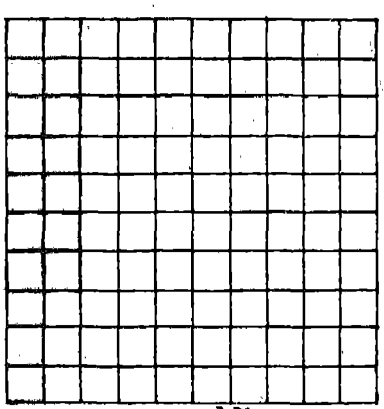
साथ ही,

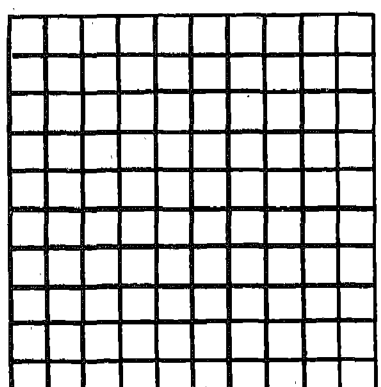
$0.8 > 0.4$, $0.5 > 0.2$, $0.9 > 0.7$

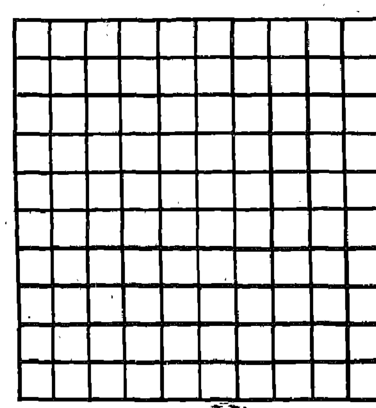
या

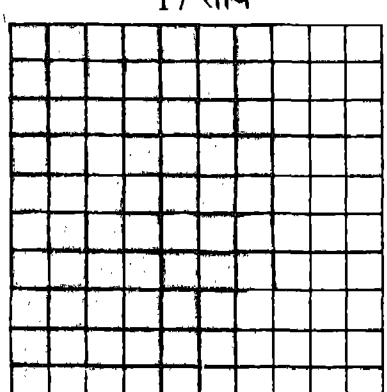
$0.1 < 0.2$, $0.2 < 0.3$, $0.2 < 0.5$

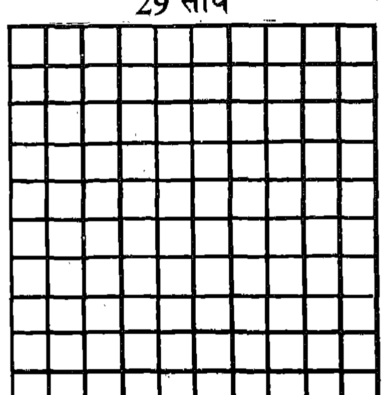
$0.4 < 0.8$, $0.6 < 0.7$, $0.7 < 0.9$

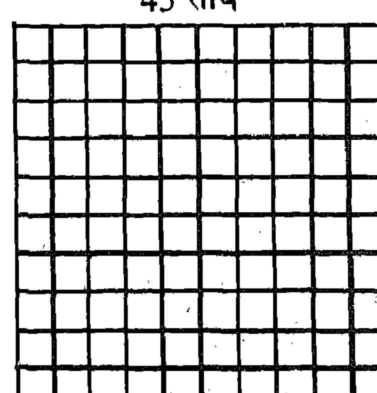

17 सौवें


29 सौवें


45 सौवें


67 सौवें


80 सौवें

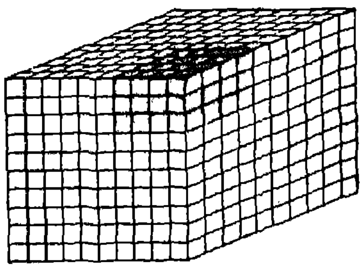

99 सौवें

ऊपर दिए गए आलेखों में छायांकित भागों की तुलना करने पर, हमें ज्ञात होता है कि

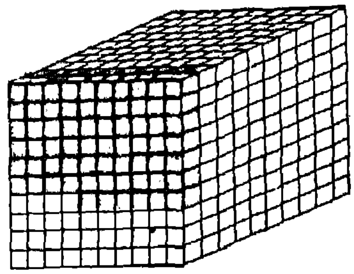
0.17  0.29,  0.45  0.29,  0.45<0.77

0.80>0.77,  0.80<0.99,  0.77<0.80

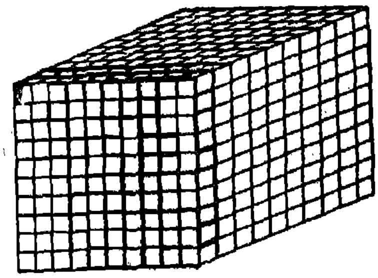
अब, निम्न घनों के छायांकित भागों को ध्यानपूर्वक देखिए:



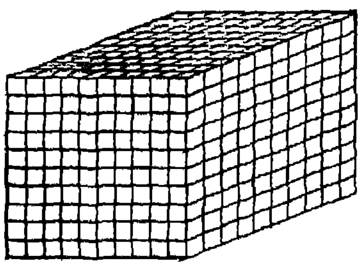
12 हजारवें
0.012



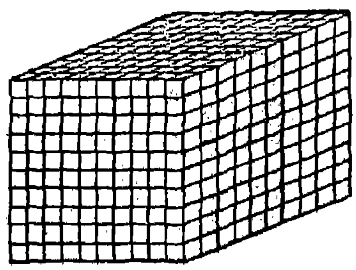
66 हजारवें
0.066



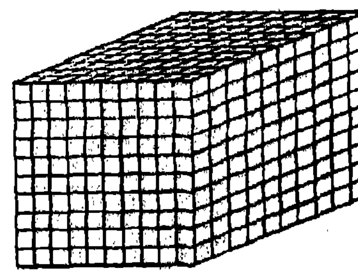
96 हजारवें
0.096



120 हजारवें
0.120



640 हजारवें
0.640



810 हजारवें
0.810

ऊपर दर्शाए गए घनों के छायांकित भागों की तुलना करने पर, हमें ज्ञात होता है कि

0.012 < 0.066, 0.096 > 0.066, 0.640 < 0.810

0.120 > 0.096, 0.640 > 0.120, 0.096 < 0.120

अब निम्न का अध्ययन कीजिए:

0.6>0.4 ← हम दसवों की तुलना करते हैं

0.24>0.22 ← हम सौवों की तुलना करते हैं

0.485>0.374 ← हम हजारवों की तुलना करते हैं

हम देखते हैं कि ऊपर दिए गए प्रत्येक जोड़े में दशमलव समान दशमलव हैं। दशमलवों के प्रत्येक जोड़े में दोनों दशमलवों में दशमलव स्थानों की संख्या समान है।

अब हम, उदाहरण के लिए, दो समान दशमलव 0.8 और 0.6 की तुलना करें।

0.8 >0.6 क्योंकि 8> 6

अब हम कुछ और समान दशमलवों की तुलना करें।

(i) 0.76 और 0.82 की तुलना कीजिए

0.76<0.82 क्योंकि 76<82

(ii) 0.895 और 0.891 की तुलना कीजिए

0.895>0.891 क्योंकि 895>891

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि हम दो समान दशमलवों की तुलना ठीक उसी प्रकार कर सकते हैं जिस प्रकार कि, दशमलव बिन्दु पर ध्यान न देते हुए, दो पूर्ण संख्याओं की तुलना करते हैं। इसी प्रकार, हम ऐसे दो समान दशमलवों की तुलना कर सकते हैं जिनके पूर्ण संख्या वाले भाग भी हैं। इस प्रकार,

20.37    19.67    क्योंकि    2037>1967
201.8<384.9    क्योंकि    2018<3849
18.664>18.601    क्योंकि    18664>18601
7.582<7.583    क्योंकि    7582< 7583

इस बात पर ध्यान दीजिए कि जिन दो दशमलवों में पूर्ण संख्या वाले भाग हैं उनमें वह दशमलव बड़ा होता है जिसका पूर्ण संख्या वाला भाग बड़ा है।

इस प्रकार,

408.06 > 385.67    क्योंकि    408 > 385
20.001>19.987    क्योंकि    20 > 19
2.456>1.968    क्योंकि    2 > 1

1. निम्न दशमलवों के प्रत्येक जोड़े में कौन सा दशमलन बड़ा है?

(क) 0.5, 0.7    (ख) 0.3, 0.6    (ग) 0.11, 0.05
(घ) 0.67, 0.75    (ङ) 0.125,0.215    (च) 18.875,16.986
(छ) 121.432, 135.408    (ज) 6.99, 6.98

2. निम्न दशमलवों के प्रत्येक जोड़े में कौन सा दशमलव छोटा है?

(क) 2.1, 1.3    (ख) 12.5, 5.7    (ग) 12.12, 6.62
(घ) 41.05, 14.50    (ङ) 4.169, 1.469    (च) 2.001, 1.020

3. दशमलवों के प्रत्येक समूह में दशमलवों को बढ़ते क्रम में और घटते क्रम में क्रमबद्ध कीजिए:

(क) 3.73, 4.12, 2.06, 13.63    2.06, 3.73, 4.12, 13.63    13.63, 4.12, 3.73, 2.06,

(ख) ५, 0.521, 0.152, 1.215    (ग) 4.123, 4.132, 41.320, 14.203

अब हम दो या उससे अधिक असमान दशमलवों की तुलना करें। हम 0.6 और 0.63 की तुलना करें। दिए गए दशमलव असमान दशमलव हैं। अतः, हम उनको समान दशमलवों में बदलें।

0.6 = 0.60

अतः, हमें 0.60 और 0.63 प्राप्त होते हैं जो दो समान दशमलव हैं।

0.60 < 0.63 क्योंकि 60 < 63

या, 0.63 > 0.60 क्योंकि 63 > 60

अब हम निम्न असमान दशमलवों की तुलना करें:

(i) 18.1 और 18.106 की तुलना कीजिए।

18.1 = 18.100

18.100 < 18.106 क्योंकि 18100 < 18106

या, 18.106 > 18.100 क्योंकि 18106 > 18100

(ii) 251.4 और 251.308 की तुलना कीजिए।

251.4 = 251.400

251.400 > 251.308 क्योंकि 251400 > 251308

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि दो असमान दशमलवों की तुलना करने के लिए, हम उनको समान दशमलवों में बदलते हैं और उनकी तुलना करते हैं।

**टिप्पणी :** जिन दो दशमलवों में पूर्ण संख्या वाले भाग हैं उनकी तुलना उनके केवल पूर्ण संख्या वाले भागों की तुलना करके की जा सकती है। जिस दशमलव का पूर्ण संख्या वाला भाग अधिक होता है वह दूसरे दशमलव से अधिक होता है।

**उदाहरण :**

7.07 > 3.759 क्योंकि 7 > 3

12.1 < 13.654 क्योंकि 12 < 13

215.14 > 204.978 क्योंकि 215 > 204

86.81 > 68.9 क्योंकि 86 > 68

211.789 < 212.980 क्योंकि 211 < 212

1. दशमलवों के निम्न जोड़ों में से प्रत्येक में कौन सा दशमलव बड़ा है?

(क) 0.7, 0.01 (ख) 0.3, 0.13 (ग) 0.41, 0.091

(घ) 18.215, 18.52 (ङ) 0.1, 0.001 (च) 25.2, 25.203

2. दशमलव के निम्न जोड़ों में से प्रत्येक में कौन सा दशमलव छोटा है?

(क) 1.7, 2.07 (ख) 8.08, 8.008 (ग) 12.4, 12.410

(घ) 0.1, 0.11 (ङ) 0.965, 0.973 (च) 41.05, 50.6

3. निम्न में से प्रत्येक समूह में दशमलवों को बढ़ते क्रम में और घटने क्रम में क्रमबद्ध कीजिए:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (क) | 3.7, | 5.07, | 4.967 | 3.7, 4.967, 5.07 |
| (ख) | 6.09, | 6.097, | 86.9 | 5.07, 4.967, 3.7 |
| (ग) | 17.01, | 912.3, | 9.123 | |
| (घ) | 98.1 , | 98.111, | 98.11 | |

[illegible]

1. निम्न दशमलवों को, जैसा नीचे (क) में दर्शाया गया है, प्रसारित रूप में व्यक्त कीजिए:

(क) 64.75 6 दहाइयां + 4 इकाइयां + 7 दसवें + 5 सौवें
(ख) 8.05 (ग) 24.24 (घ) 12.107 (ङ) 85.675

2. निम्न में से प्रत्येक के लिए दशमलव लिखिए:

| | | | |
|---|---|---|---|
| (क) | 8 दहाइयां | + 4 इकाइयां | + 6 दसवें |
| (ख) | 7 इकाइयां | + 9 सौवें | + 8 हजारवें |
| (ग) | 1 दहाई | + 2 दसवें | + 5 हजारवें |
| (घ) | 5 दहाइयां | + 6 सौवें | |
| (ङ) | 6 दहाइयां | + 3 इकाइयां | + 9 हजारवें |

3. रिक्त स्थानों को भरिए:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (क) | 24 दसवें | = | ☐ इकाइयां | + | 4 दसवें |
| (ख) | 19 सौवें | = | 1 दसवें | + | ☐ सौवें |
| (ग) | 25 हजारवें | = | ☐ सौवें | + | 5 हजारवें |
| (घ) | 16 हजारवें | = | 1 सौवां | + | ☐ हजारवें |

4. रिक्त स्थानों को भरिए:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (क) | 4 इकाइयां | + 8 दसवें | = | ☐ इकाइयां | + | 18 दसवें |
| (ख) | 6 दसवें | + 6 सौवें | = | 5 दसवें | + | ☐ सौवें |
| (ग) | 7 सौवें | + 2 हजारवें | = | ☐ सौवें | + | 12 हजारवें |
| (घ) | 8 दसवें | + 8 हजारवें | = | 7 दसवें | + | ☐ सौवें + 18 हजारवें |

5. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को भिन्न के लघुतम रूप में बदलिए:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (क) | 0.18 | (ख) | 0.8 | (ग) | 0.006 | (घ) | 0.95 |
| (ङ) | 0.405 | (च) | 0.085 | (छ) | 0.025 | (ज) | 0.75 |

6. निम्न में से प्रत्येक दशमलव को भिन्न में बदलिए और उसको मिश्र संख्या के रूप में लिखिए:

(क) 18.75  (ख) 24.05  (ग) 8.2
(घ) 125.125  (ङ) 200.115

7. दशमलव के निम्न जोड़ों में कौन से समान दशमलव हैं?

(क) 8.7, 12.8  (ख) 16.06, 215.75  (ग) 6.4, 6.46
(घ) 18.01, 18.001  (ङ) 85.006, 122.106  (च) 7.5, 7.55

8. असमान दशमलव के निम्न समूहों में से प्रत्येक को समान दशमलव के समूह में बदलिए:

(क) 6.001, 5.01, 8.1  (ख) 12.1, 18.15, 101.785
(ग) 12.8, 12.65, 80.808  (घ) 9.87, 7.9, 8.974

9. निम्न दशमलवों के प्रत्येक जोड़े में > अथवा < का प्रयोग करते हुए दशमलवों की तुलना कीजिए।

(क) 0.875 ☐ 0.865  (ख) 12.125 ☐ 12.235
(ग) 14.76 ☐ 8.98  (घ) 115.1 ☐ 116.15
(ङ) 18.7 ☐ 18.68  (च) 65.087 ☐ 65. 805
(छ) 6.4 ☐ 5.48  (ज) 11.658 ☐ 11.4

10. निम्न दशमलवों के प्रत्येक समूह में दशमलवों को बढ़ते क्रम और घटते क्रम में क्रमबद्ध कीजिए:

(क) 5.6, 5.3, 7.1, 9.6
(ख) 18.1, 9.25, 17.105, 12.444
(ग) 25.25, 25.9, 25.625, 25.005, 25.505
(घ) 64.2, 74.25, 64.015, 74.255
(ङ) 98.1, 65.45, 101.6, 12.999, 6.05

[illegible]

1. केवल दशमलव बिन्दु की स्थिति बदल कर दशमलव 13.5 के मान को सौ गुना कीजिए।

2. 15.15 में दशमलव बिन्दु की स्थिति बदलने से कौन सा सब से बड़ा दशमलव प्राप्त होता है?

# दशमलवों का संकलन (जोड़) और व्यवकलन (घटाव)

1. निम्न में प्रत्येक के लिए दशमलव लिखिए:

   (क) 5 इकाइयां + 6 दसवें + 7 सौवें + 4 हजारवें
   (ख) 2 दहाइयां + 1 इकाई + 8 सौवें
   (ग) 8 सैंकड़े + 9 हजारवें
   (घ) 6 सैंकड़े + 7 इकाइयां + 2 दसवें + 3 हजारवें
   (ङ) 7 इकाइयां + 9 सौवें

2. रिक्त स्थानों को भरिए:

   (क) 16 दसवें = □ इकाई + 6 दसवें
   (ख) 24 सौवें = 2 दसवें + □ सौवें
   (ग) 27 हजारवें = 2 सौवें + 8 हजारवें
   (घ) 18 हजारवें = □ सौवें + 8 हजारवें
   (ङ) 25 सौवें = □ दसवें + 5 सौवें

3. रिक्त स्थानों को भरिए:

   (क) 3 इकाइयां + 6 दसवें = 2 इकाइयां + □ दसवें
   (ख) 6 दसवें + 4 सौवें = □ दसवें + 14 सौवें
   (ग) 7 सौवें + 7 हजारवें = 6 सौवें + □ हजारवें
   (घ) 6 दसवें + 5 हजारवें = □ दसवें + 9 सौवें + 15 हजारवें

## I दशमलवों का जोड़

अब हम दो या तीन दशमलवों को जोड़ना सीखें। उदाहरण के लिए दो दशमलवों 0.5 और 0.3 पर विचार कीजिए।

दशमलवों के जोड़ की प्रक्रिया को हम विभिन्न रूप में दर्शा सकते हैं।

हम 0.5 और 0.3 को निम्न भांति जोड़ते हैं:

***प्रसारित विधि:***

| | | |
|---|---|---|
| | 0.5 → | 5 दसवें |
| + | 0.3 → | 3 दसवें |
| | | 8 दसवें, या 0.8 |

***संक्षिप्त विधि:***

| | |
|---|---|
| | 0.5 |
| + | 0.3 |
| | 0.8 |

इस प्रकार, 0.5 और 0.3 का योगफल 0.8 है।

अब हम 2.14, 4.32 और 1.41 को जोड़ें।

हम 2.14, 4.32 और 1.41 को निम्न भांति जोड़ सकते हैं:

**प्रसारित विधि:**

2.14 → 2 इकाइयां + 1 दसवां + 4 सौवें
+ 4.32 → 4 इकाइयां + 3 दसवें + 2 सौवें
+ 1.41 → 1 इकाई + 4 दसवें + 1 सौवां
7 इकाइयां + 8 दसवें + 7 सौवें, या 7.87

**संक्षिप्त विधि:**

2.14
+ 4.32
+ 1.41
7.87

इस प्रकार 2.14, 4.32 और 1.41 का योगफल 7.87 है।

अब हम 0.234, 6.341 और 2.423 का योगफल ज्ञात करें।

**प्रसारित विधि:**

0.234 → 0 इकाइयां + 2 दसवें + 3 सौवें + 4 हजारवें
+ 6.341 → + 6 इकाइयां + 3 दसवें + 4 सौवें + 1 हजारवां
+ 2.423 → + 2 इकाइयां + 4 दसवें + 2 सौवें + 3 हजारवें
8 इकाइयां + 9 दसवें + 9 सौवें + 8 हजारवें, या 8.998

**संक्षिप्त विधि:**

0.234
+ 6.341
+ 2.423
8.998

इस प्रकार, 0.234, 6.341 और 2.423 का योगफल 8.998 है।

अब हम निम्न उदाहरणों का अध्ययन करें:

(i) 2.321, 3.243 और 1.035 को जोड़िए।

2.321
+ 3.243
+ 1.035
6.599

इस प्रकार, 2.321, 3.243 और 1.035 का योगफल 6.599 है।

(ii) 0.8 और 0.7 को जोड़िए।

0.8
+ 0.7
1.5

इस प्रकार 0.8 और 0.7 का योगफल 1.5 है।

(iii) 2.87 और 3.45 को जोड़िए।

2.87
+ 3.45
6.32

इस प्रकार, 2.87, 3.45 का योगफल 6.32 है।

(iv) 7.546 और 9.867 को जोड़िए।

7.546
+ 9.867
17.413

इस प्रकार, 7.546 और 9.867 का योगफल 17.413 है।

हमें क्या ज्ञात होता है?

दो या दो से अधिक समान दशमलवों का योगफल ज्ञात करने के लिए, हम

(i) योज्यों को कालमों में इस प्रकार लिखते हैं कि सभी योज्यों के दशमलव बिन्दु एक ही कालम में रहें और समान स्थानीय मान वाले अंक समान कालमों में रहें;

(ii) योज्यों को (दशमलव बिन्दुओं पर बिना ध्यान दिए) उसी प्रकार जोड़ते हैं जैसे कि पूर्ण संख्याओं को जोड़ते हैं, और

(iii) योगफल में दशमलव बिन्दु को योज्यों के दशमलव बिन्दुओं के ठीक नीचे रखते हैं।

हम कुछ उदाहरण लें और उनको उपर्युक्त चरणों के अनुसार हल करें।

**उदाहरण 1.** योगफल ज्ञात कीजिए:
16.6 + 8.7 + 24.4

**हल :**

$$\begin{array}{r} 16.6 \\ +\ 8.7 \\ +\ 24.4 \\ \hline 49.7 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 16.6, 8.7 और 24.4 का योगफल 49.7 है।

**उदाहरण 2.** योगफल ज्ञात कीजिए:
2.75 + 8.93 + 6.48

**हल :**

$$\begin{array}{r} 2.75 \\ +\ 8.93 \\ +\ 6.48 \\ \hline 18.16 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार 2.75, 8.93 और 6.48 का योगफल 18.16 है।

**उदाहरण 3.** योगफल ज्ञात कीजिए:
26.847 + 10.025 + 14.809

**हल :**

$$\begin{array}{r} 26.847 \\ +\ 10.025 \\ +\ 14.809 \\ \hline 51.681 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 26.847, 10.025 और 14.809 का योगफल 51.681 है।

**उदाहरण 4.** 712.657, 45.986 और 178.898 को जोड़िए।

**हल :**

$$\begin{array}{r} 712.657 \\ +\ 45.986 \\ +\ 178.898 \\ \hline 937.541 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार 712.657, 45.986 और 178.898 का योगफल 937.541 है।

**अभ्यास प्रश्न**

1. रिक्त स्थानों को भरिए:

(क) 0.2 + 0.6 = ..........
(ख) 0.11 + 0.22 = ........
(ग) 0.765 + 0.123 = ..........
(घ) 0.75 + 0.21 = ........
(ङ) 0.35 + 0.15 = ..........
(च) 0.525 + 0.125 = ........

2. जोड़िए :

(क) 7.5, 4.2 और 3.7
(ख) 8.9, 6.4 और 9.7
(ग) 8.51, 5.71 और 4.72
(घ) 7.525, 6.501 और 8.045
(ङ) 14.005, 25.067 और 17.169

**उदाहरण 5.** 18.7 और 25.65 को जोड़िए।

**हल :** दिये गये दशमलव असमान दशमलव हैं। अतः, हम पहले उनको समान दशमलवों में बदलते हैं।

इस प्रकार, हमें

18.7 + 25.65 = 18.70 + 25.65 प्राप्त होते हैं।

$$\begin{array}{r} 18.70 \\ +\ 25.65 \\ \hline 44.35 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 18.7 और 25.65 का योगफल 44.35 है।

**उदाहरण 6.** योगफल ज्ञात कीजिए:
18.6 + 20.85 + 45.796

**हल :** दिये गये असमान दशमलव को समान दशमलव में बदलने पर 18.600, 20.850 और 45.796 हो जाते हैं।

इस प्रकार, 18.6 + 20.85 + 45.796
= 18.600 + 20.850 + 45.796

$$\begin{array}{r} 18.600 \\ +\ 20.850 \\ +\ 45.796 \\ \hline 85.246 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 18.6, 20.85 और 45.796 का योगफल 85.246 है।

1. रिक्त स्थानों को भरिए:
   (क) 0.1 + 0.16 = ........ (ख) 0.2 + 0.02 = ........ (ग) 0.12 + 0.123 = ........
   (घ) 1.12 + 2.128 = ........ (ङ) 30.1 + 15.455 = ........ (च) 7.608 + 1.6 = ........
2. जोड़िए :
   (क) 7.1 और 9.21 (ख) 13.07 और 71.3
   (ग) 9.9, 2.14 और 2.561 (घ) 11.21, 1.24 और 213.9
   (ङ) 76.2, 2.76 और 2.706 (चं) 45.2, 4.502 और 405.2

**उदाहरण 7.** रंजीता ने जूतों का एक जोड़ा 85.50 रु० में, मोजों का जोड़ा 12.75 रु० में और एक बैग 35.60 रु० में खरीदा। रंजीता ने खरीद में कुल कितनी मुद्रा व्यय की?

**हल :** व्यय की गई मुद्रा

जूतों पर : 85.50 रु०
मोजों पर : 12.75 रु०
बैग पर : 35.60 रु०

इस प्रकार, व्यय की गई कुल मुद्रा (85.50 + 12.75 + 35.60) रु०

$$\begin{array}{r} 85.50 \\ +\ 12.75 \\ +\ 35.60 \\ \hline 133.85 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार रंजीता ने खरीद में कुल 133.85 रु० व्यय किए।

**उदाहरण 8.** रजनी के पिता ने अपने आफिस पहुंचने के लिए अपना स्कूटर 4.5 कि.मी. चलाया। वहां से वह स्कूटर चलाकर सुपर बाजार गए जो उनके आफिस से 0.75 कि.मी. की दूरी पर है। सुपर बाजार से वह रेलवे स्टेशन गए जो सुपर बाजार से 1.675 कि.मी. दूर है। रजनी के पिता ने कुल कितने किलोमीटर स्कूटर चलाया?

हल : रजनी के पिता द्वारा तय की गई दूरी

| | |
|---|---|
| आफिस पहुंचने के लिए | : 4.5 कि.मी. |
| आफिस से सुपर बाजार के लिए | : 0.75 कि.मी. |
| सुपर बाजार से रेलवे स्टेशन के लिए | : 1.67 कि.मी. |
| रजनी के पिता द्वारा तय की गई कुल दूरी | : 4.5 कि. मी. + 0.75 कि. मी. + 1.675 कि. मी. |
| | या |
| | 4.5 00 कि.मी + 0.750 कि. मी. + 1.675 कि.मी. |

4.500

---

---

इस प्रकार रजनी के पिता ने कुल 6.925 कि.मी स्कूटर चलाया।

## आइए करें

1. योगफल ज्ञात कीजिए:
   - (क) 8.1 + 9.7 + 14.7
   - (ख) 9.07 + 15.86 + 27.95
   - (ग) 104.85 + 7.75 + 24.55
   - (घ) 5.475 + 15.574 + 26.888
   - (ङ) 7.3 + 25.65 + 9.008
   - (च) 6.8 + 66.5 + 33.875
   - (छ) 1.66 + 14.92 + 0.975
   - (ज) 140.375 + 80.69 + 24.25
2. एक नगर में मास के पहले तीन दिन में क्रमशः 4.55 से.मी., 2.8 से.मी., और 3.75 से.मी. वर्षा हुई। कुल कितनी वर्षा हुई?
3. सरिता ने 37.75 रु० में पुस्तकें, 9.75 रु० में एक फाउन्टेन पैन और 4.50 रु० में पैंसिलें खरीदीं। उसने कुल कितनी मुद्रा व्यय की?
4. एक दुकानदार ने एक दिन 35.750 कि.ग्रा. गेहूँ बिक्री किया। दुसरे दिन उसने 42.250 कि.ग्रा. गेहूँ बिक्री किया। तीसरे दिन उसने 50.500 कि.ग्रा. गेहूँ बिक्री किया। दुकानदार ने कुल कितना गेहूँ बिक्री किया?
5. एक मज़दूर ने पहले दिन 45.00 रु०; दूसरे दिन 42.50 रु० और तीसरे दिन 51.25 रु० अर्जित किए। उसने कुल कितनी मुद्रा अर्जित की?

## II दशमलवों का घटाव

अब हम एक दशमलव में से दूसरे दशमलव को घटाना सीखें
हम 0.7 में से 0.2 को घटाएं। हम 0.7 में से 0.2 को निम्न भांति घटा सकते हैं :

***प्रसारित विधि :***

0.7 → 7 दसवें
-0.2 → 2 दसवें
5 दसवें या 0.5

***संक्षिप्त विधि :***

0.7
— 0.2
0.5

इस प्रकार, 0.7 और 0.2 में अन्तर 0.5 है।
अब हम 9.84 में से 4.32 को घटाएं।
हम 9.84 में से 4.32 को निम्न भांति घटा सकते है :

***प्रसारित विधि :***

9.84 → 9 इकाइयां + 8 दसवें + 4 सौवें
– 4.32 → 4 इकाइयां + 3 दसवें + 2 सौवें
5 इकाइयां + 5 दसवें + 2 सौवें या 5.52

***संक्षिप्त विधि :***

9.84
— 4.32
5.52

इस प्रकार, 9.84 और 4.32 में अन्तर 5.52 है।
अब हम 6.754 और 2.623 में अन्तर ज्ञात करें।

***प्रसारित विधि :***

6.754 → 6 इकाइयां + 7 दसवें + 5 सौवें + 4 हजारवें
—2.623 → –2 इकाइयां + 6 दसवें + 2 सौवें + 3 हजारवें
4 इकाइयां + 1 दसवां + 3 सौवें + 1 हजारवां या 4.131

***संक्षिप्त विधि :***

6.754
— 2.623
4.131

इस प्रकार 6.754 और 2.623 में अन्तर 4.131 है।
निम्न का ध्यान से अध्ययन कीजिए :

(i) 9.876 में से 5.234 घटाइए।

9.876
— 5.234
4.642

इस प्रकार 9.876 और 5.234 में अन्तर 4.642 है।

(ii) 1.5 में से 0.8 घटाइए।

1.5
— 0.8
0.7

इस प्रकार 1.5 और 0.8 में अन्तर 0.7 है।

(iii) 8.56 में से 6.87 घटाइए।

8.56
— 6.87
1.69

इस प्रकार 8.56 और 6.87 में अन्तर 1.69 है।

(iv) 14.632 में से 8.979 घटाइए।

14.632
— 8.979
5.653

इस प्रकार 14.632 और 8.979 में अन्तर5.653 है।

हमें क्या ज्ञात होता है?

दो दशमलवों में अन्तर ज्ञात करने के लिए, हम

(i) बड़ी संख्या को पहले लिखते हुए, दो दशमलवों को इस प्रकार कालमों में लिखते हैं कि दशमलव बिन्दु एक ही कालम में रहें और समान स्थानीय मान वाले अंक एक कालम में रहें;

(ii) संख्याओं को (दशमलव बिन्दुओं पर बिना ध्यान दिए) उसी प्रकार घटाते हैं जैसे कि पूर्ण संख्याओं को घटाते हैं; और

(iii) फल में दशमलव बिन्दु को दो दिए हुए दशमलवों के दशमलव बिन्दुओं के ठीक नीचे रखते हैं।

हम कुछ उदाहरण लें और उनको उपयुक्त चरणों के अनुसार हल करें

**उदाहरण 9.** 23.2 में से 14.6 घटाएं।

**हल :**

$$\begin{array}{r} 23.2 \\ -\ 14.6 \\ \hline 8.6 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 23.2 और 14.6 में अन्तर 8.6 है।

**उदाहरण 10.** 34.44 में से 28.36 घटाएं।

**हल :**

$$\begin{array}{r} 34.44 \\ -\ 28.86 \\ \hline 5.58 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 34.44 और 28.86 में अन्तर 5.58 है।

**उदाहरण 11.** अन्तर ज्ञात कीजिए :

45.643 — 28.786

**हल :**

$$\begin{array}{r} 45.643 \\ -\ 28.786 \\ \hline 16.857 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 45.643 और 28.786 में अन्तर 16.857 है।

**उदाहरण 12.** अन्तर ज्ञात कीजिए :

85.064 — 36.279

**हल :**

$$\begin{array}{r} 85.064 \\ -\ 36.279 \\ \hline 48.785 \end{array}$$

इस प्रकार, 85.064 और 36.279 में अन्तर 48.785 है

[illegible]

1. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) 0.7 — 0.4 = ···

(ख) 0.76 — 0.56 = ···

(ग) 0.9 — 0.5 = ···

(घ) 0.725 - 0.315 = ···

2. घटाइए :

(क) 51.9 में से 13.7

(ख) 92.2 में से 71.9

(ग) 191.05 में से 71.09

(घ) 8.201 में से 7.091

(ङ) 106.164 में से 86.282.

**उदाहरण 13.** 38.7 में से 24.55 घटाएं।

**हल :** दिए गए दशमलव असमान दशमलव हैं। अतः हम उनको समान दशमलवों में बदलते हैं। इस प्रकार,
हमें 38.7—24.55 = 38.70—24.55 प्राप्त होता है।

$$\begin{array}{r} 38.70 \\ -\ 24.55 \\ \hline 14.15 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 38.7 और 24.55 में अन्तर 14.15 है।

**उदाहरण 14.** 42.53 में से 24.642 घटाइये।

**हल :** दिए गए दशमलव असमान दशमलव हैं। अतः हम उनको समान दशमलवों में बदलते हैं। इस प्रकार
हमें दशमलव 72.530 और 24.642 प्राप्त हो जाते हैं।

$$\begin{array}{r} 72.530 \\ -\ 24.642 \\ \hline 47.888 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, 72.53 और 24.642 में अन्तर 47.888 है।

1. रिक्त स्थानों को भरिए :
   (क) 0.9 — 0.81 =.........
   (ख) 2.7 — 2.16 =.........
   (ग) 2.36—2.35 =.........
   (घ) 13.7—12.07 =.........

2. **घटाइए :**
   (क) 2.9 में से 0.790
   (ख) 4.4 में से 2.39
   (ग) 18.2 में से 12.394
   (घ) 0.3 में से 0.135
   (ङ) 82.51 में से 24.654
   (च) 75.02 में से 65.408

---

**उदाहरण 15.** यात्रा के आरंभ में एक कार का पथ मापी 678.3 कि.मी. दिखा रहा था। यात्रा के अन्त में पथ मापी ने 913.5 कि.मी. दिखाये। कार ने यात्रा के दौरान कितनी दूरी तय की?

**हल :** पथ मापी का आरम्भिक पाठ्यांक : 678.3 कि. मी.
यात्रा के अंत में पथ मापी का पाठ्यांक : 913.5 कि. मी.
कार द्वारा तय की गई दूरी : (913.5 — 678.3) कि. मी.

$$\begin{array}{r} 913.5 \\ -\ 678.3 \\ \hline 235.2 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, कार ने यात्रा के दौरान 235.2 कि.मी. की दूरी तय की।

**उदाहरण 16.** एक दिन एक दुकान में 84.2 कि.ग्रा. चावल था। उस दिन उस में से 65.750 कि.ग्रा. चावल बेचा गया। दुकान में कितना चावल बचा?

**हल :** दुकान में उपलब्ध चावल की मात्रा : 84.2 कि. ग्रा.
बिक्री हुए चावल की मात्रा : 65.750 कि. ग्रा.
दुकान में बाकी बचे चावल की मात्रा : (84.2-65.750) कि. ग्रा.

$$\begin{array}{r} 84.200 \\ -\ 65.750 \\ \hline 18.450 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, दुकान में 18.450 कि. ग्रा. चावल बचा।

**आइए करें**

1. अन्तर ज्ञात कीजिए :
   (क) 8.7 — 5.8 (ख) 18.06 — 9.75
   (ग) 26.065 — 18.575 (घ) 92.5 - 73.678
   (ङ) 102.05 — 88.555 (च) 65.555 — 35.666
2. 30 प्राप्त करने के लिए 18.765 में क्या जोड़ना आवश्यक है?
3. एक पीपे में 86.7 लि. पानी रखा हुआ है। यदि उसमें से 32.4 लि. पानी इस्तेमाल कर लिया गया तो पीपे में कितना पानी बचा?
4. सोहन का स्कूल उसके घर से 9.5 कि. मी. दूर है। वह 8.750 कि. मी. दूरी बस द्वारा तय करता है और बाकी दूरी पैदल। वह कितनी दूर पैदल जाता है?
5. एक 200 लि. धारिता वाले टैंकर में 110.5 लि. तेल है। टैंकर में कितना और तेल डाला जा सकता है?

**पुनरावलोकन प्रश्नावली**

1. **जोडिए :**
   (क) 2.7 और 6.9 (ख) 16.5, 7.9 और 10.6
   (ग) 63.25 और 72.86 (घ) 113.456, 26.763 और 15.106
   (ङ) 0.145, 0.875 और 0.955 (च) 81.2, 42.67 और 15.785
   (छ) 113, 13.1 और 1.133 (ज) 8.8 + 8.88 + 88.888
2. **अन्तर ज्ञात कीजिए :**
   (क) 8.4 — 6.9 (ख) 21.45 — 15.77 (ग) 125.255 — 88.112
   (घ) 17.05 — 8.99 (ङ) 23.3 — 19.455 (च) 84.25 — 25.175
   (छ) 98.4 — 50.75 (ज) 40.444 — 30.555

3. अमीना के पास रिबन के तीन टुकड़े हैं। एक टुकड़ा 3.75 मी. लम्बा, दूसरा 2.6 मी. लम्बा और तीसरा 3.25 मी. लम्बा है। रिबन के तीनों टुकड़ों की कुल लम्बाई कितनी है?

4. एक उचित मूल्य की दुकान पर रविवार को 32.5 कि. ग्रा. चीनी बिक्री हुई, सोमवार को 27.750 कि. ग्रा. चीनी बिक्री हुई और मंगलवार को 29.750 कि. ग्रा. चीनी बिक्री हुई। तीन दिनों में कुल कितनी चीनी बिक्री हुई?

5. एक ग्वाले के पास 25.5 लि. दूध था। उसने 18.750 लि. दूध बिक्री किया। ग्वाले के पास कितना दूध बचा?

6. एक रस्सी 8.25 मी. लम्बी है। यदि उसमें से एक 3.75 मी. लम्बा टुकड़ा काट लिया गया, तो बाकी रस्सी के टुकड़े की लम्बाई कितनी है?

7. दो संख्याओं का योगफल 31.021 है। यदि उनमें से एक संख्या 11.56 है तो दूसरी संख्या ज्ञात करो।

8. दो लड़कों ने 100 मी. की दौड़ दौड़ी। पहले लड़के ने उस दूरी को 12.15 सैकेण्ड में पूरा किया जब कि दूसरे लड़के ने उस दूरी को 11.88 सैकेण्ड में पूरा किया। दोनों लड़कों द्वारा लिए गए समय में क्या अन्तर था?

9. 8.436 और 2.49 के अन्तर को 12.3 और 21.79 के योगफल में से घटाइए।

**जांच-पड़ताल हेतु प्रश्न**

1. वह अंक ज्ञात कीजिए जो सभी * के स्थानों पर लिखा जा सकता है।

```
  3 . * 5 2
+ 1 . 0 7 *
+ 5 . 4 * 2
+ * . 7 3 *
-----------
 1 * . 9 2 *
```

2. वह दो दशमलव ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 1 हो और अन्तर 0.5 हो।

# दशमलवों का गुणन (गुणा) और भाग

**आइये दोहराएं**

1. निम्न में से प्रत्येक भिन्न के लिए दशमलव लिखिए :

(क) 8 दसवें    (ख) 24 दसवें    (ग) 82 सौवें

(घ) 124 हजारवें    (ङ) 600 हजारवें    (च) 102 सौवें

2. निम्न में से प्रत्येक के लिए दशमलव लिखिए :

(क) $\frac{2}{10}$    (ख) $\frac{24}{10}$    (ग) $\frac{77}{10}$    (घ) $\frac{80}{10}$    (ङ) $\frac{99}{10}$

(च) $\frac{245}{100}$    (छ) $\frac{872}{100}$    (ज) $\frac{8888}{100}$    (झ) $\frac{565}{1000}$    (ञ) $\frac{59}{1000}$

(ट) $\frac{70}{100}$    (ठ) $\frac{6}{1000}$    (ड) $\frac{702}{1000}$    (ढ) $\frac{9}{100}$    (ण) $\frac{899}{100}$

(त) $\frac{65400}{1000}$    (थ) $\frac{75540}{100}$    (द) $\frac{6752}{100}$    (ध) $\frac{675}{10}$    (न) $\frac{68542}{1000}$

## I. दशमलवों का गुणन (गुणा)

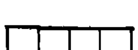
अब हम दशमलव को पूर्णसंख्या से और दशमलव से गुणा करने की प्रक्रिया सीखेंगे।

### क. दशमलव को पूर्ण संख्या से गुणा

निम्न आकृतियों का अध्ययन कीजिए :

यदि  1 को दर्शाता है, तो

 1 दसवां, या $\frac{1}{10}$ , या 0.1 को दर्शाता है, और

 1 दसवां $\times$ 4, या $\frac{1}{10} \times 4$, या $0.1 \times 4$ को दर्शाता है।

हम जानते हैं कि 1 दसवां × 4 = 4 दसवें = 0.4

इसी प्रकार $\frac{1}{10} \times 4 = \frac{1 \times 4}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$

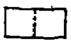
हम यह भी जानते हैं कि

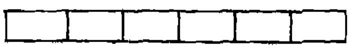
$0.1 \times 4 = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.4$

इस प्रकार, $0.1 \times 4 = 0.4$

अब निम्न आकृतियों को ध्यान पूर्वक देखिए :

यदि  1 को दर्शाता है, तो

 2 दसवें, या $\frac{2}{10}$, या 0.2 को दर्शाता है, और

 2 दसवें × 6, या $\frac{2}{10} \times 6$ या $0.2 \times 6$ को दर्शाता है।

हम जानते हैं कि 2 दसवें × 6 = 12 दसवें

= 10 दसवें + 2 दसवें

= 1 इकाई + 2 दसवें

= 1 + 0.2

= 1.2

इस प्रकार, 2 दसवें × 6 = 1.2

इसी प्रकार, $\frac{2}{10} \times 6 = \frac{2 \times 6}{10} = \frac{12}{10} = 1.2$

हम यह भी जानते हैं कि $0.2 \times 6 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 1.2$

इस प्रकार, $0.2 \times 6 = 1.2$

हम निम्न पर विचार करें और प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल ज्ञात करें:

(i) 0.9 को 5 से गुणा कीजिए।

$0.9 \times 5 = 0.9 + 0.9 + 0.9 + 0.9 + 0.9$

$= 4.5$

इस प्रकार, $0.9 \times 5 = 4.5$

(ध्यान दें $9 \times 5 = 45$)

$0.9 \times 5 = \frac{9}{10} \times 5$

$= \frac{9 \times 5}{10}$

$= \frac{45}{10}$

इस प्रकार, $0.9 \times 5 = 4.5$

(ii) 0.36 को 3 से गुणा कीजिए।

0.36 × 3 = 0.36 + 0.36 + 0.36

= 1.08

इस प्रकार, 0.36 × 3 = 1.08

(ध्यान दें 36. × 3 = 108)

$$0.36 \times 3 = \frac{36}{100} \times 3 = \frac{36 \times 3}{100} = \frac{108}{100} = 1.08$$

इस प्रकार, 0.36 × 3 = 1.08

(iii) 0.575 को 4 से गुणा कीजिए।

0.575 × 4 = 0.575 + 0.575 + 0.575 + 0.575

= 2.300, या 2.3

इस प्रकार, 0.575 × 4 = 2.300, या 2.3

(ध्यान दें 575 × 4 = 2300)

$$0.575 \times 4 = \frac{575}{1000} \times 4 = \frac{575 \times 4}{1000} = \frac{2300}{1000} = 2.300 \text{ या } 2.3$$

इस प्रकार, 0.575 × 4 = 2.300, या 2.3

(iv) 1.7 को 4 से गुणा कीजिए।

1.7 × 4 = 1.7 + 1.7 + 1.7 + 1.7

= 6.8

इस प्रकार, 1.7 × 4 = 6.8

(ध्यान दें 17 × 4 = 68)

$$1.7 \times 4 = \frac{17}{10} \times 4 = \frac{17 \times 4}{10} = \frac{68}{10} = 6.8$$

इस प्रकार, 1.7 × 4 = 6.8

(v) 8.32 को 2 से गुणा कीजिए।

8.32 × 2 = 8.32 + 8.32

= 16.64

इस प्रकार, 8.32 × 2 = 16.64

(ध्यान दें 832 × 2 = 1664)

$$8.32 \times 2 = \frac{832}{100} \times 2 = \frac{832 \times 2}{100} = \frac{1664}{100} = 16.64$$

इस प्रकार, 8.32 × 2 = 16.64

(vi) 5.648 को 3 से गुणा कीजिए।

$5.648 \times 3 = 5.648 + 5.648 + 5.648$

$= 16.944$

इस प्रकार, $5.648 \times 3 = 16.944$

(ध्यान दें $5648 \times 3 = 16944$)

अब निम्न का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए:

(i) $0.9 \times 5 = 4.5$
$9 \times 5 = 45$

(ii) $0.36 \times 6 = 2.16$
$36 \times 6 = 216$

(iii) $0.575 \times 3 = 1.725$
$575 \times 3 = 1725$

(iv) $1.7 \times 4 = 6.8$
$17 \times 4 = 68$

(v) $5.648 \times 3 = 16.944$
$5648 \times 3 = 16944$

(vi) $8.32 \times 2 = 16.64$
$832 \times 2 = 1664$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि उपरोक्त प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल में उतने ही दशमलव स्थान हैं जितने स्वयं गुण्य में।

इस प्रकार, दशमलव और पूर्ण संख्या का गुणनफल ज्ञात करने के लिए, हम

(i) उसी प्रकार गुणा करते हैं जैसे कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणा; और

(ii) गुणनफल में दशमलव बिन्दु उतने ही दशमलव स्थान प्राप्त करने के लिए लगाते हैं जितने कि गुण्य में हैं।

**उदाहरण 1:** 13.4 को 2 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम देखते हैं कि गुण्य (13.4) में एक दशमलव स्थान है। अतः, गुणनफल में एक दशमलव स्थान ही होगा।

हम जानते हैं कि $134 \times 2 = 268$

इस प्रकार, $13.4 \times 2 = 26.8$

**उदाहरण 2** 22.12 को 4 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम देखते हैं कि गुण्य (22.12) में दो दशमलव स्थान हैं। अतः, गुणनफल में दो दशमलव स्थान ही होंगे।

हम जानते हैं कि $2212 \times 4 = 8848$

इस प्रकार, $22.12 \times 4 = 88.48$

**उदाहरण 3** 23.132 को 3 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम देखते हैं कि गुण्य (23.132) में तीन दशमलव स्थान हैं। अतः, गुणनफल में तीन दशमलव स्थान ही होंगे।

हम जानते हैं कि 23132 × 3 = 69396

इस प्रकार, 23.132 × 3 = 69.396

**उदाहरण 4** 28.65 को 25 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम 2865 को 25 से गुणा करते हैं।

```
  2 8 6 5
    × 2 5
---------
  1 4 3 2 5 ← 2865 × 5
  5 7 3 0 0 ← 2865 × 20
-----------
  7 1 6 2 5
```

क्योंकि, 2868 × 25 = 71625

इसलिए, 28.65 × 25 = 716.25 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 5** 67.395 को 62 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम 67395 को 62 से गुणा करते हैं।

```
    67395
    ×  62
---------
   134790 ← 67395 × 2
  4043700 ← 67395 × 60
---------
  4178490
```

क्योंकि, 67395 × 62 = 4178490,

इसलिए, 67.395 × 62 = 4178.490.

या 4178.49 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 6** 2.365 को 126 से गुणा कीजिए।

**हल:** हम 2365 को 126 से गुणा करते हैं।

```
    2365
   × 126
--------
   14190 ← 2365 × 6
   47300 ← 2365 × 20
  236500 ← 2365 × 100
--------
  297990
```

क्योंकि, 2365 × 126 = 297990

इसलिए, 2.365 × 126 = 297.990,

या 297.99 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 7** 1 मी. कपड़े का दाम 36.75 रु० है। 7 मी. कपड़े का दाम ज्ञात कीजिए।

**हल:** 1 मी. कपड़े का दाम : 36.75 रु०

7 मी. कपड़े का दाम : (36.75 × 7) रु०

हम 3675 को 7 से गुणा करते हैं

```
   3675
     ×7
  -----
  25725
```

क्योंकि, 3675 × 7 = 25725

इसलिए, 36.75 × 7 = 257.25

इस प्रकार, 7 मी. कपड़े का दाम 257.25 रु० है।

**आइए करें**

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (क) | 4.6 × 3 | (ख) | 4.04 × 13 | (ग) | 4.004 × 136 |
| (घ) | 28.7 × 8 | (ङ) | 28.654 × 42 | (च) | 136.07 × 38 |
| (छ) | 1.012 × 144 | (ज) | 3.207 × 29 | (झ) | 0.005 × 49 |

2. यदि 6237 × 4 = 24948, तो बिना वास्तव में गुणा की क्रिया किए, निम्न में से प्रत्येक का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(क) 6.237 × 4 (ख) 62.37 × 4 (ग) 623.7 × 4 (घ) 0.6237 × 4

3. 1 किग्रा. आमों का दाम 9.25 रु० है। 6 किग्रा. आमों का दाम कितना होगा?

4. 1 लिटर पैट्रोल का दाम 8.62 रु० है। 30 लिटर पैट्रोल का दाम कितना होगा?

**ख. दशमलव को 10, 100, 1000 आदि से गुणा**

निम्न में प्रत्येक में हम दशमलव और पूर्ण संख्या का गुणनफल ज्ञात करें:

(i) 2.45 × 10 (ii) 56.137 × 10 (iii) 35.9 × 10

हम किसी दिए हुए दशमलव और 10 का गुणनफल निम्न दो विधियों से ज्ञात कर सकते हैं:

(i) 2.45 × 10

$$2.45 \times 10 = \frac{245}{100} \times 10 = \frac{245 \times 10}{100} = \frac{2450}{100}$$

24.50, या 24.5

इस प्रकार, 2.45 × 10 = 24.5

2.45 × 10

हम देखते हैं कि गुण्य (2.45) में दो दशमलव स्थान हैं। अत: गुणनफल में दो दशमलव स्थान ही होंगे।

हम 245 को 10 से गुणा करते हैं

245 × 10 = 2450

क्योंकि, 245 × 10 = 2450 इसलिए, हमें 2.45 × 10 = 24.50, या 24.5 प्राप्त होता है।

(ii) $56.157 \times 10$

$$56.157 \times 10 = \frac{56157}{1000} \times 10 = \frac{56157 \times 10}{1000} = \frac{561570}{1000} = 561.570, \text{ या } 561.57$$

इस प्रकार, $56.157 \times 10 = 561.57$

$56.157 \times 10$

हम 56157 को 10 से गुणा करते हैं।

$56157 \times 10 = 561570$

क्योंकि, $56157 \times 10 = 561570$ इसलिए, हमें $56.157 \times 10 = 561.570$, या 561.57 प्राप्त होता है।

अतः, $56.157 \times 10 = 561.57$

(iii) $35.9 \times 10$

$$35.9 \times 10 = \frac{359}{10} \times 10 = \frac{359 \times 10}{10} = \frac{3590}{10} = 359.0, \text{ या } 359$$

इस प्रकार, $35.9 \times 10 = 359$

$35.9 \times 10$

हम 359 को 10 से गुणा करते हैं

$359 \times 10 = 3590$

क्योंकि, $359 \times 10 = 3590$, इसलिए हमें $35.9 \times 10 = 359.0$, या 359 प्राप्त होता है।

इस प्रकार, $35.9 \times 10 = 359$

निम्न का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए और प्रत्येक उदाहरण में गुण्य तथा गुणनफल में दशमलव बिन्दु के स्थान को देखिए :

(i) $2.45 \times 10 = 24.50$, या 24.5

(ii) $56.157 \times 10 = 561.570$, या 561.57

(iii) $35.9 \times 10 = 359.0$, या 359

हम क्या देखते हैं ?

**हमें ज्ञात होता है कि हम किसी दशमलव और 10 का गुणनफल, गुण्य में दशमलव बिन्दु को केवल एक स्थान दाईं ओर हटाकर, प्राप्त कर सकते हैं।**

इस प्रकार,

(i) 7.2 × 10 = 72.0, या 72 (ii) 19.24 × 10 = 192.40, या 192.4
(iii) 28.146 × 10 = 281.460 या 281.46 (iv) 310.003 × 10 = 3100.030, या 3100.03
(v) 0.008 × 10 = 0.08 (iv) 0.09 × 10 = 0.9

आइए अब हम निम्न में प्रत्येक का गुणनफल ज्ञात करें :

(i) 1.687 × 100 (ii) 24.59 × 100
(iii) 9.5 × 100 (iv) 6.789 × 1000
(v) 27.54 × 1000 (vi) 0.008 × 1000

हम किसी दशमलव और 100 या 1000 का गुणनफल निम्न दो विधियों से ज्ञात कर सकते हैं :

(i) 1.687 × 100

$$1.687 \times 100 = \frac{1687}{1000} \times 100 = \frac{1687 \times 100}{1000} = \frac{168700}{1000} = 168.700 \text{ या } 168.7$$

इस प्रकार, 1.687 × 100 = 168.7

1.687 × 100
हम 1687 को 100 से गुणा करते हैं।
1687 × 100 = 168700
क्योंकि, 1687 × 100 = 168700, इसलिए हमें
1.687 × 100 = 168.700, या 168.7
प्राप्त होता है।

इस प्रकार, 1.687 × 100 = 168.7

(ii) 24.59 × 100

$$24.59 \times 100 = \frac{2459}{100} \times 100 = \frac{2459 \times 100}{100} = \frac{245900}{100} = 2459.00$$

या 2459

इस प्रकार, 24.59 × 100 = 2459

24.59 × 100
हम 2459 को 100 से गुणा करते हैं।
2459 × 100 = 245900
क्योंकि, 2459 × 100 = 245900, इसलिए हमें
24.59 × 100 = 2459.00 या 2459
प्राप्त होता है।

इस प्रकार, 24.59 × 100 = 2459

(iii) $9.5 \times 100$

$$9.5 \times 100 = \frac{95}{10} \times 100$$
$$= \frac{95 \times 100}{10}$$
$$= \frac{9500}{10}$$
$$= 950.0$$

या 950

इस प्रकार, $9.5 \times 100 = 950$

$9.5 \times 100$

हम 95 को 100 से गुणा करते हैं।

$95 \times 100 = 9500$

क्योंकि, $95 \times 100 = 9500$ इसलिए हमें

$9.5 \times 100 = 950.0$ या 950

प्राप्त होता है।

इस प्रकार, $9.5 \times 100 = 950$

(iv) $6.789 \times 1000$

$$6.789 \times 1000 = \frac{6789}{1000} \times 1000$$
$$= \frac{6789 \times 1000}{1000}$$
$$= \frac{6789000}{1000}$$
$$= 6789.000$$

या 6789

इस प्रकार, $6.789 \times 1000 = 6789$

$6.789 \times 1000$

हम 6789 को 1000 से गुणा करते हैं।

$6789 \times 1000 = 6789000$

क्योंकि, $6789 \times 1000 = 6789000$ इसलिए हमें

$6.789 \times 1000 = 6789.000$ या 6789

प्राप्त होता है।

इस प्रकार, $6.789 \times 1000 = 6789$

(v) $27.54 \times 1000$

$$27.54 \times 1000 = \frac{2754}{100} \times 1000$$
$$= \frac{2754 \times 1000}{100}$$
$$= \frac{2754000}{100}$$
$$= 27540.00$$ या 27540

इस प्रकार, $27.54 \times 1000 = 27540$

$27.54 \times 1000$

हम 2754 को 1000 से गुणा करते हैं।

$2754 \times 1000 = 2754000$

क्योंकि, $2754 \times 1000 = 2754000$ इसलिए हमें

$27.54 \times 1000 = 27540.00$ या 27540

प्राप्त होता है।

इस प्रकार, $27.54 \times 1000 = 27540$

(vi) $0.008 \times 1000$

$0.008 \times 1000 = \frac{8}{1000} \times 1000$

$= \frac{8 \times 1000}{1000}$

$= \frac{8000}{1000}$

$= 8.000$ या 8

इस प्रकार, $0.008 \times 1000 = 8$

$0.008 \times 1000$

हम 8 को 1000 से गुणा करते हैं।

$8 \times 1000 = 8000$

क्योंकि, $8 \times 1000 = 8000$ इसलिए हमें

$0.008 \times 1000 = 8.000$ या 8

प्राप्त होता है।

इस प्रकार, $0.008 \times 1000 = 8$

अब निम्न का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए और प्रत्येक उदाहरण में गुण्य तथा गुणनफल में दशमलव बिन्दु के स्थान को देखिए :

(i) $1.687 \times 100 = 168.7$

(ii) $24.59 \times 100 = 2459$

(iii) $9.5 \times 100 = 950$

(iv) $6.789 \times 1000 = 6789$

(v) $27.54 \times 1000 = 27540$

(vi) $0.008 \times 1000 = 8$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि हम किसी दशमलव और 100 का गुणनफल, गुण्य में दशमलव बिन्दु को केवल दो स्थान दाईं ओर हटाकर, प्राप्त कर सकते हैं।

हमें यह भी ज्ञात होता है कि हम किसी दशमलव और 1000 का गुणनफल, गुण्य में दशमलव बिन्दु को केवल तीन स्थान दाईं ओर हटाकर, प्राप्त कर सकते हैं।

इस प्रकार,

(i) $7.858 \times 100 = 785.8$

(ii) $16.909 \times 1000 = 16909$

(iii) $1.005 \times 100 = 100.5$

(iv) $70.001 \times 1000 = 70001$

(v) $16.666 \times 100 = 1666.6$

(vi) $585.09 \times 100 = 58509$

निम्न को देखिए :

(i) $0.85 \times 10 = 8.5$

(ii) $7.68 \times 100 = 768$

(iii) $16.104 \times 1000 = 16104$

(iv) $76.08 \times 10 = 760.8$

(v) $25.75 \times 100 = 2575$

(vi) $1.009 \times 1000 = 1009$

प्रत्येक उदाहरण में गुणक में कितने शून्य हैं? प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल प्राप्त करने के लिए हमने गुण्य में दशमलव बिन्दु को कितने स्थान हटाया? क्या इनके बीच में आपको कोई संबंध ज्ञात होता है?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में, गुणनफल गुण्य के दशमलव बिन्दु को उतने ही स्थान दाईं ओर हटाकर ज्ञात किया जा सकता है जितने कि शून्य गुणक में हैं।

इस प्रकार, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि हम किसी दशमलव और 10, 100, 1000, आदि का गुणनफल गुण्य के दशमलव बिन्दु को उतने ही स्थान दाईं ओर हटाकर ज्ञात कर सकते हैं जितने कि शून्य गुणक में हैं।

**उदाहरण 8** गुणनफल ज्ञात कीजिए : $21.76 \times 100$

*हल :* हम देखते हैं कि गुणक में 2 शून्य हैं। अतः, गुणनफल प्राप्त करने के लिए, हम 21.76 (गुण्य) में दशमलव बिन्दु को दो स्थान दाईं ओर हटाते हैं।

$$21.76 \times 100 = 2176$$

इस प्रकार, 21.76 और 100 का गुणनफल 2176 है।

**उदाहरण 9** गुणनफल ज्ञात कीजिए : $8.004 \times 1000$

*हल :* हम देखते हैं कि गुणक में 3 शून्य हैं। अतः गुणनफल प्राप्त करने के लिए, हम 8.004 (गुण्य) में दशमलव बिन्दु को तीन स्थान दाईं ओर हटाते हैं।

$$8.004 \times 1000 = 8004$$

इस प्रकार, 8004 और 1000 का गुणनफल 8004 है।

**उदाहरण 10** गुणनफल ज्ञात कीजिए : $0.5 \times 100$

*हल :* हम देखते हैं कि गुणक में 2 शून्य हैं। अतः गुणनफल प्राप्त करने के लिए, हम 0.5 (गुण्य) में दशमलव बिन्दु को दो स्थान दाईं ओर हटाते हैं।

$$0.5 \times 100 = 50$$

इस प्रकार, 0.5 और 100 का गुणनफल 50 है।

*टिप्पणी :* गुण्य में यहाँ केवल एक दशमलव स्थान है। क्योंकि गुण्य के दशमलव बिन्दु को दो स्थान दाईं ओर हटाया जाना है, इसलिए हम गुण्य के दशमलव संख्या वाले भाग के अन्तिम अंक के दाईं ओर एक शून्य बाद में और लगाते हैं।

**उदाहरण 11** गुणनफल ज्ञात कीजिए : 7.7 × 1000

**हल :** हम देखते हैं कि यहाँ गुणक में तीन शून्य हैं। अत:, गुणनफल ज्ञात करने के लिए, हम 7.7 (गुण्य) में दशमलव बिन्दु को तीन स्थान दाईं ओर हटाते हैं।

$$7.7 \times 1000 = 7700$$

अत: 7.7 और 1000 का गुणनफल 7700 है।

**टिप्पणी :** गुण्य मे यहाँ केवल एक दशमलव स्थान है। क्योंकि गुण्य के दशमलव बिन्दु को तीन स्थान दाईं ओर हटाया जाना है, अत: हम गुण्य के दशमलव संख्या वाले भाग के अन्तिम अंक के दाईं ओर दो शून्य बाद में लगाते हैं।

**उदाहरण 12** एक कमीज़ की सिलाई के लिए 2.25 मी. कपड़े की आवश्यकता है। इस प्रकार की 10 कमीजों की सिलाई के लिए कितने कपड़े की आवश्यकता है ?

**हल :** 1 कमीज़ के लिए आवश्यक कपड़ा : 2.25 मी.
10 कमीज के लिए आवश्यक कपड़ा : 2.25 मी. × 10

$$2.25 \text{ मी.} \times 10 = (2.25 \times 10) \text{ मी. } 22.5 \text{ मी.}$$

इस प्रकार, 10 कमीजों की सिलाई के लिए 22.5 मी. कपड़े की आवश्यकता है।

**आइए करें**

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए :
   (क) 0.5 × 10 (ख) 7.28 × 100 (ग) 5.414 × 1000
   (घ) 16.2 × 100 (ङ) 0.01 × 1000 (च) 9.999 × 100
   (छ) 90.09 × 100 (ज) 10.001 × 10 (झ) 25.005 × 1000

2. निम्न में से प्रत्येक का गुणनफल मौखिक बताइए :
   (क) 0.4 × 10 (ख) 0.4 × 100 (ग) 0.4 × 1000
   (घ) 0.05 × 10 (ङ) 0.05 × 100 (च) 0.05 × 1000
   (छ) 80.08 × 10 (ज) 80.08 × 100 (झ) 80.08 × 1000
   (ञ) 6.555 × 10 (ट) 6.555 × 100 (ठ) 6.555 × 1000

3. रिक्त स्थानों को भरिए :

| | | | |
|---|---|---|---|
| (क) | 3.7 × __ = 37 | (ख) | 6.5 × __ = 6500 |
| (ग) | 1.012 × __ = 1012 | (घ) | 6.08 × __ = 608 |
| (ङ) | 8.428 × __ = 84.28 | (च) | 16.666 × __ = 16666 |
| (छ) | 24.2 × __ = 2420 | (ज) | 0.2 × __ = 200 |

4. एक लिटर दूध के दाम 5.25 हैं। 100 लि. दूध का क्या दाम होगा?

5. एक बोरी में 99.3 कि.ग्रा. गेहूं है। इस प्रकार की 1000 बोरियों में कितना गेहूं है?

## ग. दशमलव को दशमलव से गुणा

अब हम एक दशमलव और दूसरे दशमलव का गुणनफल ज्ञात करना सीखेंगे।
हम निम्न पर विचार करें :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) | 0.2 × 0.3 | (ii) | 2.3 × 3.8 | (iii) | 0.25 × 0.7 |
| (iv) | 6.23 × 1.7 | (v) | 3.4 × 1.02 | (vi) | 7.08 × 0.5 |

(i) $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{2 \times 3}{10 \times 10} = \frac{6}{100} = 0.06$

इस प्रकार, 0.2 × 0.3 = 0.06
(ध्यान दें 2 × 3 = 6)

(ii) $2.3 \times 3.8 = \frac{23}{10} \times \frac{38}{10} = \frac{23 \times 38}{10 \times 10} = \frac{874}{100} = 8.74$

इस प्रकार, 2.3 × 3.8 = 8.74
(ध्यान दें 23 × 38 = 874)

(iii) $0.25 \times 0.7 = \frac{25}{100} \times \frac{7}{10} = \frac{25 \times 7}{100 \times 10} = \frac{175}{1000} = 0.175$

इस प्रकार, 0.25 × 0.7 = 0.175
(ध्यान दें 25 × 7 = 175)

(iv) $6.23 \times 1.7 = \frac{623}{100} \times \frac{17}{10} = \frac{623 \times 17}{100 \times 10} = \frac{10591}{1000} = 10.591$

इस प्रकार, 6.23 × 1.7 = 10.591
(ध्यान दें 623 × 17 = 10591)

(v) $3.4 \times 1.02 = \frac{34}{10} \times \frac{102}{100} = \frac{34 \times 102}{10 \times 100} = \frac{3468}{1000} = 3.468$

इस प्रकार, $3.4 \times 1.02 = 3.468$

(ध्यान दें $34 \times 102 = 3468$)

(vi) $7.08 \times 0.5 = \frac{708}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{708 \times 5}{100 \times 10} = \frac{3540}{1000} = 3.540$, या 3.54

इस प्रकार, $7.08 \times 0.5 = 3.540$ या 3.54

(ध्यान दें $708 \times 5 = 3540$)

अब निम्न का अध्ययन कीजिए। यह ज्ञात कीजिए कि गुण्य और गुणक में एक साथ मिलाकर कितने दशमलव स्थान हैं और उनकी संख्या की तुलना गुणनफल के दशमलव स्थानों की संख्या से कीजिए।

(i) $0.2 \times 0.3 = 0.06$
$2 \times 3 = 6$

(ii) $2.3 \times 3.8 = 8.74$
$23 \times 38 = 874$

(iii) $0.25 \times 0.7 = 0.175$
$25 \times 7 = 175$

(iv) $6.23 \times 1.7 = 10.591$
$623 \times 17 = 10591$

(v) $3.4 \times 1.02 = 3.468$
$34 \times 102 = 3468$

(vi) $7.08 \times 0.5 = 3.540$
$708 \times 5 = 3540$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है किकिसी उपरोक्त प्रत्येक उदाहरण में गुणनफल में उतने ही दशमलव स्थान हैं जितने कि गुण्य तथा गुणक में एक साथ मिलाकर।

इस प्रकार, दो दशमलवों का गुणनफल ज्ञात करने के लिए, हम

(i) गुणा की क्रिया वैसे ही करते हैं जैसे दो पूर्ण संख्याओं के गुणा की क्रिया, और

(ii) गुणनफल में दशमलव बिन्दु ऐसे स्थान पर लगाते हैं कि उसमें इतने दशमलव स्थान रहें जितने गुण्य और गुणक में एक साथ मिलाकर हैं।

**उदाहरण 13.** 14.25 और 6.4 का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

**हल :** $14.25 \times 6.4$

हम 1425 को 64 से गुणा करते हैं।

```
  1425
 × 64
  5700 ←—— 1425 × 4
 85500 ←—— 1425 × 60
 91200
```

हम देखते हैं कि गुण्य और गुणक में मिलाकर तीन दशमलव स्थान हैं। अत: गुणनफल में तीन दशमलव स्थान होना आवश्यक हैं।

क्योंकि, 1425 × 64 = 91200
अत: हमें 14.25 × 6.4 = 91.200 या 91.2 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 14** 4.01 और 2.02 का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

*हल :* 4.01 × 2.02

हम 401 को 202 से गुणा करते हैं।

```
   401
 × 202
   802 ←—— 401 × 2
  0000 ←—— 401 × 0
 80200 ←—— 401 × 200
 81002
```

हम देखते हैं कि गुण्य और गुणक में मिलाकर चार दशमलव स्थान हैं। अत:, गुणनफल में चार दशमलव स्थान होना आवश्यक है।

क्योंकि, 401 × 202 = 81002
अत:, हमें 4.01 × 2.02 = 8.1002 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 15** 1 मी. रिबन का दाम 2.25 रु. है। 7.5 मी. रिबन का दाम कितना होगा?

*हल :* 1 मी. रिबन का दाम : 2.25 रु.
7.5 मी. रिबन का दाम : (2.25 × 7.5) रु.

2.25 × 7.5

हम 225 को 75 से गुणा करते हैं

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times\ 75 \\ \hline 1125 \leftarrow 225 \times 5 \\ 15750 \leftarrow 225 \times 70 \\ \hline 16875 \\ \hline \end{array}$$

हम देखते हैं कि गुण्य और गुणक में मिलाकर तीन दशमलव स्थान हैं।

क्योंकि, 225 × 75 = 16875
अतः, हमें 2.25 × 7.5 = 16.875 प्राप्त होता है।
इस प्रकार, 7.5 मी. रिबन का दाम 16.875 रु. होगा।

**आइए करें**

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(क) 3.4 × 1.45 (ख) 1.45 × 3.4 (ग) 7.8 × 9.5

(घ) 7.05 × 2.03 (ङ) 5.414 × 2.8 (च) 8.28 × 7.12

(छ) 6.04 × 5.05 (ज) 1.125 × 4.4 (झ) 10.15 × 20.4

2. यदि 36 × 98 = 3528, तो, बिना प्रत्यक्ष गुणा किए, प्रत्येक में गुणनफन ज्ञात कीजिए:

(क) 3.6 × 9.8 (ख) 3.6 × 98 (ग) 0.36 × 98

(घ) 0.36 × 9.8 (ङ) 0.36 × 0.98 (च) 3.6 × 0.98

## II. दशमलवों के गुणन के गुणधर्म

हम निम्न को गुणा करें और गुणनफलों की तुलना करें :

(i) 0.8 को 6 से गुणा कीजिए
0.8 × 6

(ii) 6 को 0.8 से गुणा कीजिए।
6 × 0.8

क्योंकि, 8 × 6 = 48
अतः, हमें 0.8 × 6 = 4.8 प्राप्त होता है

या, $0.8 \times 6 = \frac{8}{10} \times 6$

$= \frac{8 \times 6}{10}$

$= \frac{48}{10}$

= 4.8

अत: 0.8 × 6 = 4.8

क्योंकि, 6 × 8 = 48
अतः, हमें 6 × 0.8 = 4.8 प्राप्त होता है

या, 6 × 0.8

$= \frac{6 \times 8}{10}$

$= 6 \times \frac{8}{10}$

$= \frac{48}{10}$

= 4.8

अत: 6 × 0.8 = 4.8

इस प्रकार, हम **0.8 × 6 = 6 × 0.8** प्राप्त करते हैं।

(iii) 0.25 को 0.3 से गुणा कीजिए।
0.25 × 0.3
क्योंकि, 25 × 3 = 75
अतः, हमें 0.25 × 0.3 = 0.075 प्राप्त होता है।
अतः, 0.25 × 0.3 = 0.075

(iv) 0.3 को 0.25 से गुणा कीजिए।
0.3 × 0.25
क्योंकि, 3 × 25 = 75
अतः, हमें 0.3 × 0.25 = 0.075 प्राप्त होता है।
अतः, 0.3 × 0.25 = 0.075

इस प्रकार, हम **0.25 × 0.3 = 0.3 × 0.25** प्राप्त करते हैं।

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि **जब हम दशमलव को पूर्ण संख्या या दशमलव से गुणा करते हैं, तो गुणनखण्डों के क्रम का गुणनफल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। दूसरे शब्दों में, हम दो दशमलवों का किसी भी क्रम में गुणा करें, गुणनफल वही रहता है**

अब निम्न का अध्ययन कीजिए:

0.2 × 4 = 0.8
0.2 × 3 = 0.6
0.2 × 2 = 0.4
0.2 × 1 = 0.2

0.35 × 4 = 1.40
0.35 × 3 = 1.05
0.35 × 2 = 0.70
0.35 × 1 = 0.35

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि **दशमलव और 1 का गुणनफल स्वयं दशमलव होता है।**

अब हम निम्न का अध्ययन करें :

$0.3 \times 4 = 1.2$
$0.3 \times 3 = 0.9$
$0.3 \times 2 = 0.6$
$0.3 \times 1 = 0.3$
$0.3 \times 0 = 0.0$

$0.15 \times 4 = 0.60$
$0.15 \times 3 = 0.45$
$0.15 \times 2 = 0.30$
$0.15 \times 1 = 0.15$
$0.15 \times 0 = 0.00$

हम क्या देखते हैं?
हमें ज्ञात होता है कि दशमलव और 0 का गुणनफल 0 होता है।

**आइए करें**

1. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) $0.8 \times 6 = 6 \times$ ——
(ख) $7.01 \times$ —— $= 5 \times 7.01$
(ग) $0.75 \times 9 =$ —— $\times 0.75$
(घ) $24.5 \times 8 = 8 \times$ ——
(ङ) $11.11 \times$ —— $= 3 \times 11.11$
(च) —— $\times 7 = 7 \times 6.5$

2. रिक्त स्थानों को भरिए :

(क) $0.18 \times 0 =$ ——
(ख) $7.25 \times$ —— $= 7.25$
(ग) $15.25 \times$ —— $= 0$
(घ) $5.3 \times 1 =$ ——
(ङ) —— $\times 1 = 25.25$
(च) $2.5 \times$ —— $= 0$

## III. दशमलवों का भाग

अब हम दशमलव को पूर्ण संख्या से और दशमलव से भाग करने की प्रक्रिया सीखेंगे। हम यह भी सीखेंगे कि पूर्ण संख्या को दशमलव से कैसे भाग करते हैं, और एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से, भागफल में दशमलव के साथ, कैसे भाग करते हैं।

### क. दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग

हम एक दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग करें, उदाहरण के लिए 0.6 को 2 से।

हम 0.6 को 2 से अलग-अलग विधिओं से भाग कर सकते हैं।

$0.6 \div 2 = 6$ दसवें $\div 2$

$= (6 \div 2)$ दसवें

3 दसवें

$= 0.3$

इस प्रकार, $0.6 \div 2 = 0.3$

$$0.6 \div 2 = \frac{6}{10} \div 2 = \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{10} \times 6\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \times \left(6 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{10} \times \frac{6}{2} = \frac{1}{10} \times 3 = \frac{3}{10} = 0.3$$

इस प्रकार, $0.6 \div 2 = 0.3$

$0.6 \div 2$

```
   0.3
2 ) 0.6
    0
    06
     6
     0
```

इस प्रकार,
$0.6 \div 2 = 0.3$

अब हम निम्न पर विचार करें

(i) $0.24 \div 6$ (ii) $0.625 \div 5$ (iii) $0.077 \div 7$

(iv) $3.12 \div 8$ (v) $12.675 \div 3$

(i) $0.24 \div 6$ $= 24$ सौंवे $\div 6$

$= (24 \div 6)$ सौवें

$= 4$ सौवें

$= 0.04$

इस प्रकार, $0.24 \div 6 = 0.04$

$$0.24 \div 6 = \frac{24}{100} \div 6 = \frac{24}{100} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{100} \times 24\right) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{100} \times \left(24 \times \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{100} \times \frac{24}{6} = \frac{1}{100} \times 4 = \frac{4}{100} = 0.04$$

इस प्रकार, $0.24 \div 6 = 0.04$

$0.24 \div 6$

```
   0.04
6 ) 0.24
    0
    02
     0
     24
     24
      0
```

इस प्रकार,
$0.24 \div 6$
$= 0.04$

(ii) 0.625 ÷ 5 = 625 हजारवें ÷ 5
= (625 ÷ 5) हजारवें
= 125 हजारवें
= 0.125

इस प्रकार, 0.625 ÷ 5 = 0.125

$$0.625 + 5 = \frac{625}{1000} + 5$$
$$= \frac{625}{1000} \times \frac{1}{5}$$
$$= \left(\frac{1}{1000} \times 625\right) \times \frac{1}{5}$$
$$= \frac{1}{1000} \times \left(625 \times \frac{1}{5}\right)$$
$$= \frac{1}{1000} \times \frac{625}{5}$$
$$= \frac{1}{1000} \times 125$$
$$= \frac{125}{1000}$$
$$= 0.125$$

इस प्रकार, 0.625 + 5 = 0.125

0.625 ÷ 5

```
      0.125
  5 / 0.625
      0
      ---
      0 6
        5
      ---
        12
        10
      ---
         25
         25
      ---
          0
```

इस प्रकार,
0.625 ÷ 5
= 0.125

(iii) 0.077 ÷ 7 = 77 हजारवें ÷ 7
= (77 ÷ 7) हजारवें
= 11 हजारवें
= 0.011

इस प्रकार, 0.077 ÷ 7 = 0.011

$$0.077 + 7 = \frac{77}{1000} + 7$$
$$= \frac{77}{1000} \times \frac{1}{7}$$
$$= \left(\frac{1}{1000} \times 77\right) \times \frac{1}{7}$$
$$= \frac{1}{1000} \times \left(77 \times \frac{1}{7}\right)$$
$$= \frac{1}{1000} \times \frac{77}{7}$$
$$= \frac{1}{1000} \times 11$$
$$= \frac{11}{1000}$$
$$= 0.011$$

इस प्रकार, 0.077 + 7 = 0.011

0.777 ÷ 7

```
      0.011
  7 / 0.077
      0
      ---
       0
       0
      ---
        7
        7
      ---
        07
         7
      ---
         0
```

इस प्रकार,
0.077 ÷ 7
= 0.011

(iv) $3.12 \div 8$

= (3 इकाइयां + 12 सौवें) ÷ 8

= (300 सौवें + 12 सौवें) ÷ 8

= (312 सौवें) ÷ 8

= (39 सौवें)

= 0.39

इस प्रकार, $3.12 \div 8 = 0.39$

$$3.12 \div 8 = \frac{312}{100} \div 8$$
$$= \frac{312}{100} \times \frac{1}{8}$$
$$= \left(\frac{1}{100} \times 312\right) \times \frac{1}{8}$$
$$= \frac{1}{100} \times \left(312 \times \frac{1}{8}\right)$$
$$= \frac{1}{100} \times \frac{312}{8}$$
$$= \frac{1}{100} \times 39$$
$$= \frac{39}{100}$$
$$= 0.39$$

इस प्रकार, $3.12 \div 8 = 0.39$

$3.12 \div 8$

```
    0.39
 8 ) 3.12
     0
     31
     24
      72
      72
       0
```

इस प्रकार,
$3.12 \div 8$
$= 0.39$

(v) $12.675 \div 3$

= (12 इकाइयां + 675 हजारवें) ÷ 3

= (12000 हजारवें + 675 हजारवें) ÷ 3

= 12675 हजारवें ÷ 3

= (12675 ÷ 3) हजारवें

= 4225 हजारवें

= 4.225

इस प्रकार, $12.675 \div 3 = 4.225$

विकल्प रूप में:

(12 इकाइयां + 675 हजारवें) ÷ 3

= (12 इकाइयां ÷ 3)
+ (675 हजारवें ÷ 3)

= 4 इकाइयां + 225 हजारवें

= 4.225

इस प्रकार, $12.675 \div 3 = 4.225$

$$12.675 \div 3 = \frac{12675}{1000} \div 3$$
$$= \frac{12675}{1000} \times \frac{1}{3}$$
$$= \left(\frac{1}{1000} \times 12675\right) \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{1}{1000} \times \left(12675 \times \frac{1}{3}\right)$$
$$= \frac{1}{1000} \times \frac{12675}{3}$$
$$= \frac{1}{1000} \times 4.225$$
$$= \frac{4225}{1000}$$
$$= 4.225$$

इस प्रकार, $12.675 \div 3 = 4.225$

$12.675 \div 3$

```
     4.225
 3 ) 12.675
     12
      06
       6
       07
        6
        15
        15
         0
```

इस प्रकार,
$12.675 \div 3$
$= 4.225$

अब हम दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग की आवश्यकता वाले कुछ और उदाहरणों पर विचार करें। भागफल ज्ञात करने के लिए हम संक्षिप्त विधि का प्रयोग करते हैं।

(i) 125.375 ÷ 25 (ii) 88.88 ÷ 22 (iii) 38.007 ÷ 9

(i) 125.375 ÷ 25

```
       5.015
25 ) 125.375
     125
     ---
       3
       0
     ---
      37
      25
     ---
     125
     125
     ---
       0
```

इस प्रकार, 125.375 ÷ 25 = 5.01

(ii) 88.88 ÷ 22

```
       4.04
22 )  88.88
      88
      --
       8
       0
      --
      88
      88
      --
       0
```

इस प्रकार, 88.88 ÷ 22 = 4.04

(iii) 38.007 ÷ 9

```
      4.223
9 )  38.007
     36
     ---
      2.0
      1 8
     ---
      20
      18
     ---
      27
      27
     ---
       0
```

इस प्रकार, 38.007 ÷ 9 = 4.223

उपरोक्त को दृष्टि में रखते हुए, किसी दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग करने के लिए हम निम्न चरणों में कार्य करते हैं :

(i) हम (दशमलव बिन्दु पर ध्यान दिए बिना) भाग की क्रिया वैसे ही करते हैं जैसे कि पूर्ण संख्याओं के भाग की क्रिया।

(ii) सब से पहले हम भाज्य के पूर्ण संख्या वाले भाग को भाग करते हैं। उसके बाद हम भाग फल में इकाइओं के स्थान के दाईं ओर दशमलव बिन्दु रखते हैं, और तब भाज्य के दशमलव संख्या वाले भाग को भाग करने के लिए अग्रसर होते हैं।

(iii) यदि भाज्य का पूर्ण संख्या वाला भाग शून्य है तो हम भागफल में इकाई के स्थान पर 0 रख कर शुरु करते हैं। तब हम भागफल में इकाई के स्थान के 0 के दाईं ओर दशमलव बिन्दु रखते हैं और दशमलव बिन्दु के दाईं ओर भाज्य के प्रत्येक अंक के लिए एक 0 तब तक लिखते जाते हैं जब तक कि अंकों से मिल कर ऐसी संख्या नहीं बन जाती जो भाजक से अधिक हैं।

(iv) यदि भाज्य का पूर्ण संख्या वाला भाग भाजक से कम है, तब हम भागफल में इकाई के स्थान में 0 लिख कर शुरु करते हैं। उसके बाद हम भागफल में इकाई के स्थान के 0 के दाईं ओर एक दशमलव बिन्दु लगाते हैं। यदि भाज्य के पूर्ण संख्या वाले भाग और दशमलव संख्या वाले भाग के पहले अंक से मिल कर बनी संख्या भाजक से कम है, तो इस दशमलव बिन्दु के दाईं ओर हम एक शून्य (0) रखते हैं। यदि भाज्य के पूर्ण संख्या वाले भाग और दशमलव वाले भाग के पहले दो अंकों से मिलकर बनी संख्या भी भाजक से कम है, तो हम एक के स्थान पर दो शून्य (0) रखते हैं तथा, यदि आवश्यकता पड़े, तो यह क्रम जारी रहता है।

(v) यदि अन्तिम शेष शून्य नहीं है तो हम भाज्य के दाईं ओर उतने ही शून्य लगाते चले जाते हैं जितने कि भाग की प्रक्रिया में अन्तिम शेष को शून्य तक लाने के लिए आवश्यक हों।

**निम्न उदाहरणों का अध्ययन कीजिए। उनसे आपको दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग देने की प्रक्रिया को समझने में और सहायता मिलेगी।**

**उदाहरण 16.** 125.086 को 26 से भाग कीजिए।

**हल :**

```
       4.811
26 ) 125.086
     104
     ---
      210
      208
      ---
        28
        26
        --
         26
         26
         --
          0
```

इस प्रकार, 125.086 ÷ 26 = 4.811

**उदाहरण 17.** 3.024 को 36 से भाग कीजिए।

**हल :**

```
      0.084
36 ) 3.024
     0
     --
     30
      0
     ---
     302
     288
     ---
      144
      144
      ---
        0
```

इस प्रकार, 3.024 ÷ 36 = 0.084

**उदाहरण 18.** 0.192 को 12 से भाग कीजिए।

**हल :**

```
      0.016
12 ) 0.192
     0
     -
     1
     0
     --
     19
     12
     --
      72
      72
      --
       0
```

**इस प्रकार,** 0.192 ÷ 12 = 0.016

**उदाहरण 19.** 4.23 को 15 से भाग कीजिए।

**हल :**

```
      0.282
15 ) 4.230 ← शून्य जोड़िए
     0
     --
     42
     30
     ---
     123
     120
     ---
       30
       30
       --
        0
```

अन्तिम शेष शून्य से अलग है। अतः, हम भाज्य के दाईं ओर उतने ही शून्य लगाते चले जाते हैं जितने कि अन्तिम शेष को शून्य तक लाने के लिए आवश्यक हैं।

इस प्रकार, 4.23 ÷ 15 = 0.282

**उदाहरण 20 :** 3.84 मी. लम्बे एक रिबन के 4 बराबर के टुकड़े किए गए हैं। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी है?

**हल :** रिबन की लम्बाई : 3.84 मी.
रिबन के किए गए टुकडों की संख्या : 4
प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई : (3.84 ÷ 4) मी.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.96 \\
\hline
4 & 3.84 \\
 & \underline{0\phantom{.84}} \\
 & 38 \\
 & \underline{36} \\
 & \phantom{0}24 \\
 & \underline{\phantom{0}24} \\
 & \phantom{00}0
\end{array}
$$

इस प्रकार रिबन के प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई 0.96 मी. है।

**आइए करें**

1. भागफल ज्ञात कीजिए :

(क) 2.1 ÷ 3 (ख) 3.9 ÷ 3 (ग) 4.8 ÷ 6

(घ) 12.8 ÷ 4 (ङ) 4.27 ÷ 7 (च) 55.19 ÷ 19

(छ) 6.05 ÷ 25 (ज) 24.66 ÷ 12 (झ) 1.008 ÷ 14

(ञ) 1.5 ÷ 12 (ट) 9.2 ÷ 16 (ठ) 8.016 ÷ 24

2. यदि 1125 ÷ 15 = 75, तो, बिना वास्तव में भाग की क्रिया किए, प्रत्येक का भागफल ज्ञात कीजिए :

(क) 11.25 ÷ 15 (ख) 1.125 ÷ 15

(ग) 0.1125 ÷ 15 (घ) 112.5 ÷ 15

**ख. दशमलव को 10, 100, 1000, आदि से भाग कीजिए :**

हम निम्न पर विचार करें जिनमें भाजक 10, 100, 1000, आदि है :

(i) 15.5 ÷ 10

15.5 ÷ 10

```
       1.55
10 ) 15.50
     10
     ----
      5 5
      5 0
     ----
       50
       50
     ----
        0
```

इस प्रकार,

15.5 ÷ 10 = 1.55

= 1.55

(ii) 430.75 ÷ 100

430.75 ÷ 100

```
        4.3075
100 ) 430.7500
      400
      -----
       30 7
       30 0
      -----
          75
          00
      -----
         750
         700
      -----
         500
         500
      -----
           0
```

इस प्रकार,

430.75 ÷ 100

= 4.3075

(iii) 1256.4 ÷ 1000

1256.4 ÷ 1000

```
         1.2564
1000 ) 1256.4000
       100
       ------
        256 4
        200 0
       ------
         56 40
         50 00
       ------
          6 400
          6 000
       ------
           4000
           4000
       ------
              0
```

इस प्रकार,

1256.4 ÷ 1000

= 1.2564

भागफल और भजनफल में दशमलव बिन्दुओं की स्थिति पर ध्यान दीजिए।
हम क्या देखते हैं ?

**हमें ज्ञात होता है कि किसी दशमलव को 10, 100, 1000 आदि से भाग करते समय, हमें भागफल भाज्य के दशमलव बिन्दु को उतने ही स्थान बाईं ओर हटाने से प्राप्त होता है जितने कि भाजक में शून्य हैं।**

इस प्रकार, हमें

(i) 14.17 ÷ 10 = 1.417 (ii) 243.7 ÷ 100 = 2.437

(iii) 323.8 ÷ 1000 = 0.3238 (iv) 8.5 ÷ 10 = 0.85

(v) 6.42 ÷ 100 = 0.0642 (vi) 0.6 ÷ 10 = 0.06

(vii) 0.5 ÷ 100 = 0.05 (viii) 84.84 ÷ 100 = 0.8484

*टिप्पणी :* यदि भाज्य में दशमलव बिन्दु के बाईं ओर कोई अंक नहीं है(हैं), तो हम भागफल प्राप्त करने के लिए शून्यों की आवश्यक संख्या प्रारंभ में लगा देते हैं।
[ऊपर उदाहरण (vi) और (vii) पर विशेष ध्यान दीजिए]

**उदाहरण 21 :** 3.6 को 100 से भाग कीजिए।

*हल :* क्योंकि यहां भाजक में दो शून्य हैं, इसलिए हम भाज्य में दशमलव बिन्दु को दो स्थान बाईं ओर हटाते हैं।
इस प्रकार, हमें 3.6 ÷ 100 = 0.036 प्राप्त होता है।

**उदाहरण 22 :** 17.5 को 1000 से भाग कीजिए।

*हल :* यहां भाजक में तीन शून्य हैं। अतः हम भाज्य में दशमलव बिन्दु को तीन स्थान बाईं ओर हटाते हैं।
इस प्रकार, हमें 17.5 ÷ 1000 = 0.0175 प्राप्त होता है।

[illegible]

**भागफल ज्ञात कीजिए:**

| | | |
|---|---|---|
| 1. 13.6 ÷ 10 | 2. 216.4 ÷ 100 | 3. 10.2 ÷ 10 |
| 4. 836.7 ÷ 1000 | 5. 425.5 ÷ 10 | 6. 82.6 ÷ 100 |
| 7. 0.85 ÷ 10 | 8. 0.8 ÷ 10 | 9. 1.4 ÷ 1000 |

**अब हम निम्न पर विचार करें जिनमें भाजक 10 या 100 या 1000 का गुणन है:**

(i) 18.24 को 20 से भाग कीजिए।

हम 18.24 को 20 से दो विधियों से भाग दे सकते हैं।

```
       0.912
    ________
20 ) 18.240
     00
     ----
     18 2
     18 0
     ----
        24
        20
        ---
         40
         40
         ---
          0
```

इस प्रकार, 18.24 ÷ 20 = 0.912

$$18.24 \div 20 = \frac{18.24}{20} = \frac{18.24}{10 \times 2}$$

$$= \frac{18.24}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1.824 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1.824}{2}$$

$$= 0.912$$

इस प्रकार, 18.24 ÷ 20 = 0.912

(ii) 65.5 को 50 से भाग कीजिए।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.31 \\
\hline
50 & 65.50 \\
 & \underline{50\phantom{.00}} \\
 & 15.5\phantom{0} \\
 & \underline{15.0\phantom{0}} \\
 & 50 \\
 & \underline{50} \\
 & 0
\end{array}
$$

इस प्रकार, 65.5 ÷ 50 = 1.31

$$65.5 \div 50 = \frac{65.5}{50} = \frac{65.5}{10 \times 5} = \frac{65.5}{10} \times \frac{1}{5} = 6.55 \times \frac{1}{5} = \frac{6.55}{5} = 1.31$$

इस प्रकार, 65.5 ÷ 50 = 1.31

(iii) 8.48 को 400 से भाग कीजिए।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.0212 \\
\hline
400 & 8.4800 \\
 & \underline{0\phantom{.4800}} \\
 & 84 \\
 & \underline{0} \\
 & 848 \\
 & \underline{800} \\
 & 480 \\
 & \underline{400} \\
 & 800 \\
 & \underline{800} \\
 & 0
\end{array}
$$

$$8.48 \div 400 = \frac{8.48}{400} = \frac{8.48}{100} \times \frac{1}{4} = 0.0848 \times \frac{1}{4} = \frac{0.0848}{4} = 0.0212$$

इस प्रकार, 8.48 ÷ 400 = 0.0212

इस प्रकार, 8.48 ÷ 400 = 0.0212

(iv) 25.14 को 3000 से भाग कीजिए।

```
          0.00838
3000 ) 25.14000
        0
       ----
       25 1
          0
       ----
       2514
          0
       ----
       25140
       24000
       -----
        11400
         9000
       -----
         24000
         24000
       -----
             0
```

इस प्रकार, 25.14 ÷ 3000 = 0.00838

$$25.14 \div 3000 = \frac{25.14}{3000}$$

$$= \frac{25.14}{1000} \times \frac{1}{3}$$

$$= 0.02514 \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{0.02514}{3}$$

$$= 0.00838$$

इस प्रकार, 25.14 ÷ 3000 = 0.00838

उपरोक्त में हम क्या देखते हैं?

हम देखते हैं कि किसी दशमलव को 10, 100 अथवा 1000 के किसी गुणज से भाग करने के लिए, हम पहले दशमलव बिन्दु को उतने स्थान बाईं ओर सरकाते हैं जितनी कि भाजक में शून्य हैं तथा फिर परिणामी दशमलव को भाजक के दूसरे गुणनखण्ड से भाग करते हैं।

**अभ्यास प्रश्न**

भागफल ज्ञात कीजिए :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 316.84 ÷ 40 | 2. | 5.55 ÷ 50 | 3. | 94.24 ÷ 80 |
| 4. | 13.75 ÷ 500 | 5. | 320.46 ÷ 200 | 6. | 865.2 ÷ 2000 |
| 7. | 864.16 ÷ 80 | 8. | 650.3 ÷ 7000 | 9. | 0.08 ÷ 40 |

**ग. दशमलव का दशमलव से भाग**

हम निम्न में प्रत्येक का भागफल ज्ञात करें :

(i) $0.14 \div 0.2 = \dfrac{0.14}{0.2}$

$= \dfrac{0.14}{0.2} \times \dfrac{10}{10}$

$= \dfrac{1.4}{2}$

$= 0.7$

इस प्रकार, $0.14 \div 0.2 = 0.7$

(ii) $1.28 \div 0.8 = \dfrac{1.28}{0.8}$

$= \dfrac{1.28}{0.8} \times \dfrac{10}{10}$

$= \dfrac{12.8}{8}$

$= 1.6$

इस प्रकार, $1.28 \div 0.8 = 1.6$

(iii) $15.625 \div 1.25 = \dfrac{15.625}{1.25}$

$= \dfrac{15.625}{1.25} \times \dfrac{100}{100}$

$= \dfrac{1562.5}{125}$ → 

$$\begin{array}{r|l} & 12.5 \\ 125 & 1562.5 \\ & 125 \\ \hline & 312 \\ & 250 \\ \hline & 625 \\ & 625 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$= 12.5$

इस प्रकार, $15.625 \div 1.25 = 12.5$

(iv) $337.5 \div 1.125 = \dfrac{337.5}{1.125}$

$= \dfrac{337.5}{1.125} \times \dfrac{1000}{1000}$

$= \dfrac{337500}{1125}$ →

$$\begin{array}{r|l} & 300 \\ 1125 & 337500 \\ & 3375 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$= 300$

इस प्रकार, $337.5 \div 1.125 = 300$

उपर्युक्त प्रत्येक उदाहरण में, हमने पहले भाजक को पूर्ण संख्या में बदला। इस प्रयोजन के लिए हमने भाजक में दशमलव स्थानों की संख्या के अनुसार, भाज्य और भाजक को 10 या 100 या 1000 से गुणा किया।

इसलिए, एक दशमलव को दूसरे दशमलव से भाग करने के लिए,

(i) भाजक में दशमलव स्थानों की संख्या के अनुसार भाज्य और भाजक को 10 या 100 या 1000 आदि, से गुणा कर, भाजक को पूर्ण संख्या में बदलते हैं, और उसके बाद

(ii) बदले हुए भाज्य (दिए गए भाज्य और 10 या 100 या 1000, आदि के गुणनफल) को पूर्ण संख्या भाजक से भाग करते हैं।

**उदाहरण 23 :** 8.64 को 0.24 से भाग कीजिए।

हल :

$$8.64 \div 0.24 = \frac{8.64}{0.24} = \frac{8.64}{0.24} \times \frac{100}{100} = \frac{864}{24} = 36$$

```
      36
24 ) 864
     72
     ---
     144
     144
     ---
       0
```

इस प्रकार $8.64 \div 0.24 = 36$

**उदाहरण 24 :** 25.925 को 0.425 से भाग कीजिए।

हल :

$$25.925 \div 0.425 = \frac{25.925}{0.425} = \frac{25.925}{0.425} \times \frac{1000}{1000} = \frac{25925}{425} = 61$$

```
         61
425 ) 25925
      2550
      ----
        425
        425
        ---
          0
```

इस प्रकार $25.925 \div 0.425 = 61$

**आइए करें**

भागफल ज्ञात कीजिए :

| | | |
|---|---|---|
| 1. $0.5 \div 0.25$ | 2. $15.15 \div 0.75$ | 3. $1.25 \div 2.5$ |
| 4. $14.4 \div 1.2$ | 5. $316.96 \div 0.028$ | 6. $0.75 \div 0.25$ |
| 7. $0.027 \div 0.03$ | 8. $0.993 \div 0.331$ | 9. $66.65 \div 0.215$ |

**घ. पूर्ण संख्या को दशमलव से भाग**

**आइए अब हम उस अवस्था में भागफल ज्ञात करना सीखें जब भाज्य एक पूर्ण संख्या है और भाजक एक दशमलव है।**

निम्न का अध्ययन कीजिए :

(i) $6 \div 0.2 = \frac{6}{0.2} = \frac{6}{0.2} \times \frac{10}{10}$

$= \frac{60}{2} = 30$

इस प्रकार, $6 \div 0.2 \times 30$

(ii) $34 \div 4.25 = \frac{34}{4.25} = \frac{34}{4.25} \times \frac{100}{100}$

$= \frac{3400}{425}$

$= 8$

इस प्रकार, $34 \div 4.25 = 8$

(iii) $3456 \div 0.144 = \frac{3456}{0.144} = \frac{3456}{0.144} \times \frac{1000}{1000}$

$= \frac{3456000}{144}$

$= 24000$

इस प्रकार, $3456 \div 0.144 = 24000$

**उपर्युक्त प्रत्येक उदाहरण में, हमने पहले भाजक को पूर्ण संख्या में बदला। इस प्रयोजन के लिए हमने भाजक में दशमलव स्थानों की संख्या के अनुसार, भाज्य और भाजक को 10 या 100 या 1000 से गुणा किया।**

इसलिए, एक पूर्ण संख्या को एक दशमलव से भाग करने के लिए,

(i) हम, भाजक में दशमलव स्थानों की संख्या के अनुसार, भाज्य और भाजक को 10 या 100 या 1000 से गुणा कर, भाजक को पूर्ण संख्या में बदलते हैं, और उसके बाद

(ii) बदले हुए भाज्य (दिए गए भाज्य और 10 या 100 या 1000 के गुणनफल) को पूर्ण संख्या भाजक से भाग करते हैं।

**उदाहरण 25 :** 36 को 0.45 से भाग कीजिए।

**हल :**

$$36 \div 0.45 = \frac{36}{0.45} \quad \frac{36}{0.45} \times \frac{100}{100} = \frac{3600}{45} = 80$$

इस प्रकार $36 \div 0.45 = 80$

**उदाहरण 26 :** 31 को 0.775 से भाग कीजिए।

**हल :**

$$31 \div 0.775 = \frac{31}{0.775} = \frac{31}{0.775} \times \frac{1000}{1000} = \frac{31000}{775} = 40$$

इस प्रकार $31 \div 0.775 = 40$

**आइए करें**

भागफल ज्ञात कीजिए :

1. $21 \div 0.42$
2. $822 \div 1.644$
3. $3622 \div 45.275$

**ङ- पूर्ण संख्या को पूर्ण संख्या से भाग (भागफल दशमलव में)**

हम निम्न पर विचार करें :

(क) $5 \div 10 = 0.5$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 5.0 \\ & \underline{0}\phantom{0} \\ & 50 \\ & \underline{50} \\ & 0 \end{array}$$

इस प्रकार, $5 \div 10 = 0.5$

(ख) $3 \div 4 = 0.75$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 3.00 \\ & \underline{0}\phantom{00} \\ & 30 \\ & \underline{28} \\ & \phantom{0}20 \\ & \phantom{0}\underline{20} \\ & \phantom{00}0 \end{array}$$

इस प्रकार, $3 \div 4 = 0.75$

(ग) $5 \div 8 = 0.625$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 5.000 \\ & \underline{0}\phantom{000} \\ & 50 \\ & \underline{48} \\ & \phantom{0}20 \\ & \phantom{0}\underline{16} \\ & \phantom{00}40 \\ & \phantom{00}\underline{40} \\ & \phantom{000}0 \end{array}$$

इस प्रकार, $5 \div 8 = 0.625$

उपर्युक्त प्रत्येक उदाहरण में, हमने भाज्य के दाईं ओर उतने ही शून्य रखे या संलग्न किये हैं जितने कि उसको भाजक का गुणज बनाने के लिए आवश्यक हैं। दशमलव के रूप में भागफल प्राप्त करने के लिए, हम भाग की क्रिया उसी प्रकार करते हैं जिस प्रकार कि दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग करने के लिए।

**उदाहरण 27 :** 18 को 90 से भाग कीजिए।

हल :

$18 \div 90$

```
      0.2
90 ) 18.0
      0
     180
     180
       0
```

इस प्रकार $18 \div 90 = 0.2$

**उदाहरण 28 :** 42 को 525 से भाग कीजिए।

हल :

$42 \div 525$

```
       0.08
525 ) 42.00
       0
      420
        0
      4200
      4200
         0
```

इस प्रकार $42 \div 525 = 0.08$

**आइए करें**

भाग कीजिए :

1. 33 को 132 से
2. 200 को 500 से
3. 48 को 300 से

**च. भिन्नात्मक संख्या का दशमलव में रूपान्तरण**

पिछले खण्ड में आपने यह सीखा कि **भागफल** में, दशमलव का प्रयोग करने के लिए एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से किस प्रकार भाग किया जाता है। किसी भिन्नात्मक संख्या को दशमलव में बदलने के लिए हम उसी प्रक्रिया का प्रयोग करते हैं।

हम भिन्न $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ और $\frac{1}{8}$ पर विचार करें।

$\frac{1}{2} = 1 \div 2$

```
    0.5
2 ) 1.0
    0
    10
    10
     0
```

इस प्रकार $\frac{1}{2} = 0.5$

$\frac{3}{4} = 3 \div 4$

```
    0.75
4 ) 3.00
    0
    30
    28
     20
     20
      0
```

इस प्रकार $\frac{3}{4} = 0.75$

$\frac{5}{8} = 5 \div 8$

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8\,\overline{)\,5.000} \\ 0\phantom{000} \\ \hline 50\phantom{0} \\ 48\phantom{0} \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, $\frac{5}{8} = 0.625$

$\frac{1}{8} = 1 \div 8$

$$\begin{array}{r} 0.125 \\ 8\,\overline{)\,1.000} \\ 0\phantom{000} \\ \hline 10\phantom{0} \\ 8\phantom{0} \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार, $\frac{1}{8} = 0.125$

उपरोक्त उदाहरणों में, हमने भाज्य के दाईं ओर उतने ही शून्य लगाए जितने कि उनको भाजक का गुणज बनाने के लिए आवश्यक थे। इस प्रकार, किसी भिन्नात्मक संख्या को दशमलव में बदलने के लिए हम वैसे ही भाग करते हैं जैसे कि एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से भाग (जिसमें भाग दशमलव हो) करते हैं।

**उदाहरण 29 :**

$\frac{11}{20}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

$\frac{11}{20} = 11 \div 20$

$$\begin{array}{r} 0.55 \\ 20\,\overline{)\,11.00} \\ 0\phantom{00} \\ \hline 110\phantom{0} \\ 100\phantom{0} \\ \hline 100 \\ 100 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार $\frac{11}{20} = 0.55$

**उदाहरण 30 :**

$\frac{51}{10}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

$\frac{51}{10} = 51 \div 10$

$$\begin{array}{r} 5.1 \\ 10\,\overline{)\,51.0} \\ 50\phantom{0} \\ \hline 10 \\ 10 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार $\frac{51}{10} = 5.1$

**उदाहरण 31 :**

$\frac{13}{5}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

$\frac{13}{5} = 13 \div 5$

$$
\begin{array}{r|l}
 & \phantom{0}2.6 \\ \hline
5 & 13.0 \\
 & 10 \\ \hline
 & \phantom{1}30 \\
 & \phantom{1}30 \\ \hline
 & \phantom{10}0
\end{array}
$$

इस प्रकार $\frac{13}{5} = 2.6$

**उदाहरण 32 :**

$\frac{23}{8}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

$\frac{23}{8} = 23 \div 8$

$$
\begin{array}{r|l}
 & \phantom{0}2.875 \\ \hline
8 & 23.000 \\
 & 16 \\ \hline
 & \phantom{1}70 \\
 & \phantom{1}64 \\ \hline
 & \phantom{10}60 \\
 & \phantom{10}56 \\ \hline
 & \phantom{100}40 \\
 & \phantom{100}40 \\ \hline
 & \phantom{1000}0
\end{array}
$$

इस प्रकार $\frac{23}{8} = 2.875$

**उदाहरण 33 :**

$16\frac{1}{5}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

हम जानते है कि $16\frac{1}{5} = \frac{81}{5}$

$\frac{81}{5} = 81 \div 5$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 16.2 \\ \hline
5 & 81.0 \\
 & 5 \\ \hline
 & 31 \\
 & 30 \\ \hline
 & \phantom{1}10 \\
 & \phantom{1}10 \\ \hline
 & \phantom{10}0
\end{array}
$$

इस प्रकार $16\frac{1}{5} = 16.2$

**उदाहरण 34 :**

$4\frac{1}{20}$ को दशमलव में बदलिए।

**हल :**

$4\frac{1}{20} = \frac{81}{20} = 81 \div 20$

$$
\begin{array}{r|l}
 & \phantom{0}4.05 \\ \hline
20 & 81.00 \\
 & 80 \\ \hline
 & \phantom{1}10 \\
 & \phantom{10}0 \\ \hline
 & \phantom{1}100 \\
 & \phantom{1}100 \\ \hline
 & \phantom{100}0
\end{array}
$$

इस प्रकार $4\frac{1}{20} = 4.05$

## आइए करें

1. भागफल ज्ञात कीजिए :
(क) $27 \div 108$ (ख) $24 \div 16$ (ग) $3 \div 24$

2. निम्न में प्रत्येक को दशमलव में बदलिए :
(क) $\frac{9}{4}$ (ख) $\frac{3}{2}$ (ग) $\frac{7}{8}$ (घ) $\frac{5}{2}$ (ङ) $\frac{21}{4}$

3. निम्न में से प्रत्येक को दशमलव में बदलिए :
(क) $3\frac{1}{4}$ (ख) $10\frac{1}{10}$ (ग) $3\frac{1}{50}$ (घ) $2\frac{7}{50}$
(ङ) $40\frac{39}{40}$ (च) $4\frac{1}{20}$ (छ) $5\frac{1}{5}$

## पुनरावलोकन प्रश्नावली

1. गुणनफल ज्ञात कीजिए :
(क) $5.78 \times 3$ (ख) $7.205 \times 15$ (ग) $10.2 \times 109$

2. मौखिक गुणनफल ज्ञात कीजिए :
(क) $517.23 \times 100$ (ख) $1.493 \times 10$ (ग) $214.31 \times 1000$

3. मौखिक भागफल ज्ञात कीजिए :
(क) $25.67 \div 100$ (ख) $0.065 \div 10$ (ग) $88.8 \div 1000$

4. यदि $286 \times 11 = 3146$ और $286 \div 11 = 26$, तो निम्न में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए :
(क) $2.86 \div 11$ (ख) $2.86 \times 0.11$ (ग) $286 \div 1.1$
(घ) $286 \times 0.11$ (ङ) $2.86 \div 0.011$ (च) $28.6 \times 0.0011$

5. निम्न में प्रत्येक का गुणनफल या भागफल ज्ञात कीजिए :
(क) $11.78 \div 20$ (ख) $0.49 \div 700$ (ग) $0.8 \div 50$
(घ) $11.76 \times 400$ (ङ) $19.78 \times 30$ (च) $28.6 \div 2000$

6. प्रत्येक भिन्न को दशमलव में बदलिए :

(क) $\frac{3}{20}$ (ख) $\frac{5}{8}$ (ग) $\frac{3}{4}$ (घ) $\frac{17}{4}$ (ङ) $\frac{11}{2}$

7. निम्न में से किन में भागफल 36 प्राप्त होगा ?
(क) 0.216 ÷ 06 (ख) 0.216 ÷ 0.06 (ग) 0.216 ÷ 0.006(घ) 216 ÷ 0.6

8. यदि एक पुस्तक की 15 प्रतियों के दाम 148.50 रु० हैं, तो पुस्तक की एक प्रति के दाम क्या हैं ?

9. एक टिन में 16.5 लिटर तेल आता है। 313.5 लिटर तेल के लिए कितने टिनों की आवश्यकता है ?

10. एक एक्सप्रेस गाड़ी 914.5 किमी. की दूरी 10 घंटे में तय करती है। यदि प्रत्येक घंटे में बराबर दूरी तय करती है तो वह एक घंटे में कितनी दूरी तय करती है ?

11. यदि 1 किग्रा. दूध में 0.267 किग्रा. चर्बी है, तो 10.5 किग्रा. दूध में कितनी चर्बी है ?

12. एक छोटी बोतल में 0.750 किग्रा. जैम (मुरब्बा) आता है। इस प्रकार की 20 बोतलों में कितना जैम होगा ?

13. यदि 25 हैण्ड पम्प लगाने के दाम 5780 रु० हैं तो एक हैण्ड पम्प लगाने का क्या दाम है ?

14. एक कमीज़ में 1.8 मी. कपड़ा लगता है। 27 मी. लम्बे कपड़े में से इस प्रकार की कितनी कमीज़ें बनेंगी ?

## जांच-पड़ताल हेतु प्रश्न

1. दो या दो से अधिक दशमलवों का योगफल हमेशा प्रत्येक दशमलव से अधिक होता है। क्या दो या दो से अधिक दशमलवों का गुणनफल प्रत्येक दशमलव से अधिक होता है ?

2. यदि 0.111 लगभग $\frac{1}{9}$ के बराबर है, तो 0.222 और 0.555 के लगभग मान क्या है ?

# संख्यात्मक व्यंजकों का सरलीकरण

पिछले एककों में हमने पूर्ण संख्याओं, भिन्नात्मक संख्याओं या दशमलवों के लिए चार आधार-भूत संक्रियाओं, अर्थात योग, घटाव, गुणन और भाग की संक्रियाओं को सम्पन्न करना सीखा। तथापि, हमने एक बार में इनमें से केवल एक संक्रिया को सम्पन्न किया। कई अवसरों पर हमारा ऐसे संख्यात्मक व्यंजकों से सामना होता है जिनमें दो या दो से अधिक संक्रियाएं एक साथ आती हैं। इस प्रकार के व्यंजक को सरल बनाने के लिए हम कुछ रूढ़ियों का अनुसरण करते हैं। इस एकक में हम इन रूढ़ियों के विषय में सीखेंगे। हम उन संख्यात्मक व्यंजकों को सरल करना या हल करना भी सीखेंगे जिनमें दो या दो से अधिक संक्रियाएं आती हैं।

हम एक संख्यात्मक व्यंजक पर विचार करें और उसको सरल करें।

$$9 - 6 \div 3 \times 2 + 1$$

**पहली विधि**

$9 - 6 \div 3 \times 2 + 1 = 3 \div 3 \times 2 + 1$ (हम 9 में से 6 घटाते हैं।)

$= 1 \times 2 + 1$ (हम 3 को 3 से भाग करते हैं।)

$= 2 + 1$ (हम 1 को 2 से गुणा करते हैं।)

$= 3$ (हम 2 और 1 को जोड़ते हैं।)

**दूसरी विधि**

$9 - 6 \div 3 \times 2 + 1 = 9 - 6 \div 3 \times 3$ (हम 2 और 1 को जोड़ते हैं।)

$= 9 - 6 \div 9$ (हम 3 को 3 से गुणा करते हैं।)

$= 9 - \frac{6}{9}$ (हम 6 को 9 से भाग करते हैं।)

$= 9 - \frac{2}{3}$ (क्योंकि $\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3}$)

$= \frac{27 - 2}{3} = \frac{25}{3}$ (हम 9 में से $\frac{2}{3}$ घटाते हैं।)

**तीसरी विधि**

$9 - 6 \div 3 \times 2 + 1 = 9 - 2 \times 2 + 1$ (हम 6 को 3 से भाग करते हैं।)

$= 9 - 4 + 1$ (हम 2 को 2 से गुणा करते हैं।)

$= 5 + 1$ (हम 9 में से 4 घटाते हैं।)

$= 6$ (हम 5 और 1 को जोड़ते हैं।)

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें ज्ञात होता है कि** दिए गए संख्यात्मक व्यंजक को तीन अलग-अलग विधियों से सरल करने से, तीन अलग-अलग परिणाम प्राप्त होते हैं।

**हम एक और संख्यात्मक व्यंजक पर विचार करें और उसको तीन अलग-अलग विधियों से सरल करें।**

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

**पहली विधि**

$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9}{6} \div \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (हम $\frac{2}{3}$ और $\frac{5}{6}$ को जोड़ते हैं।)

$= \frac{9}{6} \times \frac{2}{1} - \frac{1}{3}$ (हम $\frac{9}{6}$ को $\frac{1}{2}$ से भाग करते हैं।)

$= \frac{18}{6} - \frac{1}{3}$

$= 3 - \frac{1}{3}$

$= \frac{9-1}{3} = \frac{8}{3}$ (हम 3 में से $\frac{1}{3}$ घटाते हैं।)

$= 2\frac{2}{3}$

**दूसरी विधि**

$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{1}{6}$ (हम $\frac{1}{2}$ में से $\frac{1}{3}$ घटाते हैं।)

$= \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{6}{1}$ (हम $\frac{5}{6}$ को $\frac{1}{6}$ से भाग करते हैं।)

$= \frac{2}{3} + \frac{30}{6}$

$= \frac{2}{3} + 5$ या $5\frac{2}{3}$

**तीसरी विधि**

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\div\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\times\frac{2}{1}-\frac{1}{3}$$ (हम $\frac{5}{6}$ को $\frac{1}{2}$ से भाग करते हैं।)

$$=\frac{2}{3}+\frac{10}{6}-\frac{1}{3}$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{5}{3}-\frac{1}{3}$$

$$=\frac{2+5}{3}-\frac{1}{3}$$ (हम $\frac{2}{3}$ और $\frac{5}{3}$ को जोड़ते हैं।)

$$=\frac{7}{3}-\frac{1}{3}$$

$$=\frac{7-1}{3}=\frac{6}{3}=2$$ (हम $\frac{7}{3}$ में से $\frac{1}{3}$ घटाते हैं।)

**हम क्या देखते हैं?**

**हमें पुनः ज्ञात होता है कि** दिए गए संख्यात्मक व्यंजक को तीन अलग-अलग विधियों से सरल करने पर, हमें तीन अलग-अलग परिणाम प्राप्त होते हैं।

ऊपर के दो उदाहरणों से हमें ज्ञात होता है कि जिस क्रम से आधार-भूत संक्रियाएं सम्पन्न की जाती हैं इसका बहुत महत्व है। अतः किसी दिए गए संख्यात्मक व्यंजक को सरल करने पर एकमात्र सही उत्तर प्राप्त करने के लिए, हमें किस क्रम से संक्रियाओं को सम्पन्न किया जाए उसके विषय में कुछ रूढ़िओं का अनुसरण करना आवश्यक है।

**अब हम निम्न संख्यात्मक व्यंजकों पर विचार करें :**

(i) $9 + 3 - 4$

$9 + 3 - 4 = 23 - 4$ (हम 9 और 3 को जोड़ते हैं।)

$= 8$ (हम 9 और 3 को जोड़ते हैं।)

इस प्रकार, $9 + 3 - 4 = 8$

(ii) $6 + 2 \times 4 - 8$

$6 + 2 \times 4 - 8 = 6 + 8 - 8$ (हम 2 को 4 से गुणा करते हैं।)

$= 14 - 8$ (हम 6 और 8 को जोड़ते हैं।)

$= 6$ (हम 14 में से 8 घटाते हैं।)

इस प्रकार, $6 + 2 \times 4 - 8 = 6$

(iii) $30 + 6 \div 3 - 2 \times 5$

$30 + 6 \div 3 - 2 \times 5 = 30 + 2 - 2 \times 5$ (हम 6 को 3 से भाग करते हैं।)

$= 30 + 2 - 10$ (हम 2 को 5 से गुणा करते हैं।)

$= 32 - 10$ (हम 30 और 2 को जोड़ते हैं।)

$= 22$ (हम 32 में से 10 घटाते हैं।)

इस प्रकार, $30 + 6 \div 3 - 2 \times 5 = 22$

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि इस प्रकार के संख्यात्मक व्यंजक को हल या सरल करने के लिए जिसमें दो या दो से अधिक संक्रियाएं एक साथ हों, हम संक्रियाओं को क्रमानुसार ढंग से एक विशेष क्रम—भाग, गुणन, योग और घटाव—में सम्पन्न करते हैं।

उदाहरण 1. संख्यात्मक व्यंजक $12 - 8 \div 4 + 3 \times 2$ को सरल कीजिए।

हल :

$12 - 8 \div 4 + 3 \times 2 = 12 - 2 + 3 \times 2$ (हम 8 को 4 से भाग करते हैं।)

$= 12 - 2 + 6$ (हम 3 को 2 से गुणा करते हैं।)

$= 12 + 6 - 2$

$= 18 - 2$ (हम 12 और 6 को जोड़ते हैं।)

$= 16$ (हम 18 में से 2 को घटाते हैं।)

इस प्रकार, $12 - 8 \div 4 + 3 \times 2 = 16$

उदाहरण 2. $15 - 2 \times 5 + 9$ को सरल कीजिए।

हल :

$15 - 2 \times 5 + 9 = 15 - 10 + 9$ (हम 2 को 5 से गुणा करते हैं।)

$= 15 + 9 - 10$

$= 24 - 10$ (हम 15 और 9 को जोड़ते हैं।)

$= 14$ (हम 24 में से 10 को घटाते हैं।)

इस प्रकार, $15 - 2 \times 5 + 9 = 14$

उदाहरण 3. $12 \times 4 + 6 \div 2$ को सरल कीजिए।

हल :

$12 \times 4 + 6 \div 2 = 12 \times 4 + 3$ (हम 6 को 2 से भाग करते हैं।)

$= 48 + 3$ (हम 12 को 4 से गुणा करते हैं।)

$= 51$ (हम 48 और 3 को जोड़ते हैं।)

इस प्रकार, $12 \times 4 + 6 \div 2 = 51$

**उदाहरण 4.** $15 \times 10 \div 5 - 4$ को सरल कीजिए।

**हल :**

$15 \times 10 \div 5 - 4 = 15 \times 2 - 4$ (हम 10 को 5 से भाग करतें हैं)

$= 30 - 4$ (हम 15 को 2 से गुणा करतें हैं)

$= 26$ (हम 30 में से 4 को घटाते हैं)

इस प्रकार, $15 \times 10 \div 5 - 4 = 26$

**उदाहरण 5.** $2 \times 10 - 3 + 15 \div 3$ को सरल कीजिए।

**हल :**

$2 \times 10 - 3 + 15 \div 3 = 2 \times 10 - 3 + 5$ (हम 15 को 3 से भाग करतें हैं)

$= 20 - 3 + 5$ (हम 2 को 10 से गुणा करतें हैं)

$= 20 + 5 - 3$ (हम 20 और 5 को जोड़ते हैं)

$= 25 - 3$

$= 22$ (हम 25 में से 3 को घटाते हैं)

इस प्रकार, $2 \times 10 - 3 + 15 \div 3 = 22$

**उदाहरण: 6.** $5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8} \div 1\frac{1}{4} \quad 1\frac{1}{4}$ को सरल कीजिए।

**हल :**

$$5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} = \frac{21}{4} + \frac{25}{8} + \frac{5}{4} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{21}{4} + \frac{25}{8} \times \frac{4}{5} - \frac{5}{4}$$ (हम $\frac{25}{8}$ को $\frac{5}{4}$ से भाग करतें हैं)

$$= \frac{21}{4} + \frac{100}{40} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{21}{4} + \frac{5}{2} - \frac{5}{4}$$ $(\frac{100}{40} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2})$

$$= \frac{21 + 10}{4} - \frac{5}{4}$$ (हम $\frac{21}{4}$ और $\frac{5}{2}$ को जोड़ते हैं)

$$= \frac{31}{4} - \frac{5}{4}$$

$= \frac{31-5}{4}$ (हम 31\4 में से 5\4 को घटाते हैं।)

$= \frac{26}{4}$

$= 6\frac{2}{4}$ या $6\frac{1}{2}$

इस प्रकार, $5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \div \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ को सरल कीजिए।

**हल :**

$1\frac{1}{2}+\frac{5}{8}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{2} + \frac{5}{8} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$ (हम $\frac{5}{8}$ को $\frac{3}{4}$ से भाग करते हैं।)

$= \frac{3}{2} + \frac{20}{24} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1 \times 3}{2 \times 2}$ (हम $\frac{1}{2}$ को $\frac{3}{2}$ से गुणा करते हैं।)

$= \frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

$= \frac{9+5}{6} - \frac{3}{4}$ (हम $\frac{3}{2}$ और $\frac{5}{6}$ को जोड़ते हैं।)

$= \frac{14}{6} - \frac{3}{4}$

$= \frac{28-9}{12}$ (हम $\frac{14}{6}$ में से $\frac{3}{4}$ को घटाते हैं।)

$= \frac{19}{12}$ या $1\frac{7}{12}$

इस प्रकार, $\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \div \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 1\frac{7}{12}$

**उदाहरण : 8.** $0.01 + 2 \times 1.02 \div 0.2 - 0.5$ को सरल कीजिए।

**हल :**

$0.01 + 2 \times 1.02 \div 0.2 - 0.5 = 0.01 + 2 \times 5.1 - 0.5$
(हम 1.02 को 0.2 से भाग करते हैं)

$= 0.01 + 10.2 - 0.5$
(हम 2 और 5.1 को गुणा करते हैं)

$= 10.21 - 0.5$
(हम 0.01 और 10.2 को जोड़ते हैं)

$= 9.71$ (हम 10.21 में से 0.5 को घटाते हैं)

इस प्रकार, $0.01 + 2 \times 1.02 \div 0.2 - 0.5 = 9.71$

**आइए करें**

निम्न में से प्रत्येक को सरल कीजिए :

1. $45 + 15 \div 3$
2. $26 - 12 \times 2$
3. $31 - 4 + 3 \div 3 \times 2$
4. $128 \div 4 + 12 \times 5 - 4$
5. $\frac{1}{2} + \frac{3}{10} \div \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$
6. $4.01 \times 1.1 - 2.4 \div 2$
7. $2.2 - 0.2 + 0.02 + 2.01$
8. $3.25 \div 0.25 + 8.5$
9. $2.5 \div 0.5 + 0.1 - 0.05$
10. $9 - 2.5 \div 5 + 0.3 + 1$

**[illegible]**

निम्न में से प्रत्येक को सरल कीजिए :

1. $30 \div 6 + 10 - 2 \times 5$
2. $70 \div 12 \times 2 + 6 - 3$
3. $4 \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \div 2$
4. $2.5 - 0.5 + 4 \times 2.5$
5. $1.1 \times 0.1 + 3.01 - 1.01$
6. $12 \div \frac{1}{2} + 0.5 \times \frac{5}{2} - 2$
7. $1.4 \times 3.2 - 2 \times 2.1 + 0.8$
8. $16 - 4 \div 4 + 5 \times \frac{1}{3}$
9. $14 - 2 \div 4 + 0.5 \times 3$
10. $3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{7} \times \frac{7}{19} - \frac{1}{2} \div 2$

# संख्याओं का निकटन

एकक एक में हमने दस करोड़ तक की संख्याएं सीखीं। हमने दो पूर्ण संख्याओं का योगफल, अन्तर, गुणनफल और भागफल ज्ञात करना भी सीखा।

हमारा, दैनिक जीवन में ऐसी अनेक परिस्थितिओं से सामना होता है जिनमें संख्याओं के प्रयोग की आवश्यकता होती है। कभी-कभी, 'कितने' से संबंधित प्रश्न का उत्तर देते समय हम बिल्कुल ठीक संख्या नहीं बताते। कुछ विशेष परिस्थितिओं में हम संख्याओं का उनके निकटतम दहाई, सैकड़े, हजार, आदि के अनुसार निकटन करते हैं।

मान लीजिए, किसी स्कूल में विद्यार्थियों की संख्या 1188 है। यदि कोई पूछता है ''स्कूल में विद्यार्थियों की संख्या कितनी है?'', तब हम कहेंगे ''लगभग एक हजार दो सौ।'' इस उदाहरण में हमने 1188 का निकटतम सैकड़ों में निकटन किया है।

अब हम दिल्ली की 1981 की जनसंख्या पर विचार करें। 1981 में दिल्ली की ठीक-ठीक जनसंख्या 62 20 406 थी। किन्तु यदि कोई पूछता है ''1981 में दिल्ली की जनसंख्या कितनी थी?'', तो हम कह सकते है ''बासठ लाख''। इस उदाहरण में हमने 62 20 406 का निकटतम लाख में निकटन किया है।

इस एकक में हम संख्याओं का निकटन सीखेंगे

### I संख्याओं का निकटतम दहाई, सैकड़ा या हजार में निकटन

हम संख्याओं का निकटतम दहाई में निकटन कर सकते हैं।

हम निम्न संख्याओं पर विचार करें :

32, 38, 43, 47, 108, 113, 119, 1624, 1988

32, 40 की अपेक्षा 30 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 30 में निकटन करते हैं।

38, 30 की अपेक्षा 40 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 40 में निकटन करते हैं।

43, 50 की अपेक्षा 40 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 40 में निकटन करते हैं।

47, 40 की अपेक्षा 50 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 50 में निकटन करते हैं।

108, 100 की अपेक्षा 110 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 110 में निकटन करते हैं।

113, 120 की अपेक्षा 110 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 110 में निकटन करते हैं।

119, 110 की अपेक्षा 120 के अधिक निकट है। अतः, हम उसका 120 में निकटन करते हैं।

1624, 1630 की अपेक्षा 1620 के अधिक निकट है। अत:, हम उसका 1620 में निकटन करते हैं।

1988, 1980 की अपेक्षा 1990 के अधिक निकट है।।अत:, हम उसका 1990 में निकटन करते हैं।

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि जब हम किसी दी गई संख्या का निकटतम दहाई के लिए निकटन करते हैं, तब हम उसका निकटन दस के ऐसे गुणन में करते हैं जो उसके निकटतम है।

**इस प्रकार,**

88 का निकटन 90 में किया जाता है
97 का निकटन 100 में किया जाता है
648 का निकटन 650 में किया जाता है
996 का निकटन 1000 में किया जाता है
1 842 का निकटन 1840 में किया जाता है
7 557 का निकटन 7560 में किया जाता है

आइए अब हम निम्न संख्याओं पर विचार करें :

45, 85, 95, 185, 1725, 2995

हम देखते हैं कि 45, 40 और 50 के बीचों बीच है। 45 का निकटन साधारणतया 50 में किया जाता है।

इसी प्रकार,

85, 80 और 90 के बीचों बीच है।
अत:, 85 का निकटन साधारणतया 90 में किया जाता है।
95,90 और 100 के बीचों बीच है।
अत:, 95 का निकटन साधारणतया 100 में किया जाता है।
185, 180 और 190 के बीचों बीच है।
अत:, 185 का निकटन साधारणतया 190 में किया जाता है।
1 725, 1720 और 1 730 के बीचों बीच है।
अत: 1 725 का निकटन साधारणतया 1 730 में किया जाता है।
2 995, 2 990 और 3 000 के बीचों बीच है।
अत:, 2 995 का निकटन साधारणतया 3 000 में किया जाता है

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि जब हम किसी दी गई संख्या का निकटतम दहाई के लिए निकटन करते हैं, और यदि दी गई संख्या दस के दो निरन्तर गुणजों के बीचों बीच है, तब हम उस संख्या का निकटन साधारणतया दस के ऐसे निकटतम गुणज में करते हैं जो दी गई संख्या से अधिक है।

इस प्रकार,

| | |
|---|---|
| 65 का निकटन | 70 में किया जाता है |
| 95 का निकटन | 100 में किया जाता है |
| 175 का निकटन | 180 में किया जाता है |
| 395 का निकटन | 400 में किया जाता है |
| 995 का निकटन | 1000 में किया जाता है |
| 9 995 का निकटन | 10000 में किया जाता है |

नीचे दी गयी प्रत्येक संख्या को देखिए। प्रत्येक संख्या का निकटन उसके निकटतम दहाई के लिए किया गया है। प्रत्येक उदाहरण में, संख्यांक में इकाई के स्थान वाले अंक पर ध्यान दीजिए।

| | | |
|---|---|---|
| 75 → 80 | 145 → 150 | 95 → 100 |
| 76 → 80 | 146 → 150 | 168 → 170 |
| 77 → 80 | 147 → 150 | 374 → 370 |
| 78 → 80 | 148 → 150 | 1 422 → 1 420 |
| 79 → 80 | 149 → 150 | 7 001 → 7 000 |
| 81 → 80 | 151 → 150 | 699 → 700 |
| 82 → 80 | 152 → 150 | 694 → 690 |
| 83 → 80 | 153 → 150 | 33 → 30 |
| 84 → 80 | 154 → 150 | 27 → 30 |
| 85 → 90 | 155 → 160 | 197 → 200 |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि किसी दी गई संख्या का निकटतम दहाई के लिए निकटन करते समय,

(i) यदि संख्यांक में इकाई के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो, तो दी गई संख्या का निकटन हम दस के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उससे अधिक है, और

(ii) यदि संख्यांक में इकाई के स्थान वाला अंक 1, 2, 3 या 4 हो तो दी गई संख्या का निकटन हम दस के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उससे कम है।

दूसरे शब्दों में किसी दी गई संख्या का निकटतम दहाई के लिए निकटन करने के लिए, हम इकाई के स्थान वाले अंक को देखते हैं। यदि इकाई के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो, तो हम दी गई संख्या के निकटन के लिए दहाई वाले अंक को एक बढ़ा देते हैं तथा इकाई के स्थान को शून्य में बदल देते हैं। यदि इकाई के स्थान वाला अंक 1, 2, 3 या 4 हो तो हम दी गई संख्या के निकटन के लिए दहाई के स्थान वाले अंक को बिना बदले हुए, इकाई के स्थान वाले अंक को शून्य में बदल देते हैं।

उदाहरण के लिए, हम नीचे दी गई संख्याओं का निम्न भांति निकटन करते हैं:

85 → 90 (इकाई के स्थान वाला अंक 5 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए हम दहाई के स्थान वाले अंक, अर्थात 8, को 9 में और इकाई के स्थान वाले अंक को 0 में बदलते हैं।)

84 → 80 (इकाई के स्थान वाला अंक 4 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए हम दहाई के स्थान वाले अंक, अर्थात 8, को बिना बदले इकाई के स्थान वाले अंक को 0 में बदलते हैं।)

इस प्रकार,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 57 का निकटन | 60 में किया जाता है | 2 766 का निकटन | 2 770 में किया जाता है |
| 182 का निकटन | 180 में किया जाता है | 13 453 का निकटन | 13 450 में किया जाता है |

इसी प्रकार,

45, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, और 54 का निकटन 50 में होगा,
85, 86, 87, 88, 89, 91, 92, 93, और 94 का निकटन 90 में होगा, और
165, 166, 167, 168, 169,171, 172, 173, और 174 का निकटन 170 में होगा,

[illegible]

1. निम्न में से प्रत्येक का निकटन निकटतम दहाई में कीजिए:

   (क)72 (ख) 87 (ग) 91 (घ) 163 (ङ)146 (च) 1031 (छ) 1749

2. निकटतम दहाई में निकटन की दृष्टि से, बताइए किन-किन संख्याओं का निम्न में निकटन किया जा सकता है?

   (क) 60 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 63, 64 (ख) 40
   (ग) 120 (घ) 990
   (ङ) 1800 (च) 2000
   (छ) 3500 (ज) 900

---

कभी-कभी हम संख्याओं का निकटन निकटतम सैंकड़े में भी करते हैं। हम निम्न संख्याओं पर विचार करें :

124, 162, 7580, 8620

124, 200 की अपेक्षा 100 के अधिक निकट है। अत:, हम इसका निकटन 100 में करते हैं।
162, 100 की अपेक्षा 200 के अधिक निकट है। अत:, हम इसका निकटन 200 में करते हैं।
7580, 7500 की अपेक्षा 7600 के अधिक निकट है। अत:, हम इसका निकटन 7600 में करते हैं।
8620, 8700 की अपेक्षा 8600 के अधिक निकट है। अत:, हम इसका निकटन 8600 में करते हैं।
हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है कि जब हम किसी संख्या का निकटन निकटतम सैंकड़े में करते हैं, तब हम उसका निकटन सौ के ऐसे गुणज में करते हैं जो उसके निकटतम है।**

इस प्रकार

| | | | |
|---|---|---|---|
| 92 का निकटन | 100 में किया जाता है | 6 290 का निकटन | 6 300 में किया जाता है |
| 531 का निकटन | 500 में किया जाता है | 15 440 का निकटन | 5 400 में किया जाता है |
| 856 का निकटन | 900 में किया जाता है | | |

अब हम निम्न संख्याओं पर विचार करें :

450, 1 050, 7 550, 10 250

हम जानते हैं कि 450, 400 और 500 के बीचोंबीच है।
अत:, 450 का निकटन साधारणतया 500 में किया जाता है।

इसी प्रकार,

1050, 1000 और 1100 के बीचोंबीच है।
अत:, 1050 का निकटन साधारणतया 1100 में किया जाता है।
7550, 7500 और 7600 के बीचोंबीच है।
अत:, 7550 का निकटन साधारणतया 7600 में किया जाता है।
10250, 10200 और 10300 के बीचोंबीच है।
अत:, 10250 का निकटन साधारतया 10300 में किया जाता है।

हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता कि जब हम किसी दी गई संख्या का निकटन निकटतम सैकड़े में करते हैं, और यदि दी गई संख्या सौ के दो क्रमागत गुणजों के बीचोंबीच है, तब हम उस संख्या का निकटन साधारणतया सौ के ऐसे निकटतम गुणन में करते हैं जो दी गई संख्या से अधिक है।**

इस प्रकार,

150 का निकटन 200 में किया जाता है
950 का निकटन 1000 में किया जाता है
1450 का निकटन 1500 में किया जाता है
5850 का निकटन 5900 में किया जाता है
9950 का निकटन 10000 में किया जाता है

अब, नीचे दी गई प्रत्येक संख्या को देखिए। प्रत्येक संख्या का निकटन निकटतम सैकड़े में किया गया है। प्रत्येक उदाहरण में, संख्यांक में दहाई के स्थान वाले अंक पर ध्यान दीजिए:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 256 → 300 | 318 → 300 | 1 651 → 1 700 | 1 717 → 1 700 |
| 267 → 300 | 325 → 300 | 1 662 → 1 700 | 1 729 → 1 700 |
| 279 → 300 | 332 → 300 | 1 674 → 1 700 | 1 738 → 1 700 |
| 284 → 300 | 340 → 300 | 1 686 → 1 700 | 1 745 → 1 700 |
| 291 → 300 | 350 → 400 | 1 695 → 1 700 | 1 750 → 1 800 |
| 303 → 300 | | 1 703 → 1 700 | |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि किसी दी गई संख्या का निकटतम सैंकड़े में निकटन करते समय,

(i) **यदि संख्यांक में दहाई के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो तो हम दी गई संख्या का निकटन सौ के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उस संख्या से अधिक है,** और

(ii) **यदि संख्यांक में दहाई के स्थान वाला अंक, 0, 1, 2, 3 या 4 हो तो दी गई संख्या का निकटन सौ के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उस संख्या से कम है।**

दूसरे शब्दों, में किसी दी गई संख्या का निकटतम सैंकड़े में निकटन करने के लिए, हम दहाई के स्थान वाले अंक पर निगाह डालते हैं। यदि दहाई के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो, तो हम दी गई संख्या का निकटन सौ के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उस संख्या से अधिक है। यदि दहाई के स्थान वाला अंक 4, 3, 2, 1 या 0 हो, तो हम दी गई संख्या के निकटन के लिए, सैकड़े के स्थान वाले अंक को बिना बदले हुए, इकाई और दहाई के स्थानों वाले अंकों को 0 में बदल देते हैं।

उदाहरण के लिए, हम निम्न संख्याओं का निकटतम सैकड़े में निकटन निम्न भांति करते हैं:

685 → 700 (दहाई के स्थान वाला अंक 8 है। अतः संख्या के निकटन के लिए हम सैकड़े के स्थान वाले अंक, अर्थात् 6 को 7 में और दहाई तथा इकाई के स्थानों वाले अंकों को 0 में बदलते हैं।)

632 → 600 (दहाई के स्थान वाला अंक 3 है। अतः संख्या के निकटन के लिए हम, सैकड़े के स्थान वाले अंक, अर्थात् 6 को बिना बदले हुए, दहाई तथा इकाई के स्थानों वाले अंको को 0 में बदलते हैं।)

इस प्रकार,

215 का निकटन 200 में किया जाता है
849 का निकटन 800 में किया जाता है
1 799 का निकटन 1 800 में किया जाता है
2 951 का निकटन 3 000 में किया जाता है
4 509 का निकटन 4 500 में किया जाता है

इसी प्रकार,

450 से 499 तक की और 501 से 549 तक की संख्याओं का निकटन 500 में किया जाएगा,
950 से 999 तक की तथा 1001 से 1049 तक की संख्याओं का निकटन 1000 में किया जाएगा, और
9950 से 9999 तक की तथा 10001 से 10049 तक की संख्याओं का निकटन 10000 में किया जाएगा।

1. निम्न में प्रत्येक का निकटतम सैकड़े में निकटन कीजिए:

(क) 121 (ख) 749 (ग) 1035 (घ) 8670 (ङ) 9865
(च) 10909 (छ) 14315 (ज) 18584 (झ) 991 (ञ) 6006

2. निकटतम सैकड़े में निकटन की दृष्टि से, बताइए किन संख्याओं का निम्न में निकटन किया जा सकता है?

(क) 900 850 से 899 तक की और 901 से 949 तक की संख्याएं
(ख) 1700 (ग) 4300
(घ) 11500 (ङ) 50000 (च) 62200

कभी-कभी हम संख्याओं का निकटन निकटतम हजार में करते हैं। हम निम्न संख्याओं पर विचार करें:

8942, 12745, 15430, 20399, 25950

8942, 8000 की अपेक्षा 9000 के अधिक निकट है। अतः, हम इसका निकटन 9000 में करते हैं।
12745, 12000 की अपेक्षा 13000 के अधिक निकट है। अतः, हम इसका निकटन 13000 में करते हैं।
15430, 16000 की अपेक्षा 15000 के अधिक निकट है। अतः, हम इसका निकटन 15000 में करते हैं।
20399, 21000 की अपेक्षा 20000 के अधिक निकट है। अतः, हम इसका निकटन 20000 में करते हैं।
25950, 25000 की अपेक्षा 26000 के अधिक निकट है। अतः, हम इसका निकटन 26000 में करते हैं।

हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है** कि जब हम किसी संख्या का निकटन निकटतम हजार में करते हैं, तब हम उसका निकटन हजार के ऐसे गुणज में करते हैं जो उसके निकटतम है।

इस प्रकार,

1450 का निकटन 1000 में किया जाता है
8501 का निकटन 9000 में किया जाता है
10399 का निकटन 10000 में किया जाता है
23875 का निकटन 24000 में किया जाता है

अब हम निम्न संख्याओं पर विचार करें :

1500, 7500, 11500, 22500

हम जानते हैं कि 1500, 1000 और 2000 के बीचोंबीच है। अतः, 1500 का निकटन साधारणतया 2000 में किया जाता है।

इस प्रकार,

7500, 7000 और 8000 के बीचोंबीच है। अतः, 7500 का निकटन साधारणतया 8000 में किया जाता है।

11500, 11000 और 12000 के बीचोंबीच है। अतः, 11500 का निकटन साधारणतया 12000 में किया जाता है।

22500, 22000 और 23000 के बीचोंबीच है। अतः, 22500 का निकटन साधारणतया 23000 में किया जाता है।

हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है कि** जब हम किसी दी गई संख्या का निकटन निकटतम हजार में करते हैं, और यदि दी गई संख्या हजार के दो क्रमागत गुणजों के बीचोंबीच है, तब हम उस संख्या का निकटन साधारणतया हजार के ऐसे निकटतम गुणज में करते हैं जो उस संख्या से बड़ा है।

इस प्रकार,

4500 का निकटन 5000 में किया जाता है।

9500 का निकटन 10000 में किया जाता है
18500 का निकटन 19000 में किया जाता है
24500 का निकटन 25000 में किया जाता है

अब हम नीचे दी गई प्रत्येक संख्या पर विचार करें। उनमें से प्रत्येक का निकटन निकटतम हजार में किया गया है। प्रत्येक उदाहरण में, संख्यांक में सैकड़े के स्थान वाले अंक पर ध्यान दीजिए :

| | |
|---|---|
| 3500 → 4000 | 14500 → 15000 |
| 3700 → 4000 | 14600 → 15000 |
| 3900 → 4000 | 14800 → 15000 |
| 4100 → 4000 | 15200 → 15000 |
| 4400 → 4000 | 15300 → 15000 |
| 4500 → 5000 | 15500 → 16000 |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि किसी दी गई संख्या का निकटतम हजार में निकटन करते समय,

(i) यदि संख्यांक में सैकड़े के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो तो हम दी गई संख्या का निकटन हज़ार के उस निकटतम गुणज में करते हैं जो उस संख्या से अधिक है, और
(ii) यदि संख्यांक में सैकड़े के स्थान वाला अंक 0, 1, 2, 3 या 4 हो तो हम दी गई संख्या का निकटन हजार के उस गुणज में करते हैं जो उस संख्या से कम है।

दूसरे शब्दों में, किसी दी गई संख्या का निकटतम हज़ार में निकटन करने के लिए, हम सैकड़े के स्थान वाले अंक पर निगाह डालते हैं। यदि वह अंक 5, 6, 7, 8 या 9 हो, तो हम दी गई संख्या के निकटन के लिए हजार के स्थान वाले अंक को एक बढ़ा देते हैं तथा सैकड़े, दहाई और इकाई के स्थान के अंकों को शून्य में बदल देते हैं। यदि सैकड़े के स्थान वाला अंक 4, 3, 2, 1 या 0 हो, तो हम दी गई संख्या के निकटन के लिए, हजार के स्थान वाले अंक को बिना बदले हुए, इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थान वाले अंकों को 0 में बदल देते हैं

उदाहरण के लिए, हम निम्न संख्याओं का निकटतम हजार में निकटन निम्न भाँति करते हैं:

4980 → 5000 (सैकड़े के स्थान वाला अंक 9 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम हज़ार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 4 को 5 में, और इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों वाले अंकों को 0 में बदलते हैं।)

4299 → 4000 (सैकड़े के स्थान वाला अंक 2 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम हज़ार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 4 को बिना बदले हुए, इकाई, दहाई तथा सैकड़े के स्थानों वाले अंकों को 0 में बदलते हैं।)

**इस प्रकार,**

8585 का निकटन 9000 में किया जाता है
17200 का निकटन 17000 में किया जाता है
23900 का निकटन 24000 में किया जाता है

62499 का निकटन 62000 में किया जाता है

इसी प्रकार,

6500 से 6999 तक की और 7001 से 7499 तक की संख्याओं का निकटन 7000 में किया जाएगा,
12500 से 12999 तक की तथा 13001 से 13499 तक की संख्याओं का निकटन 13000 में किया जाएगा,
और

20500 से 20999 तक की तथा 21001 और 21499 तक की संख्याओं का निकटन 21000 में किया जाएगा।

[illegible]

1. निम्न में प्रत्येक का निकटतम हजार में निकटन कीजिए :

   (क) 8920 (ख) 9010 (ग) 13333 (घ) 19990
   (ङ) 21450 (च) 25500 (छ) 30499 (ज) 69501

2. निकटतम हजार में निकटन की दृष्टि से, किन संख्याओं का निम्न में निकटन किया जा सकता है?

   (क) 10000 9500 से 9999 तक की और 10001 से 10499 तक की संख्याएं
   (ख) 19000 (ग) 28000
   (घ) 50000 (ङ) 95000

---

## II. बड़ी संख्याओं का निकटन

आपने यह सीख लिया है कि किसी दी गई संख्या का निकटन निकटतम, दहाई, सैंकड़े और हजार में किस प्रकार किया जाता है। इसी प्रक्रिया का अनुसरण कर, हम बड़ी संख्याओं का निकटन निकटतम दहाई, सैंकड़ा, हजार, लाख, दस लाख, करोड़, दस करोड़ आदि में कर सकते हैं।

आइए हम निम्न संख्याओं का निकटतम दस हज़ार में निकटन करें:

36 179 34 769 79 860 71999

इन संख्याओं का निकटतम दस हज़ार में निकटन हम निम्न भांति करते हैं :

| | |
|---|---|
| 36179 — 40000 | (हज़ार के समान वाला अंक 6 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम दस हज़ार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 3, को 4 में और बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।) |
| 34769 — 30000 | (हज़ार के स्थान वाला अंक 4 है। अतः, हम दस हज़ार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 3, को बिना बदले हुए, बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।) |
| 79860 — 80000 | (हज़ार के स्थान वाला अंक 9 है। अतः संख्या के निकटन के लिए, हम दस हज़ार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 7, को 8 में और बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।) |
| 71999 — 70000 | (हज़ार के स्थान वाला अंक 1 है। अतः, हम दस हजार के स्थान वाले अंक, अर्थात् 7, को बिना बदले हुए, बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।) |

इसी प्रकार,

64500 का निकटन 60000 में किया जाता है

85000 का निकटन 90000 में किया जाता है
92640 का निकटन 90000 में किया जाता है
56755 का निकटन 60000 में किया जाता है

अब हम निम्न संख्याओं का निकटतम लाख में निकटन करें :

595750 548632

हम इन संख्याओं का निकटतम लाख में निकटन निम्न भांति करते हैं:

595750 → 600000 (दस हजार के स्थान वाला अंक 9 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम लाख के स्थान वाले अंक, अर्थात 5, को 6 में और बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

548632 → 500000 (दस हजार के स्थान वाला अंक 4 है। अतः, हम लाख के स्थान वाले अंक, अर्थात 5, को बिना बदले हुए, बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

इसी प्रकार,

748392 का निकटन 700000 में किया जाता है
865123 का निकटन 900000 में किया जाता है
6224179 का निकटन 6200000 में किया जाता है
3596305 का निकटन 3600000 में किया जाता है

[illegible]

1. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम दस हजार में कीजिए:
   (क) 43525 (ख) 66750 (ग) 88888 (घ) 9435
   (ङ) 21987 (च) 52675 (छ) 74999 (ज) 12600
2. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम लाख तक कीजिए:
   (क) 535475 (ख) 484320 (ग) 784300
   (घ) 1495321 (ङ) 2550000 (च) 8995495
   (छ) 96874 (ज) 1065250 (झ) 3433333

---

अब हम निम्न संख्याओं का निकटन निकटतम दस लाख में करें :

5435876 5892364

हम इन संख्याओं का निकटतम दस लाख में निकटन निम्न भांति करते हैं:

5435876 → 5000000 (लाख के स्थान वाला अंक 4 है। अतः, हम दस लाख के स्थान वाले अंक, अर्थात 5, को बिना बदले हुए, बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

5892364 → 6000000 (लाख के स्थान वाला अंक 8 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम दस लाख के स्थान वाले अंक, अर्थात 5, को 6 में और बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

इसी प्रकार,

7324860 का निकटन 7000000 में किया जाता है
1792156 का निकटन 2000000 में किया जाता है

945300 का निकटन 1000000 में किया जाता है

9614567 का निकटन 10000000 में किया जाता है

हम निम्न संख्याओं पर विचार करें। हम उनका निकटतम करोड़ में निकटन करें :

65437910 62539872

हम इन संख्याओं का निकटतम करोड़ में निकटन निम्न भांति करते हैं:

65437910→70000000 (दस लाख के स्थान वाला अंक 5 है। अतः, संख्या के निकटन के लिए, हम करोड़ के स्थान वाले अंक, अर्थात 6,को 7 में और बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

62539872→60000000 (दस लाख के स्थान वाला अंक 2 है। अतः, हम करोड़ के स्थान वाले अंक, अर्थात 6, को बिना बदले हुए, बाकी अंकों को 0 में बदलते हैं।)

इसी प्रकार,

9 45 32 750 का निकटन 9 00 00 000 में किया जाता है

9 94 02 865 का निकटन 10 00 00 000 में किया जाता है

4 32 19 876 का निकटन 4 00 00 000 में किया जाता है

8 75 15 550 का निकटन 9 00 00 000 में किया जाता है

**अभ्यास प्रश्न**

1. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम दस लाख में कीजिए:
   (क) 35 54 320 (ख) 24 56 980 (ग) 16 90 550
   (घ) 74 60 500 (ङ) 95 00 430 (च) 82 38 440
2. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम करोड़ में कीजिए:
   (क) 5 54 35 200 (ख) 9 01 42 500 (ग) 68 51 84 692
   (घ) 11 08 62013 (ङ) 16 78 89 150 (च) 7 74 93 310

---

## III. दशमलवों का निकटन

हमने किसी दी गई संख्या का निकटतम दहाई, सैकड़ा, हज़ार, दस हज़ार, लाख, दस लाख, करोड़, आदि में निकटन करना सीख लिया है। अब हम दशमलव का निकटतम पूर्ण संख्या, दसवां और सौवां में निकटन करना सीखेंगे।

हम निम्न दशमलवों पर विचार करें :

2.4 2.8 10.6 15.3

2.4, 3 की अपेक्षा 2 के अधिक निकट हैं। अतः, हम उसका 2 में निकटन करते हैं।

2.8, 2 की अपेक्षा 3 के अधिक निकट हैं। अतः, हम उसका 3 में निकटन करते हैं।

10.6, 10की अपेक्षा 11 के अधिक निकट हैं। अतः, हम उसका 11 में निकटन करते हैं।

15.4, 16की अपेक्षा 15 के अधिक निकट हैं। अतः, हम उसका 15 में निकटन करते हैं।

आप क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि **जब हम एक दशमलव स्थान वाले दशमलव का निकटन करते हैं, तब हम दशमलव का निकटन निकटतम पूर्ण संख्या में करते हैं।**

अब हम निम्न दशमलवों पर विचार करें :

15.5    17.5    20.5    30.5

हम जानते हैं कि 15.5, 15 और 16 के बीचोंबीच में है। अतः 15.5 का निकटन साधारणतया 16 में किया जाता है।

इसी प्रकार

17.5, 17 और 18 के बीचोंबीच में है। अतः, 17.5 का निकटन साधारणतया 18 में किया जाता है।

20.5, 20 और 21 के बीचोंबीच में है। अतः, 20.5 का निकटन साधारणतया 21 में किया जाता है।

30.5, 30 और 31 के बीचोंबीच में है। अतः, 30.5 का निकटन साधारणतया 31 में किया जाता है।

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि यदि दशमलव में दसवें के स्थान का अंक 5 है, तो हम दशमलव का निकटन उस निकटतम पूर्णसंख्या में करते हैं जो कि दिए गए दशमलव से अधिक है।

अब निम्न दशमलवों पर दृष्टि डालिए। उनमें से प्रत्येक का निकटन निकटतम पूर्ण संख्या में किया गया है। प्रत्येक दशमलव में दसवें के स्थान के अंक पर ध्यान दीजिए।

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.5→4 | 4.1→4 | 9.5→10 | 10.1→10 |
| 3.6→4 | 4.2→4 | 9.6→10 | 10.2→10 |
| 3.7→4 | 4.3→4 | 9.7→10 | 10.3→10 |
| 3.8→4 | 4.4→4 | 9.8→10 | 10.4→10 |
| 3.9→4 | 4.5→5 | 9.9→10 | 10.5→11 |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि किसी एक दशमलव स्थान वाले दशमलव का निकटतम पूर्ण संख्या में निकटन करते समय,

(i) यदि दिए गए दशमलव में दसवां के स्थान का अंक 5, 6, 7, 8 या 9 है तो हम दशमलव का निकटन उस निकटतम पूर्ण संख्या में करते हैं जो दिए गए दशमलव से अधिक है, और

(ii) यदि दिए गए दशमलव में दसवां के स्थान का अंक 4, 3, 2 या 1 है तो हम दशमलव का निकटन उस निकटतम पूर्ण संख्या में करते हैं जो दिए गए दशमलव से कम है।

इस प्रकार, हम निम्न दशमलवों का निकटन निम्न भांति कर सकते हैं :

| | |
|---|---|
| 8.3 का निकटन 8.0 में किया गया है | (दसवों के स्थान वाला अंक 3 है। अतः, इकाई के स्थान वाले अंक, अर्थात् 8, को बिना बदले 3 के स्थान पर 0 रखते हैं।) |

8.6 का निकटन 9.0 में किया गया है (दसवों के स्थान वाला अंक 6 है। अत:, दशमलव के निकटन के लिए, हम इकाई के स्थान वाले अंक, अर्थात् 8, को 9 में और दसवों के स्थान वाले अंक को 0 में बदलते हैं।)

किसी दिये गए दशमलव का निकटतम पूर्ण संख्या में निकटन करने के लिए, हम उस स्थान के ठीक दाईं ओर वाले अंक पर दृष्टि डालते हैं जिसका हमें निकटन करना है। यदि वह अंक (अर्थात् दसवों के स्थान वाला अंक) 5, 6, 7, 8 या तो 9 हो, तो हम दशमलव का निकटन उस निकटतम पूर्ण संख्या में करते हैं जो दिए गए दशमलव से अधिक है। यदि वह अंक (अर्थात् दसवों के स्थान वाला अंक ) 4, 3, 2 या 1 हो तो हम दशमलव के निकटन के लिए, उस स्थान के अंक को जिसका हमें निकटन करना है बिना बदले हुए दसवें के स्थान वाले अंक को 0 में बदलते हैं।

इस प्रकार,

18.2 का निकटन 18 में किया जाता है

16.5 का निकटन 17 में किया जाता है

29.6 का निकटन 30 में किया जाता है

30.2 का निकटन 30 में किया जाता है

[illegible]

1. निम्न में प्रत्येक दशमलव का निकटन निकटतम पूर्ण संख्या में कीजिए :

   (क) 7.9 (ख) 3.6 (ग) 4.3 (घ) 5.5

   (ङ) 7.1 (च) 6.4 (छ) 2.8 (ज) 6.6

   (झ) 10.2 (ञ) 25.5 (ट) 32.4 (ठ) 42.8

2. निकटतम पूर्ण संख्या में निकटन की दृष्टि से, बताइए किन दशमलवों का निम्न में निकटन किया जा सकता है?

   (क) 11.0 **10.5, 10.6, 10.7, 10.8, 10.9, 11.1, 11.2, 11.3, 11.4**

   (ख) 18.0 (ग) 20.0

   (घ) 45.0 (ङ) 72.0

---

अब हम उन दशमलवों पर विचार करें जिन में दो दशमलव स्थान हैं। हम दशमलव के दशमलव वाले भाग का निकटन निकटतम दसवें में करते हैं।

निम्न दशमलवों पर विचार कीजिए :

71.29 71.43 87.67 92.34

71.29, 71.2 की अपेक्षा 71.3 के अधिक निकट है। अत:, उसका निकटन 71.3 में किया जाता है।

71.43, 71.5 की अपेक्षा 71.4 के अधिक निकट है। अत:, उसका निकटन 71.4 में किया जाता है।

87.67, 87.6 की अपेक्षा 87.7 के अधिक निकट है। अत:, उसका निकटन 87.7 में किया जाता है।

92.34, 92.4 की अपेक्षा 92.3 के अधिक निकट है। अत:, उसका निकटन 92.3 में किया जाता है।

हम क्या देखते हैं ?

हमें ज्ञात होता है कि जब हम दो दशमलव स्थान वाले दशमलव का निकटन करते हैं, तब हम दशमलव वाले भाग का निकटन निकटतम दसवें में करते हैं।

अब हम निम्न दशमलवों पर विचार करें :

7.75 8.65 18.15 10.05

हम जानते हैं कि 7.75, 7.7 और 7.8 के बीचोंबीच में है। अतः, 7.75 का निकटन साधारणतया 7.8 में किया जाता है।

इसी प्रकार,

8.65, 8.6 और 8.7 के बीचोंबीच में है। अतः, 8.65 का निकटन साधारणतया 8.7 में किया जाता है।

18.15, 18.1 और 18.2 के बीचोंबीच में है। अतः, 18.15 का निकटन साधारणतया 18.2 में किया जाता है।

10.05, 10.0 और 10.1 के बीचोंबीच में है। अतः, 10.05 का निकटन साधारणतया 10.1 में किया जाता है।

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि यदि दशमलव में सौवों के स्थान वाला अंक 5 है, तो हम दशमलव के दशमलव वाले भाग का निकटन उस निकटतम दसवें में करते हैं जो दिए गए दशमलव के दसवें से अधिक है।

अब निम्न दशमलवों पर दृष्टि डालिए। उनमें से प्रत्येक का निकटन निकटतम दसवें में किया गया है। प्रत्येक दशमलव में सौवे के स्थान वाले अंक पर ध्यान कीजिए।

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7.75→7.8 | 7.81→7.8 | 10.35→10.4 | 10.41→10.4 |
| 7.76→7.8 | 7.82→7.8 | 10.36→10.4 | 10.42→10.4 |
| 7.77→7.8 | 7.83→7.8 | 10.37→10.4 | 10.43→10.4 |
| 7.78→7.8 | 7.84→7.8 | 10.38→10.4 | 10.44→10.4 |
| 7.79→7.8 | 7.85→7.9 | 10.39→10.4 | 10.45→10.5 |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि दो दशमलव स्थानों वाले दशमलव का निकटतम दसवें में निकटन करते समय,

(i) यदि सौवों के स्थान वाला अंक 5, 6, 7, 8 या 9 है, तो हम दशमलव के दशमलव वाले भाग का निकटन उस निकटतम दसवें में करते हैं जो दशमलव के दसवें से अधिक है, और

(ii) यदि सौवों के स्थान वाला अंक 4, 3, 2 या 1 है, तो हम दशमलव के दशमलव वाले भाग का निकटन उस निकटतम दसवे में करते हैं जो दिए गए दशमलव के दसवें से कम है।

**इस प्रकार हम निम्न दशमलवों के दशमलव वाले भागों का निकटन, निकटतम दसवें में, निम्न प्रकार कर सकते हैं :**

6.85 ⟶ 6.9 (सौवों के स्थान वाला अंक 5 है। अतः, दशमलव के निकटन के लिए, हम दसवों के स्थान वाले अंक, अर्थात् 8, को 9 में बदलते हैं।

12.34 ⟶ 12.3 (सौवों के स्थान वाला अंक 4 है। अतः, हम दसवों के स्थान वाले अंक, अर्थात् 3, को जैसे का तैसा रख देते हैं और सौवों के स्थान वाले अंक को हटा देते हैं।)

तीन दशमलव स्थानों वाले दशमलव का निकटतम सौवें में निकटन करने के लिए भी हम इसी प्रक्रिया का अनुसरण करते हैं।

हम निम्न दशमलवों पर विचार करें :

1 6.872     25.467     19.953     31.785

16.872 ⟶ 16.87 (हजारवों के स्थान वाला अंक 2 है। अतः, हम सौवों के स्थान वाले अंक, अर्थात 7, को जैसे का तैसा रख देते हैं और हजारवों के स्थान वाले अंक को हटा देते हैं।)

25.467 ⟶ 25.47 (हजारवों के स्थान वाला अंक 7 है। अतः, दशमलव के निकटन के लिए, हम सौवों के स्थान वाले अंक, अर्थात 6 को 7 में बदलते हैं।)

19.953 ⟶ 19.95 (हजारवों के स्थान वाला अंक 3 है। अतः, हम 5 को जैसे का तैसा रख देते हैं और 3 को हटा देते हैं।)

31.785 ⟶ 31.7 9 हजारवों के स्थान वाला अंक 5 है। अतः, दशमलव के निकटन के लिए हम 8 को 9 में बदलते हैं।

**अभ्यास प्रश्न**

1. निम्न दशमलवों में प्रत्येक को, उसके दशमलव वाले भाग का निकटतम दसवें में निकटन करने के बाद, लिखिए:

   (क) 54.87   (ख) 92.64   (ग) 104.32   (घ) 108.78
   (ङ) 17.66   (च) 22.22   (छ) 38.83   (ज) 66.66

2. निम्न दशमलवों में प्रत्येक को, उसके दशमलव वाले भाग का निकटतम सौवें में निकटन करने के बाद, लिखिए:

   (क) 17.654   (ख) 8.632   (ग) 6.758   (घ) 10.07
   (ङ) 100.009   (च) 99.999   (छ) 25.295   (ज) 16.10

**पुनरावृत्ति प्रश्नावली**

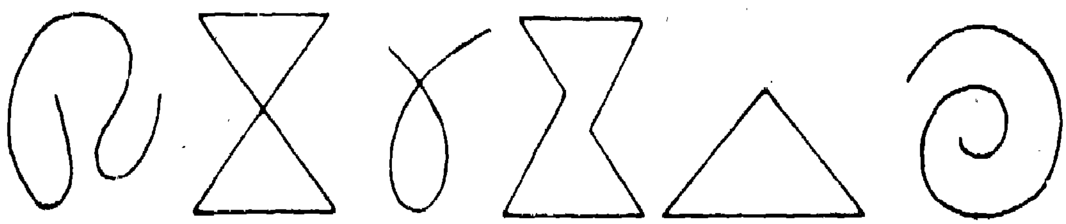
1. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम दहाई में कीजिए :
   (क) 24 (ख) 66 (ग) 75 (घ) 10.2 (ङ) 219 (च) 385 (छ) 562
2. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम सैकड़े में कीजिए :
   (क) 108 (ख) 176 (ग) 550 (घ) 898 (ङ) 968 (च) 1040 (छ) 2850

3. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम हज़ार में कीजिए :
(क) 1100 (ख) 2090 (ग) 8550 (घ) 12185
(ङ) 22650 (च) 65782 (छ) 70671 (ज) 98232
4. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम दस हज़ार में कीजिए :
(क) 12856 (ख) 28123 (ग) 49765 (घ) 57345 (च) 92582
5. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम लाख में कीजिए :
(क) 585 604 (ख) 14 42 364 (ग) 27 52 354
(घ) 6 8 4 1 104 (ङ) 9 99 910 (च) 63 75 710
6. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम दस लाख में कीजिए :
(क) 56 35 410 (ख) 75 56 301 (ग) 82 40 869 (घ) 94 56 15 215
7. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम करोड़ में कीजिए :
(क) 684 32 715 (ख) 12 45 67 616 (ग) 940 30 110 (घ) 28 56 75
8. निम्न में प्रत्येक का निकटन निकटतम पूर्ण संख्या में कीजिए :
(क) 15.4 (ख) 17.9 (ग) 35.7 (घ) 49.9 (ङ) 102.6
9. निम्न दशमलवों में प्रत्येक को, उसके दशमलव वाले भाग का निकटतम दसवें में निकटन करने के बाद, लिखिए :
(क) 16.54 (ख) 22.46 (ग) 35.67 (घ) 44.44 (ङ) 75.46
10. निम्न दशमलवों में प्रत्येक को, उसके दशमलव वाले भाग का निकटतम सौवें में निकटन करने के बाद, लिखिए :
(क) 18.454 (ख) 108.678 (ग) 20.439 (घ) 40.287 (ङ) 96.575
(च) 108.129 (छ) 215.321 (ज) 604.008 (झ) 99.725 (ञ) 66.532

# वृत्त

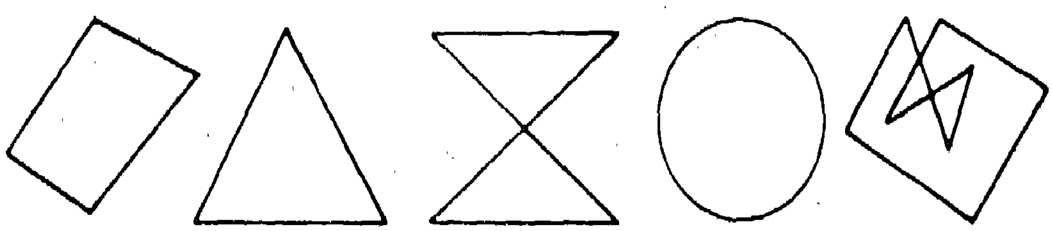
[illegible]

1. निम्न में कौन से संवृत (बन्द) वक्र हैं?



(क) (ख) (ग) (घ) (ङ) (च)

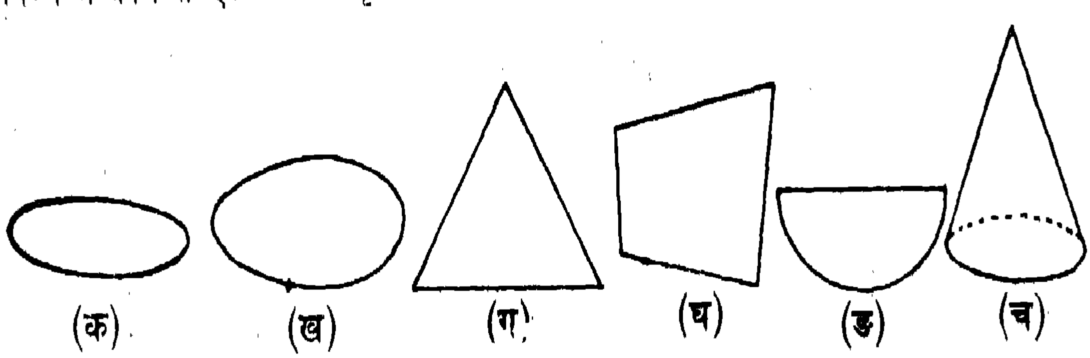
2. निम्न में कौन से सरल संवृत वक्र हैं?



(क) (ख) (ग) (घ) (ङ)

आकृति 2

3. निम्न में कौन से ऐसे सरल संवृत वक्र हैं जो केवल रेखा खण्डों से बने हैं?



(क) (ख) (ग) (घ) (ङ) (च)

4. निम्न में प्रत्येक रेखा खण्ड की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

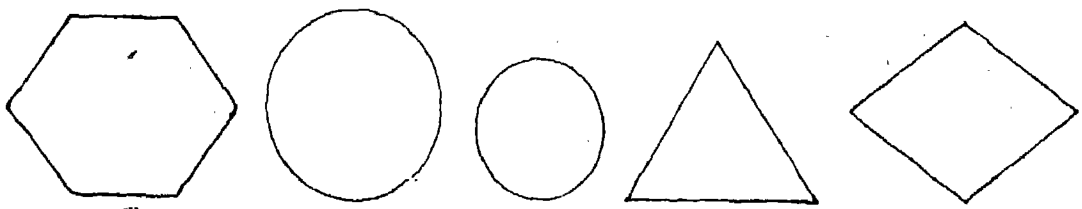

(क) (ख) (ग)

आकृति 4

5. निम्न लम्बाई के रेखा खण्ड बनाइए।
(क) 4 सेमी. (ख) 5.5सेमी. (ग) 2.7 सेमी. (घ) 3.6 सेमी.

## I.वृत्त – एक समतल आकृति

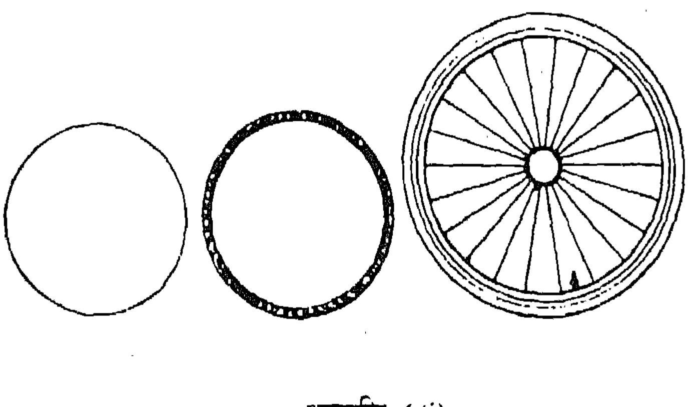
नीचे दी गई आकृतियों को देखिए


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

आकात 5

इनमें से किन आकृतिओं को चूड़ी, रुपये का सिक्के, कैरम की गोट, आदि जैसी, आस-पास की वस्तुओं की सहायता से खींचा जा सकता है ? आकृति 5 (ii) और आकृति 5(iii) को उपरोक्त किसी भी वस्तु की सहायता से खींचा जा सकता है। इसके लिए, हम (किसी टेबिल या कठोर समतल पृष्ठ पर रखे) कागज के ऊपर वस्तु को रखते हैं, वस्तु के किनारे के साथ-साथ चारों ओर पेंसिल चलाते हैं और आकृति 5 (ii) और आकृति 5 (iii) में दर्शाई गई जैसी आकृति प्राप्त करते हैं।

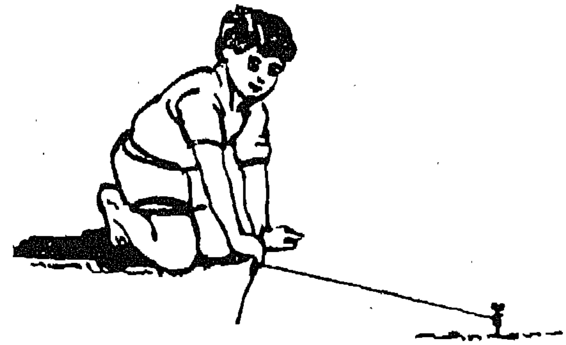
इस प्रकार से प्राप्त आकृति **वृत्त** कहलाती है।


आकृति 6(i)


आकृति 6(ii)

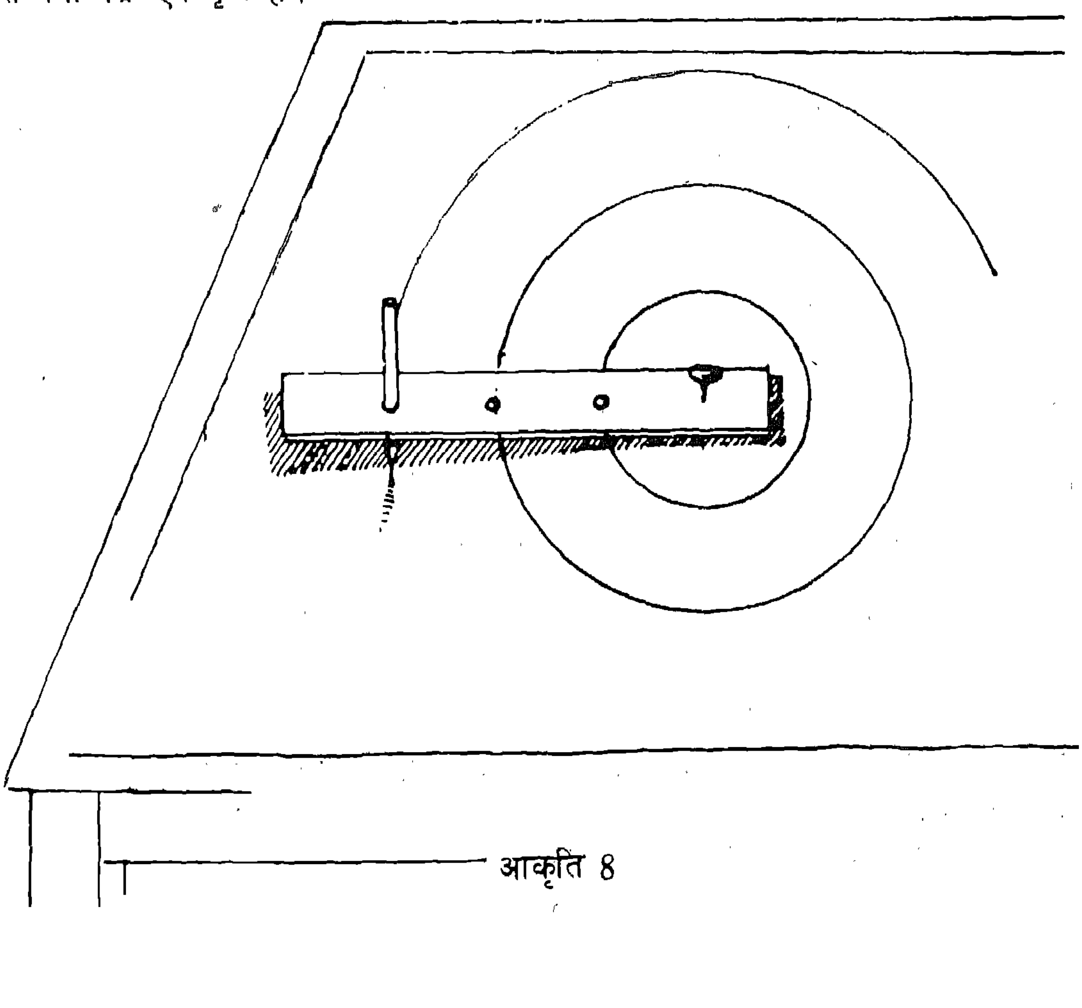
**[illegible]**

1. अधिक से अधिक ऐसी वस्तुएं एकत्रित कीजिए जिन की सहायता से वृत्त खींचा जा सकता है। वस्तुओं की सहायता से विभिन्न आकार के वृत्त खींचिए।
2. जमीन में एक खूंटी गाड़िए। रस्सी के एक टुकड़े के एक सिरे को उससे बांधिए और दूसरे सिरे को, जमीन को छूती हुई एक छोटी नोंकदार छड़ी के साथ, कसकर हाथ में पकड़िए। खूंटी के चारों ओर का एक चक्कर लगाइए। चलती हुई छड़ी से कौन-सा वक्र जमीन पर बनता है ? आप देखेंगे कि यह एक **वृत्त** है।



आकृति 7

3. लकड़ी की एक ऐसी आयताकार पट्टी लीजिए जिसमें तीन या चार सूराख हों। पट्टी को जमाने के लिए एक सिरे पर एक पिन लगाइए। किसी एक सुराख में पेंसिल डालकर उसको चारों ओर घुमाइए। पेंसिल से बना वक्र एक **वृत्त** है।



आकृति 8

इसी प्रकार, दूसरे सुराखों में पेंसिल डालकर आप कुछ और वृत्त खींच सकते हैं।

दाईं ओर दर्शा गए परकार (कम्पास) के चित्र को देखिए। यह उपकरण प्रत्येक ज्यामिति बॉक्स में पाया जाता है। परकार की सहायता से हम वृत खींच सकते हैं।

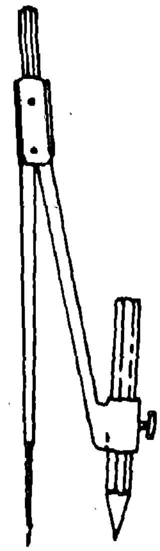
परकार की सहायता से वक्र खींचने के लिए, निम्न चरणों को पूरा करिए:

**चरण 1 :** परकार की पेंसिल पकड़ने वाली भुजा में एक नुकीली पेंसिल कसकर लगाइए। यदि आवश्यकता हो तो पेंसिल को पेंच की सहायता से कसिए।

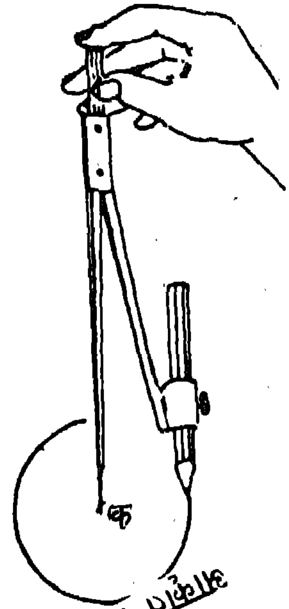
**चरण 2 :** एक कागज पर एक बिन्दु, मान लीजिए क, अंकित कीजिए।

**चरण 3 :** परकार की भुजाओं को खोलिए और सुई जैसे सिरे को बिन्दु क पर रखिए।

**चरण 4 :** परकार को ऊपरी सिरे पर पकड़ते हुए, पेंसिल की नोक को घुमाइए। इस प्रकार खींची गई आकृति वृत्त है।



आकृति 9

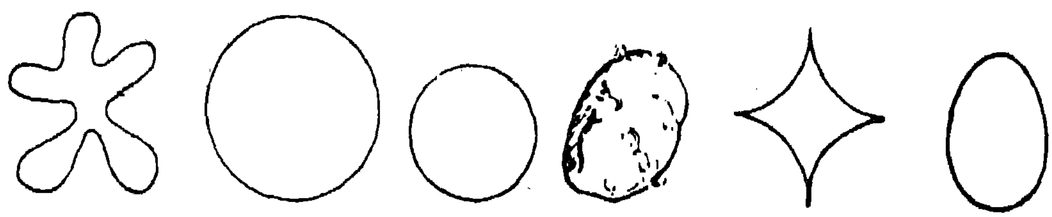



आकृति 10

परकार

आइए करें

1. निम्न में कौन-सी आकृतियां वृत्त हैं?

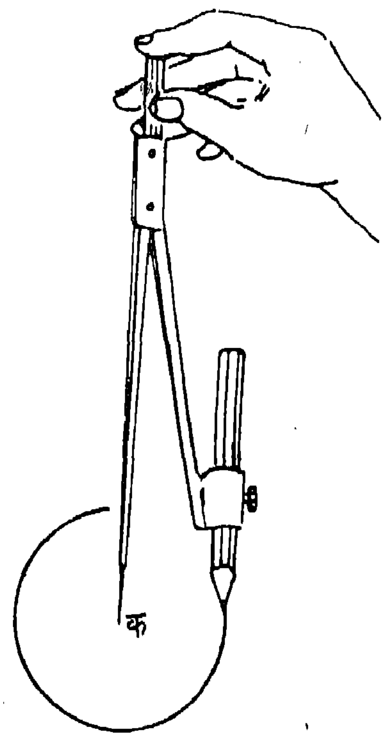



आकृति 11

2. तीन ऐसी वस्तुएं एकत्रित कीजिए जिनकी सहायता से वृत्त खींचा जा सकता है।
3. कौन से सिक्कों की सहायता से वृत्त खींचा जा सकता है।
4. परकार की सहायता से विभिन्न आकार के चार वृत्त खींचिए।

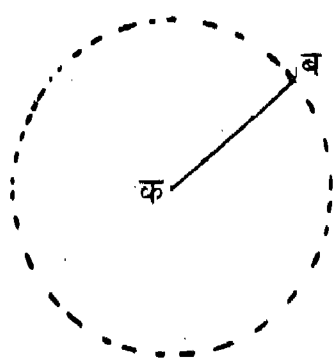
## II. वृत्त के तत्व

(क) **केन्द्र** : हमने यह सीखा है कि वृत्त खींचने के लिए हम परकार के सुई जैसे सिरे को किसी बिन्दु, मान लीजिए क, पर रखते हैं और पेंसिल की नोक को घुमाते हैं। इस बिन्दु (यहां पर क) को वृत्त का **केन्द्र** कहा जाता है।




आकृति 12

(ख) **त्रिज्या** : वृत्त के केन्द्र, मान लीजिए क, को वृत्त पर किसी बिन्दु, मान लीजिए ब, से मिलाइए। हमें क्या प्राप्त होता है? हमें एक रेखा खण्ड क ब प्राप्त होता है। यह रेखा-खण्ड वृत्त की **त्रिज्या** कहलाता है।




आकृति 13

इस प्रकार केन्द्र को वृत्त पर किसी भी बिन्दु से मिलाने वाला रेखा खण्ड वृत्त की **त्रिज्या** कहलाता है।

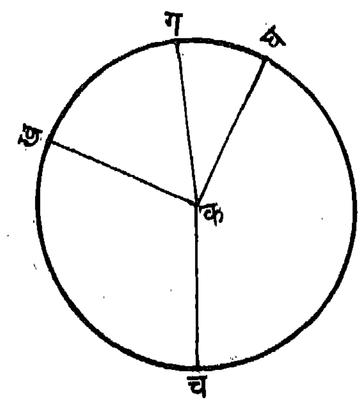
अब हम क केन्द्र को लेकर एक वृत्त खींचें और उस पर चार बिन्दु, मान लीजिए ख, ग, घ और च अंकित करें। क ख, क ग, क घ और क च को मिलाइए।

क्या प्रत्येक रेखा खण्ड, क ख, क ग, क घ और क च, वृत्त की त्रिज्या है? निस्सन्देह, वे त्रिज्या हैं।

किसी वृत्त की कितनी त्रिज्याएँ खींची जा सकती हैं?

क्या सभी त्रिज्याओं की लम्बाई बराबर है?

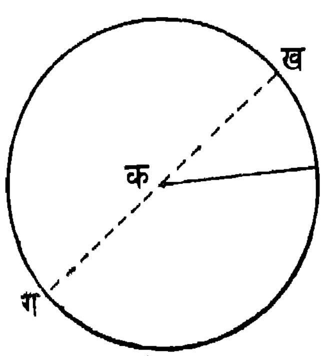
**हम किसी वृत्त की त्रिज्याएं बड़ी संख्या में खींच सकते हैं और सभी त्रिज्याओं की लम्बाई बराबर होती है।**



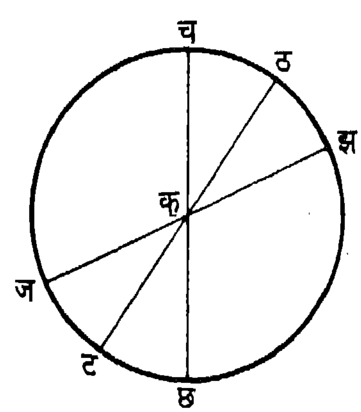

आकृति 14

(ग) **व्यास** : वह रेखा खण्ड जो किसी वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरता है और जिसके दोनों सिरे वृत्त पर समाप्त होते हैं, उस वृत्त का **व्यास** कहलाता है।

आकृति 15 में, ख ग वृत्त का व्यास है। दाईं ओर की आकृति में च छ, ज झ और ट ठ वृत्त के व्यास हैं।




आकृति 15



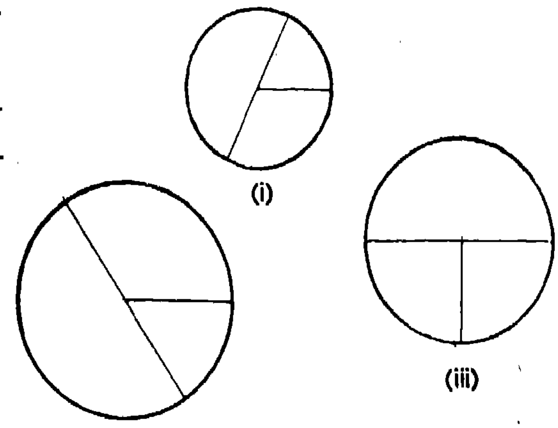

आकृति 16

**प्रस्तावित क्रिया-कलाप**

1. एक वृत्त खींचिए। वृत्त के जितने व्यास खींचे जा सकते हैं खींचिए। खींचे गए व्यासों की लम्बाई नापिए। एक वृत्त में हम कितने व्यास खींच सकते हैं? क्या सभी व्यासों की लम्बाई बराबर है?

**हम किसी वृत्त के व्यास बड़ी संख्या में खींच सकते हैं और सभी व्यासों की लम्बाई बराबर होती है।**

2. हम विभिन्न आकार के तीन वृत्त खींचें। प्रत्येक वृत्त में (जैसा कि आकृति 17 में दर्शाया गया है) एक त्रिज्या और एक व्यास खींचिए। तीनों वृत्तों में त्रिज्याओं और व्यासों की लम्बाइयां ज्ञात कीजिए और उन लम्बाइयों को निम्न सारणी में लिखिए:




आकृति 17

| वृत्त | त्रिज्या की लम्बाई | व्यास की लम्बाई | त्रिज्या की लम्बाई और व्यास की लम्बाई का संबंध |
|---|---|---|---|
| (i) | | | |
| (ii) | | | |
| (iii) | | | |

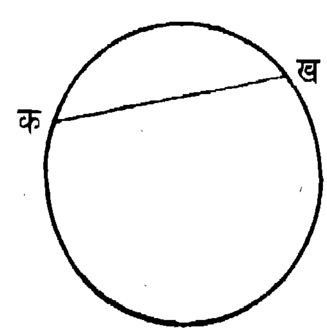
हम क्या देखते हैं?

**हमें ज्ञात होता है कि वृत्त के व्यास की लम्बाई, वृत्त की त्रिज्या की लम्बाई से दुगुनी होती है।**

इस प्रकार, किसी वृत्त में

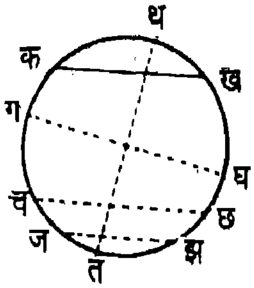
**व्यास की लम्बाई** = 2 × **त्रिज्या की लम्बाई**

(घ) **जीवा** : अब हम एक ऐसे रेखा खण्ड क ख पर विचार करेंगे जिसके सिरे क और ख वृत्त पर समाप्त होते हैं किन्तु जिसके लिए आवश्यक नहीं कि वृत्त का केन्द्र उस पर स्थित है। क ख जैसा रेखा खण्ड, वृत्त की **जीवा** कहलाता है।




आकृति 18

आकृति 19 में, सभी रेखा खण्ड क ख, ग घ, च छ, ज झ, और त थ, वृत्त की जीवाएं हैं।



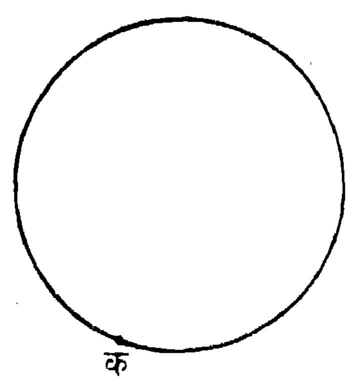

आकृति 19

[illegible]

1. एक वृत्त खींचिए। उसमें जितनी अधिक से अधिक जीवाएं खींच सकते हैं,खींचिए। खींची गई जीवाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए। किसी वृत्त की हम कितनी जीवाएं खींच सकते हैं? क्या सभी जीवाओं की लम्बाई बराबर है?

**हम किसी वृत्त की जीवाएं बड़ी संख्या में खींच सकते हैं। यह आवश्यक नहीं कि किसी वृत्त की सभी जीवाओं की लम्बाई एक समान हो।**

2. हम एक वृत्त खींचें और उस पर एक बिन्दु, मान लीजिए क, अंकित करें। ऐसी अधिक से अधिक जीवाएं खींचिए जिनका एक सिरा बिन्दु क है। क्या हमें कोई ऐसी जीवा प्राप्त होती है जिसमें वृत्त का केन्द्र स्थित है और जिसका एक सिरा बिन्दु क है?




आकृति 20

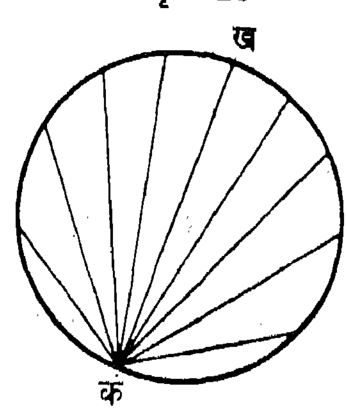
हम ऐसी जीवाएं बड़ी संख्या में खींच सकते हैं जिनका एक सिरा बिन्दु क है। इनमें से केवल एक जीवा, जीवा क ख, ऐसी है जिस पर वृत्त का केन्द्र स्थित है।

अब हम वृत्त में ऊपर खींचे गए, जीवा क ख सहित, सभी जीवाओं की लम्बाई ज्ञात करें।

हमें क्या ज्ञात होता है?

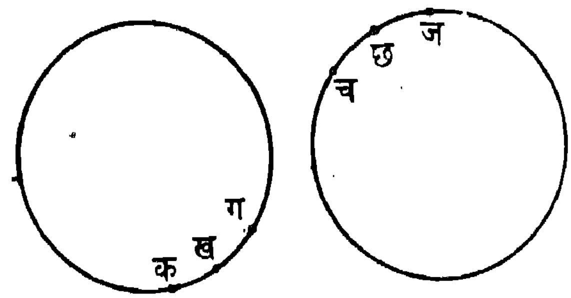
हमें ज्ञात होता है कि जीवा क ख, जो कि वृत्त का व्यास भी है, वृत्त की सबसे लम्बी जीवा है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि **व्यास वृत्त की सबसे लम्बी जीवा होता है।**




आकृति 21

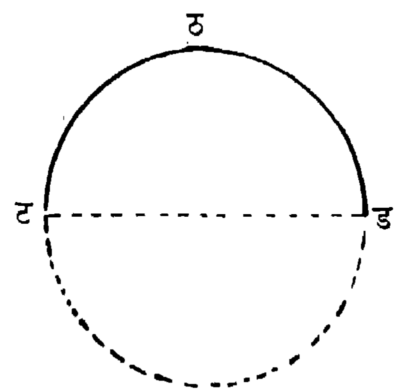
(ङ) **चाप और अर्धवृत्त** : वृत्त का कोई भी भाग वृत्त का चाप कहलाता है। हम किसी चाप का नामांकन चाप के तीन बिन्दुओं की सहायता से करते हैं—दो बिन्दु दोनों सिरों पर और एक बिन्दु उन दोनों के बीच में। आकृति 22 में क ख ग और च छ ज वृत्त के दो चाप हैं।




आकृति 22

वृत्त का आधा **अर्धवृत्त** कहलाता है।

इस प्रकार, आकृति 23 में ट ठ ड एक अर्धवृत्त है।

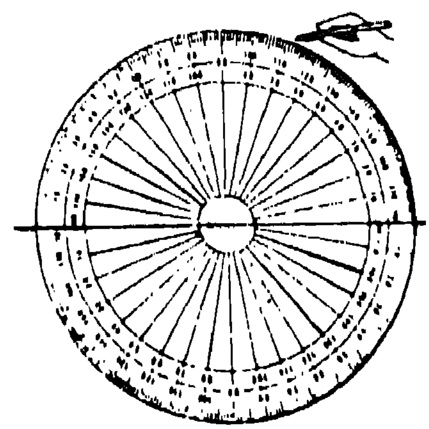



आकृति 23

क्या अर्धवृत्त एक चाप होता है? निस्सन्देह वह चाप होता है।

**प्रयोगात्मक क्रियाकलाप**

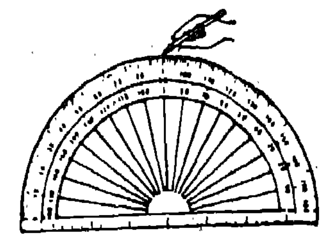
1. एक ही आकार के दो चांदे लीजिए। उनको कागज के पन्ने पर इस प्रकार रखिए जैसा कि आकृति 24 में दर्शाया गया है। दोनों चांदों के वक्र किनारों से लगा कर पेंसिल चलाइए। यह अनुरेखित वक्र क्या है?
   यह अनुरेखित वक्र वृत्त है।



आकृति 24

2. इसके बाद, केवल एक चांदा लीजिए और उसको कागज के पन्ने पर इस प्रकार रखिए जैसा कि आकृति 25 में दर्शाया गया है। चांदे के वक्र किनारे से लगाकर पेंसिल चलाइए। कौन-सा वक्र अंकित होता है?

यह अंकित वक्र अर्धवृत्त है।



आकृति 25

उपर्युक्त दो क्रियाओं से, हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि अर्धवृत्त एक वृत्त का आधा होता है।

(च) **वृत्त की परिधि** : याद कीजिए कि हमने वर्ग और आयत के परिमाप की परिभाषा किस प्रकार की थी। किसी वर्ग (या, आयत) का एक चक्कर लगाने के लिए जितनी दूरी तय करने की आवश्यकता होती है वह वर्ग (या, आयत) का **परिमाप** कहलाती है। हम किसी वर्ग या आयत का परिमाप उसकी चारों भुजाओं की लम्बाई को जोड़कर ज्ञात करते हैं।

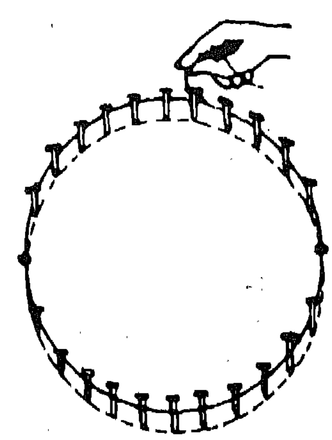
**क्या हम इसी प्रकार किसी वृत्त की लम्बाई भी ज्ञात कर सकते हैं?**

हम वृत्त की लम्बाई पैमाने की सहायता से ज्ञात नहीं कर सकते। निस्सन्देह, हम उसकी सन्निकट लम्बाई धागे की सहायता से ज्ञात कर सकते हैं।

एक गत्ता, एक धागा और कुछ पिनें लीजिए। गत्ते पर एक वृत्त खींचिए। वृत्त पर पिनें इस प्रकार लगाइए जैसा कि दाईं ओर की आकृति में दिखाया गया है।

धागे के एक सिरे को एक पिन से बांधिए। धागे को वृत्त पर पिनों के साथ-साथ लपेटिए। और उस पिन तक ले जाइए जिसके साथ धागे का एक सिरा बांधा गया था। धागे को उस स्थान पर काटिए जहां वह पहली पिन को छूता है। लपेटे गए धागे की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

लपेटे गए धागे की लम्बाई वृत्त की लम्बाई का सन्निकट माप है।



आकृति 26

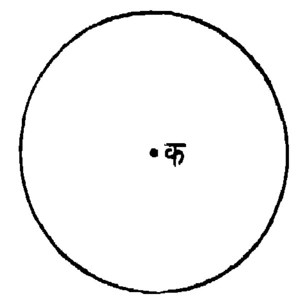
**वृत्त की लम्बाई उसकी परिधि कहलाता है।**

*टिप्पणी :* किसी वृत्त के दो अर्धवृत्तों की लम्बाई बराबर होती है।

2. एक वृत्त खींचिए और उसका एक व्यास खींचिए। वृत्त की परिधि और व्यास की लम्बाई ज्ञात कीजिए। इस बात की जांच कीजिए कि वृत्त की परिधि उसके व्यास की लम्बाई के तीन गुने से थोड़ी अधिक होती है।

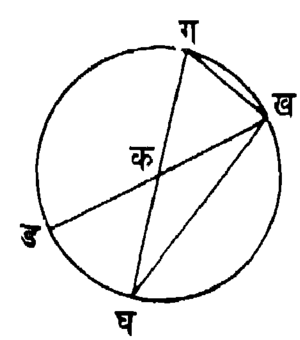
### आइए करें

1. दाईं ओर की आकृति में, वृत्त के केन्द्र का नामांकन कीजिए।



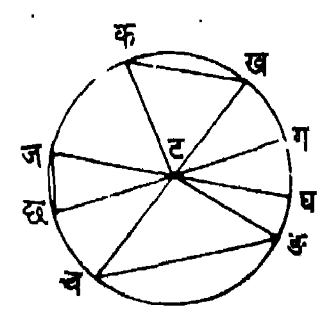

आकृति 27

2. दाईं ओर की आकृति में निम्न का नामांकन कीजिए :
(i) वृत्त की सभी त्रिज्याएं, (ii) वृत्त के सभी व्यास, और
(iii) वृत्त के सभी जीवा




आकृति 28

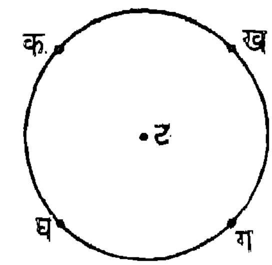
3. आकृति 29 में, कौन से रेखा खण्ड
(i) वृत्त की त्रिज्याएं है? (ii) वृत्त के व्यास हैं?
(iii) वृत्त के जीवा हैं?




आकृति 29

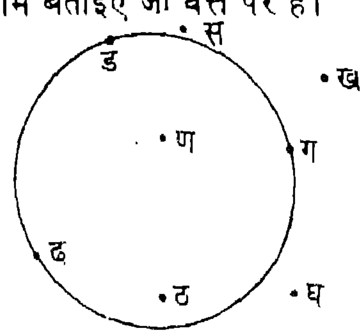
4. एक ऐसे वृत्त पर जिसका केन्द्र ट है, क ख ग घ चार बिन्दु हैं। केवल इन चार बिन्दुओं को जीवाओं के सिरे बनाकर कितने जीवा खींचे जा सकते हैं?

इन चापों में वृत्त के व्यास कितने हैं? उनके नाम बताइए।



आकृति 30

5. निम्न में से कौन से कथन सही हैं :
   (क) व्यास किसी वृत्त की सबसे लम्बी जीवा होती है।
   (ख) यदि हम वृत्त पर किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाएं, तो हमें वृत्त का व्यास प्राप्त होता है।
   (ग) वृत्त के व्यास में उसका केन्द्र स्थित होता है।
   (घ) वृत की त्रिज्या की लम्बाई वृत्त के व्यास की लम्बाई की दुगुनी होती है।
   (ङ) अर्धव्यास एक चाप होता है।
   (च) किसी वृत्त की लम्बाई उसकी परिधि कहलाती है।
   (छ) किसी वृत्त का केन्द्र उसके सभी व्यासों में स्थित नहीं होता है।
6. आकृति 31 में, उन बिन्दुओं के नाम बताइए जो वृत्त पर हैं।



आकृति 31

7. यदि एक वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी. लम्बी है, तो उसके व्यास की लम्बाई क्या होगी?
8. यदि किसी वृत्त का व्यास 12 सेमी. लम्बा है, तो उसकी त्रिज्या की लम्बाई क्या होगी ?

(निम्न दोनों प्रश्नों में प्रत्येक के लिए चार संभावित उत्तर दिए गए हैं।) **इनमें** से केवल एक सही है। सही उत्तर का चयन कीजिए।)

9. एक वृत्त का व्यास 14 सेमी. है। उसकी परिधि लगभग निम्न के बराबर है
   (क) 7 सेमी. (ख) 44 सेमी. (ग) 40 सेमी. (घ) 28 सेमी.

**10. एक वृत्त की त्रिज्या 7 से.मी. है। उसके अर्धवृत्त की लम्बाई लगभग निम्न है**
(क) 14 सेमी. (ख) 2 सेमी. (ग) 20 सेमी. (घ) 21 से.मी.

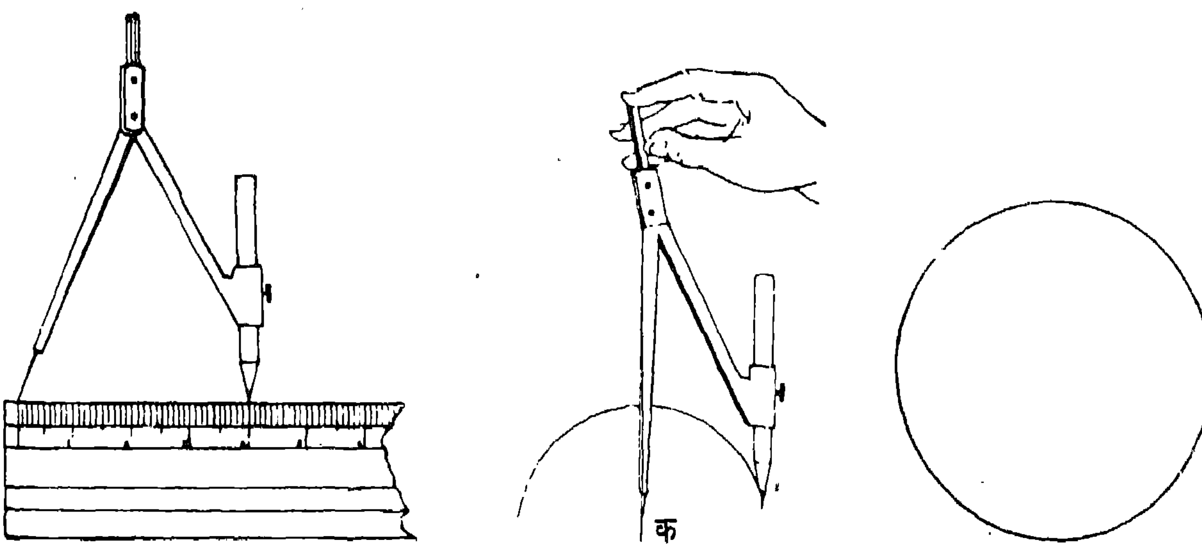
## III. वृत्त का आरेखण

अब हम किसी दी गई त्रिज्या का वृत्त खींचना सीखेंगे। दी गई, मान लीजिए 4 से.मी., त्रिज्या का वृत्त खींचने के लिए, निम्न चरणों को पूरा कीजिए :

**चरण 1 :** परकार को इस प्रकार खोलिए कि सुई जैसा नुकीला सिरा और पेंसिल की नोक एक दूसरे से 4 से.मी. दूर हो। (आकृति 32 देखिए)

**चरण 2 :** कागज पर कोई सुविधाजनक बिन्दु क चुनिए।

**चरण 3 :** सुई जैसे नोंक के सिरे को बिन्दु क पर रखिए और, परकार को ऊपर से पकड़कर, पेन्सिल की नोंक को घुमाइए। हमें वांछित वृत्त प्राप्त होता है .




(i) (ii) (iii)

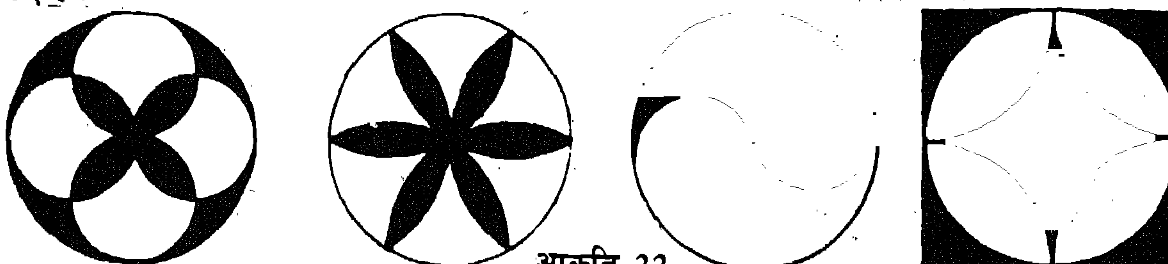
आकृति 32

### आइए करें

1. **परकार की सहायता से निम्न त्रिज्या के वृत्त खींचिए :**
   (क) 4 सेमी. (ख) 6.5 सेमी. (ग) 3.5 सेमी. (घ) 5 सेमी.
2. 4 से.मी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। उस वृत्त का व्यास खींचिए। इस बात की जांच कीजिए कि व्यास की लम्बाई 8 से.मी. है।

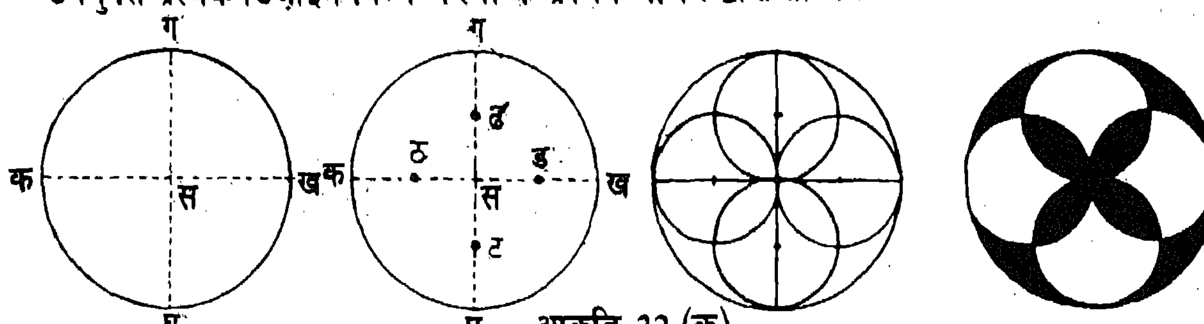
## IV. वृत्तों से पैटर्न व डिज़ाइन

हम वृत्तों की सहायता से अनेक पैटर्न/डिज़ाइन बना सकते हैं। इस प्रकार के कुछ डिज़ाइन नीचे दर्शाए गए हैं।



आकृति 33

उपर्युक्त प्रत्येक डिज़ाइन निम्न चरणों के क्रमिक पालन द्वारा प्राप्त किया गया है :



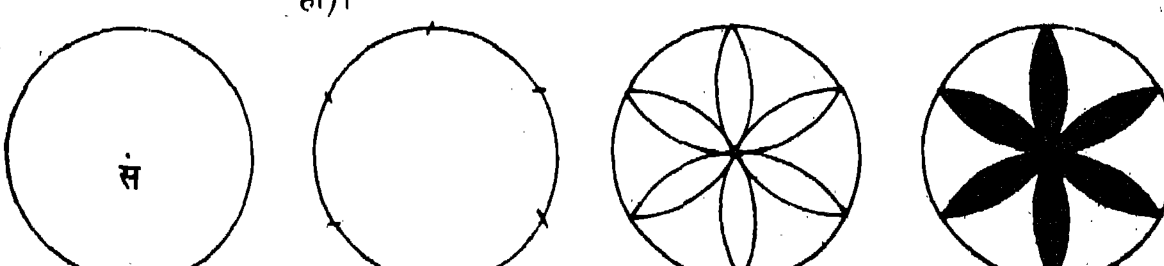

आकृति 33 (क)

(i) एक वृत्त और उसके दो व्यास क ख और ग घ खींचिए जिसका केन्द्र स है।

(ii) स घ, स क, स ग और स ख के मध्य बिन्दु ट, ठ, ड और ढ ज्ञात कीजिए। ट ठ ड और ढ को केन्द्र मान कर चार वृत्त खींचिए (जिनमें प्रत्येक का व्यास स घ के बराबर हो)।

(iii) व्यासों को मिटा दीजिए।

(iv) डिज़ाइन में रंग भरिए।




आकृति 33 (ख)

(i)

एक वृत्त खींचिए।

(ii)

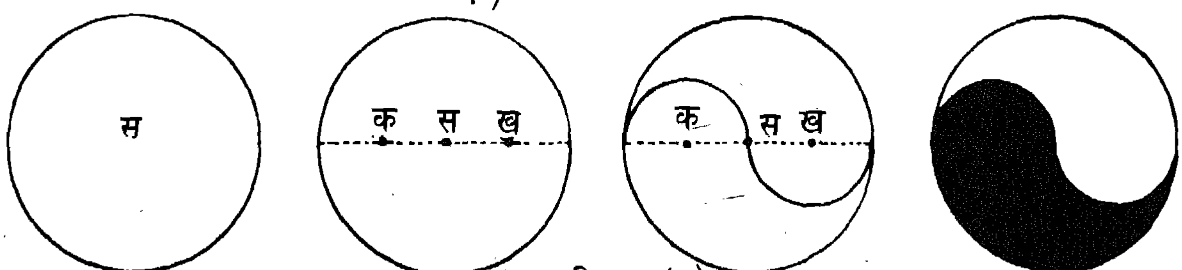
वृत्त पर बराबर दूरी पर छः बिन्दु अंकित कीजिए। (परकार को वृत्त की त्रिज्या के बराबर खोलिए, किसी भी बिन्दु से आरंभ कीजिए और छः बिन्दु अंकित कीजिए।)

(iii)

प्रत्येक बिन्दु को केन्द्र मान कर और वृत्त की त्रिज्या के बराबर त्रिज्या लेकर चाप खींचिए।

(iv)

डिज़ाइन में रंग भरिए।




आकृति 33 (ग)

(i)

बिन्दु स को केन्द्र मानकर एक वृत्त खींचिए।

(ii)

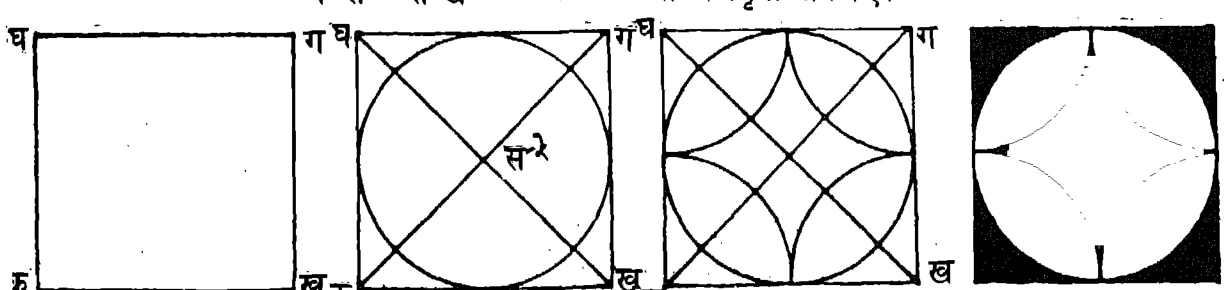
एक व्यास खींचिए और उस पर दो बिन्दु क और ख इस प्रकार अंकित कीजिए कि क स = स ख

(iii)

क और ख को केन्द्र मान कर और वृत्त को त्रिज्या के आधे के बराबर त्रिज्या लेकर, दो अर्धवृत्त खींचिए।

(iv)

डिज़ाइन में रंग भरिए।




आकृति 33 (घ)

(i)

एक वर्ग क ख ग घ खींचिए।

(ii)

दो कर्ण खींचिए जो एक दूसरे को स पर काटते हों। स को केन्द्र मानकर, वर्ग की भुजाओं को छूता हुआ, एक वृत्त खींचिए।

(iii)

क ख ग और घ को केन्द्र मान कर और उसी त्रिज्या को लेकर, चार चाप खींचिए।

(iv)

कर्णों और बिन्दुओं के नामों को मिटाइए। डिज़ाइन में रंग भरिए।

1. अपने आस-पास में उन वस्तुओं की पहचान कीजिए जिनकी सहायता से वृत्त खींचा जा सकता है।

2. परकार की सहायता से एक वृत्त खींचिए। उसके केन्द्र का नाम स रखिए। निम्न को खींचिए:
(क) एक त्रिज्या स ट (ख) एक व्यास क ख (ग) एक जीवा ट ठ
(घ) एक चाप ल य खीजिए (ङ) एक अर्धवृत्त क ग ख

3. एक वृत्त की कितनी जीवाएं खींची जा सकती हैं?
(क) 2 (ख) 3 (ग) 8 (घ) चाहे जितनी

4. निम्न में से प्रत्येक कथन को सही बनाने के लिए रिक्त स्थानों को भरिए:
(क) किसी वृत्त की जीवाओं में, व्यास ------ लम्बा होता है।
(ख) किसी वृत्त की सभी त्रिज्याओं की लम्बाई ------ होती है।
(ग) किसी वृत्त का केन्द्र हमेशा अपने ------ में स्थित होता है।
(घ) किसी वृत्त के ------ अर्धवृत्त होते हैं।
(ङ) वृत्त पर के किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने से, हमें ------ प्राप्त होती है।

5. निम्न त्रिज्या के वृत्त खींचिए :
(क) 3 सेमी. (ख) 4.5 सेमी. (ग) 5.6 सेमी. (घ) 6 सेमी.

6. 6 से.मी. लम्बा एक रेखा खण्ड क ख लीजिए। क और ख को केन्द्र मानकर और क्रमशः 2 से.मी. और 4 से.मी. की त्रिज्याएं लेकर दो वृत्त खींचिए। क्या दोनों वृत्त एक दूसरे को छूते हैं?

7. केवल वृत्तों की सहायता से एक डिज़ाइन खींचिए।

1. कागज का एक पन्ना लीजिए। उस पर एक वृत्त खींचिए। वक्र के साथ-साथ कागज को काटिए। आपको क्या प्राप्त होता है? क्या यह एक वृत्त है?

2. कागज का एक पन्ना लीजिए। उस पर चाँदा रखिए। चाँदे के वक्र और सीधे किनारे के साथ-साथ पेंसिल चलाइए। कागज को चित्र के सहारे काटिए। हमें क्या प्राप्त होता है? क्या यह एक अर्धवृत्त है?

# कोण

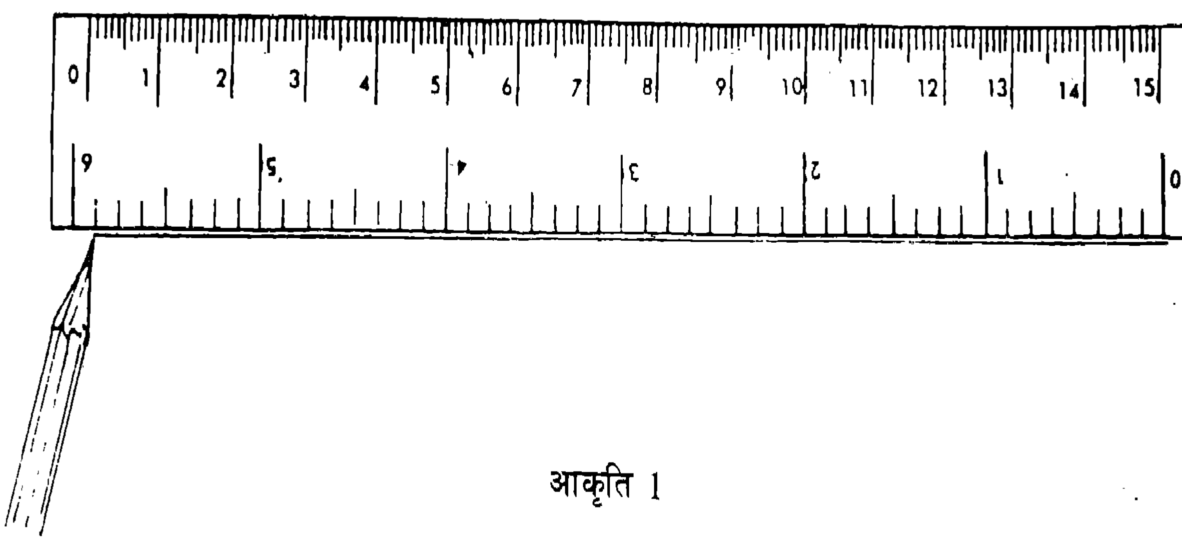
## I. रेखा, किरण और तल

### (क) रेखा

हम अपने आस पास पाए जानेवाली कुछ ऐसी वस्तुओं की पहचान करें जिनके सीधे किनारे होते हैं। पुस्तक, पैमाना, स्लेट, नोट बुक, कैरम बोर्ड आदि इस प्रकार की सभी वस्तुओं के सीधे किनारे होते हैं।

क्या इन वस्तुओं के किनारे की सहायता से हम रेखा खण्ड खींच सकते हैं?

आकृति 1 में पैमाने के किनारे की सहायता से एक रेखा खण्ड खींचा गया है।




आकृति 1

यदि हम यह कल्पना करें कि किनारे को दोनों ओर असीमित (अन्तहीन रूप में) बढ़ाया गया है। तो विस्तृत किनारे से ऐसा रेखा खण्ड बनेगा जो दोनों ओर असीमित रूप से विस्तृत है।

एक रेखा खण्ड जो दोनों ओर असीमित (अन्तहीन) रूप में प्रसारित है, रेखा कहलाता है।

क्या हम एक कागज के पन्ने या अन्य किसी भी समतल पृष्ठ पर रेखा खींच सकते हैं?

नहीं, हम ऐसी रेखा नहीं खींच सकते किन्तु किसी भी कागज के टुकड़े या अन्य किसी भी समतल पृष्ठ पर रेखा को एक आरेख द्वारा दर्शा सकते हैं।

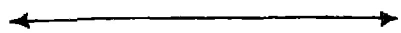
आइए, यह देखा जाय कि हम रेखा को आरेख के द्वारा किस प्रकार द्योतित करते हैं। उसके लिए हम निम्न चरणों का पालन करते हैं।

**चरण 1 :** हम किसी भी लम्बाई का एक रेखा खण्ड खींचते हैं (आकृति 2(i) देखिए)।



आकृति 2(i)

**चरण 2 :** हम रेखा खण्ड के दोनों ओर तीर का चिह्न लगाते हैं आकृति 2(ii) देखिए।



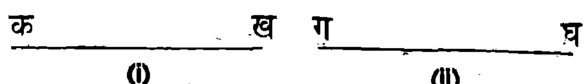
आकृति 2(ii)

आकृति 2 (ii) रेखा को द्योतित करता है। जबकि आकृति 2(i) रेखा खण्ड को द्योतित करता है।

आइए अब हम निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :

1. क्या रेखा खण्ड रेखा का एक भाग होता है? हाँ, रेखा खण्ड रेखा का एक भाग होता है।
2. क्या रेखा का कोई अन्त-बिन्दु होता है ? नहीं, रेखा का कोई अन्त बिन्दु नहीं होता है।
3. क्या हम किसी रेखा की लम्बाई ज्ञात कर सकते हैं ? नहीं, हम किसी रेखा की लम्बाई ज्ञात नहीं कर सकते क्योंकि वह दोनों ओर असीमित रूप से बढ़ी होती है।

हम याद करें कि हम किसी रेखा-खण्ड का किस प्रकार नामांकन करते हैं। उदाहरण के लिए, आकृति 3(i) में रेखा खण्ड को 'रेखा खण्ड क ख' नामांकित किया गया है और आकृति 3(ii) में रेखा खण्ड को 'रेखा खण्ड ग घ' नामांकित किया गया है।




आकृति 3

आकृति 4 (i) में, एक रेखा आरेख द्वारा दर्शाई गई है। उस रेखा का नामांकन हम किस प्रकार कर सकते हैं? हम रेखा का नामांकन अन्तः बिन्दुओं की सहायता से नहीं कर सकते, क्योंकि, जैसा कि हम जानते हैं, रेखा के कोई सीमा बिन्दु नहीं होते।

हम रेखा पर कहीं भी दो बिन्दु, उदाहरण के लिए क और ख, अंकित करते हैं और रेखा का नामांकन 'रेखा क ख' करते हैं।(आकृति 4 (ii) देखिए)



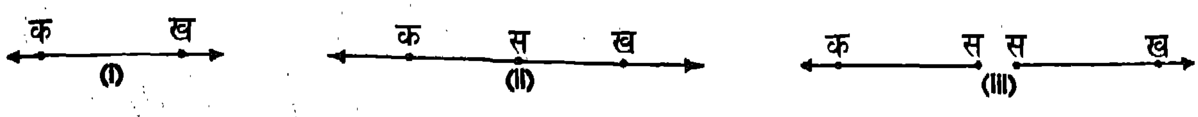

आकृति 4

एक रेखा खण्ड और रेखा के अन्तर को स्पष्ट करने के लिए, हम निम्न का अध्ययन करते हैं :

| रेखा खण्ड | रेखा |
|---|---|
| 1. हम कागज पर एक रेखा खण्ड खींच सकते हैं। | 1. हम कागज पर रेखा नहीं खींच सकते किन्तु उसे आरेख के द्वारा द्योतित कर सकते हैं। |
| 2. किसी रेखा खण्ड की एक निश्चित लम्बाई होती है। | 2. रेखा की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती। |
| 3. रेखा खण्ड के दो अन्तः बिन्दु होते हैं। | 3. रेखा के कोई अन्तः बिन्दु नहीं होते हैं। |
| 4. "क ——— ख" एक रेखा खण्ड क ख को द्योतित करता है। | 4. "क ——— ख" एक रेखा क ख को द्योतित करता है। |

## (ख) किरण

हम कागज पर एक 'रेखा क ख' आकृति 5 (i) की भांति द्योतित करें।




आकृति 5

हम 'रेखा क, ख' पर, क और ख बिन्दुओं के बीच कहीं पर बिन्दु स अंकित करें (आकृति 5 (ii) देखिए)। बिन्दु स रेखा क ख को दो भागों में विभाजित करता है। बिन्दु स सहित प्रत्येक भाग किरण कहलाता है। इस प्रकार रेखा क ख पर बिन्दु स, आकृति 5 (iii) में दर्शाई दो किरणें बनाता है।

दूसरे शब्दों में **एक रेखा का वह भाग जो एक बिन्दु से केवल एक दिशा की ओर असीमित रूप से विस्तरित होता है। एक किरण कहलाता है।** वह बिन्दु उस किरण का अन्त: बिन्दु कहलाता है। यह बात स्पष्ट है कि एक किरण का केवल एक अन्त: बिन्दु होता है।

हम किरण का नामांकन दो अक्षरों से करते हैं। पहला अक्षर अन्त: बिन्दु को दर्शाता है और दूसरा अक्षर किरण के किसी भी अन्य बिन्दु को दर्शाता है। इस प्रकार (आकृति 5 (iii) में दर्शाई गई दो किरणें 'किरण स क' और 'किरण स ख' नामांकित की जाती हैं।

क्या हम किरण की लम्बाई ज्ञात कर सकते हैं? नहीं हम किरण की लम्बाई ज्ञात नहीं कर सकते क्योंकि वह एक दिशा में असीमित रूप से विस्तारित होती है।

क्या हम कागज के टुकड़े पर एक किरण खींच सकते हैं, नहीं हम कागज पर किरण नहीं खींच सकते किन्तु उसे आरेख द्वारा द्योतित कर सकते हैं।

आइए, हम देखें कि हम किरण को आरेख द्वारा किस प्रकार द्योतित करते हैं।

इसके लिए, हम निम्न दो चरणों का पालन करते हैं :

**चरण 1:** हम किसी भी लम्बाई का एक रेखा खंड खींचते हैं (आकृति 6 (i) देखिए)



आकृति 6(i)

**चरण 2:** हम एक ओर तीर का चिन्ह लगाते हैं (आकृति 6 (ii) देखिए)



(आकृति 6(ii)

आकृति 6(ii) एक किरण को दर्शाती है जब कि आकृति 6(i) एक रेखा खण्ड को दर्शाती है।

रेखा खण्ड, रेखा और किरण के अन्तर को स्पष्ट करने के लिए, हम निम्न का अध्ययन करते हैं:

| **रेखा खण्ड** | **रेखा** | **किरण** |
|---|---|---|
| 1. हम कागज पर रेखा खण्ड खींच सकते हैं। | 1. हम कागज पर कोई रेखा नहीं खींच सकते किन्तु उसे द्योतित कर सकते हैं। | 1. हम किरण नहीं खींच सकते किन्तु उसे आरेख द्वारा द्योतित कर सकते हैं। |
| 2. किसी रेखा खण्ड की एक निश्चित लम्बाई होती है। | 2. रेखा की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती। | 2. किरण की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती। |
| 3. किसी रेखा खण्ड के दो अन्तः बिन्दु होते हैं। | 3. रेखा के कोई अन्तः बिन्दु नहीं होते। | 3. किसी किरण का केवल एक अन्तः बिन्दु होता है। |
| 4. "क —— ख" एक रेखा खण्ड क ख को द्योतित करता है। | 4. "क↔ख" **एक रेखा क ख** को द्योतित करता है। | 4. "क→ख" एक किरण क ख को द्योतित करता है। |

**टिप्पणी :** हम निम्न रेखा खण्ड का नामांकन दोनों प्रकार से कर सकते हैं :
'रेखा खण्ड क ख' और 'रेखा खण्ड ख क'

क ——— ख

इसी प्रकार निम्न रेखा का नामांकन हम दोनों प्रकार से कर सकते हैं :
'रेखा क ख' और 'रेखा ख क'

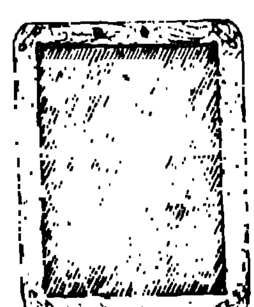
क ←——→ ख

किन्तु निम्न किरण का नामांकन हम 'किरण क ख' और 'किरण ख क' दोनों प्रकार से नहीं कर सकते। इसका नामांकन केवल एक ही प्रकार से किया जा सकता है, अर्थात 'किरण क ख'

क ———→ ख

### (ग) तल

दाईं ओर दर्शाई गई स्लेट की आकृति को देखिए। स्लेट का समतल पृष्ट होता है। यदि हम यह कल्पना करें कि इसका समतल पृष्ठ चारों दिशाओं में असीमित (अन्त हीन) रूप में बढ़ा दिया गया है तो इस प्रकार प्राप्त विस्तृत समतल पृष्ठ को तल कहा जाता है।



आकृति 7

तल को भी किसी कागज पर नहीं खींचा जा सकता। इसकी कोई सीमाएं नहीं होतीं। जो कुछ हम कागज पर खींचते या दर्शाते हैं, वह तल का केवल एक भाग होता है, स्वयं तल नहीं। मेज का फलक, नोट-बुक का पृष्ठ, ब्लेक बोर्ड का फलक, आदि सभी तल के भाग के उदाहरण हैं।।

**आइए करें**

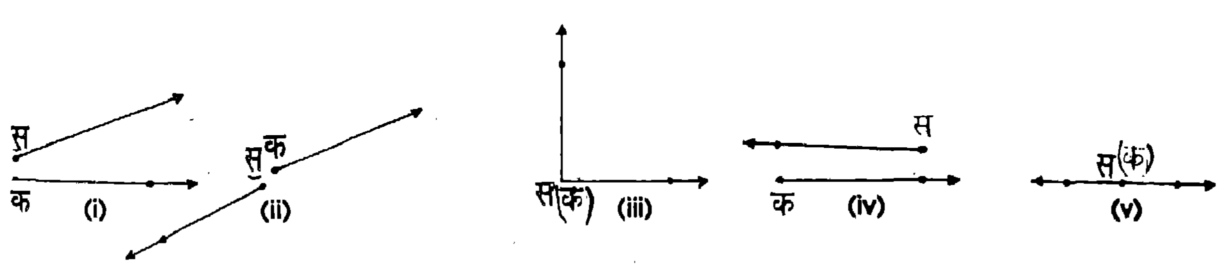
1. कालम I और कालम II में दी गई प्रविष्टिओं का मेल मिलाइए।

| कालम I | कालम II |
|---|---|
| 1. एक रेखा की | 1. कागज पर नहीं खींचा जा सकता |
| 2. किसी किरण का | 2. एक निश्चित लम्बाई होती है |
| 3. किसी रेखा को | 3. रेखा का भाग होता है |
| 4. रेखाखण्ड एक | 4. दो अन्तः बिन्दु होते हैं |
| 5. किसी रेखाखण्ड की | 5. तल के एक भाग को द्योतित करती है |
| 6. किसी कमरे की एक दीवार | 6. कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती |
| 7. $\overrightarrow{\text{क ख}}$ एक | 7. केवल एक अन्तः बिन्दु होता है |
| 8. एक रेखाखण्ड के | 8. किरण को द्योतित करता है। |

2. निम्न में से किन के दो अन्त-बिन्दु होते हैं?
   (क) रेखा (ख) किरण (ग) रेखाखण्ड (घ) तल
3. निम्न में से किन को कागज के टुकड़े पर खींचा जा सकता है?
   (क) रेखा (ख) किरण (ग) रेखाखण्ड (घ) तल
4. निम्न में से किन की निश्चित लम्बाई होती है?
   (क) रेखा (ख) किरण (ग) रेखा खण्ड

## II. कोण की संकल्पना

निम्न आकृतिओं को देखिए :

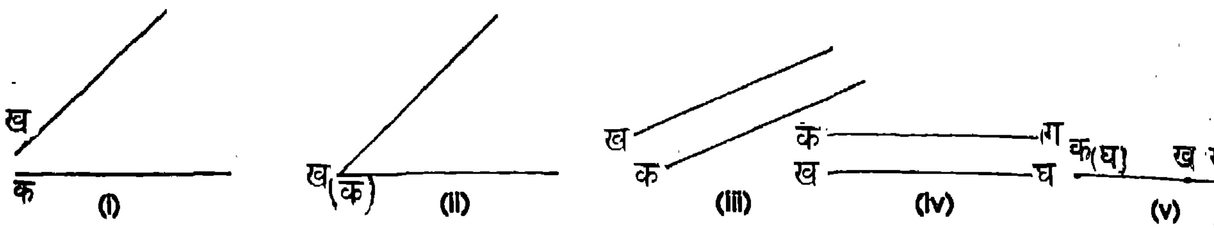



आकृति 8

प्रत्येक आकृति दो किरणों से बनी है जिनमें से एक का अन्तः बिन्दु स है और दूसरी का अन्तः बिन्दु क है। आकृति 8(iii) और 8(v) में, दो अन्तः बिन्दु स और क संपाती हैं।

**एक ही अन्त-बिन्दु वाली दो किरणें एक कोण बनाती हैं।**

पुनः, निम्न आकृतियों को देखिए:

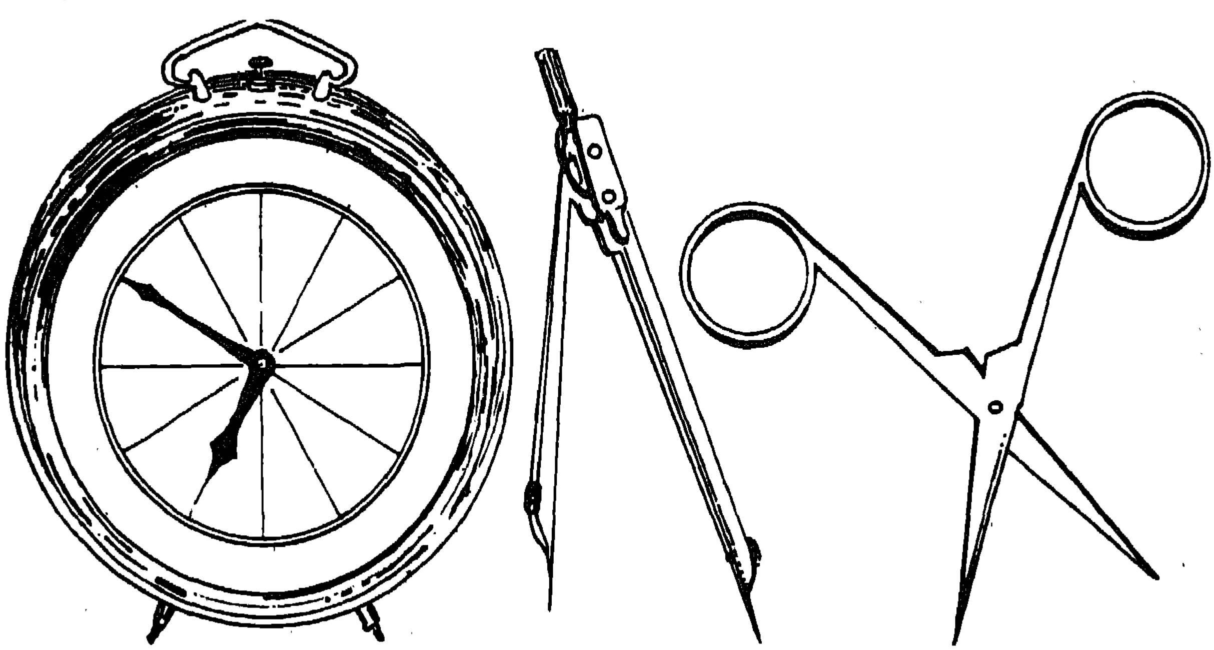



आकृति 9

प्रत्येक आकृति दो रेखा खण्ड से बनी है जिनमें से एक के अन्तः-बिन्दु क और ख और दूसरे के अन्तः बिन्दु ग और घ हैं। आकृति 9(ii) और 9(v) में, दो अन्तः बिन्दु एक स्थान पर पड़े हैं।

**उभयनिष्ठ अन्तः बिन्दु वाले दो रेखा खण्ड भी एक कोण बनाते हैं।**

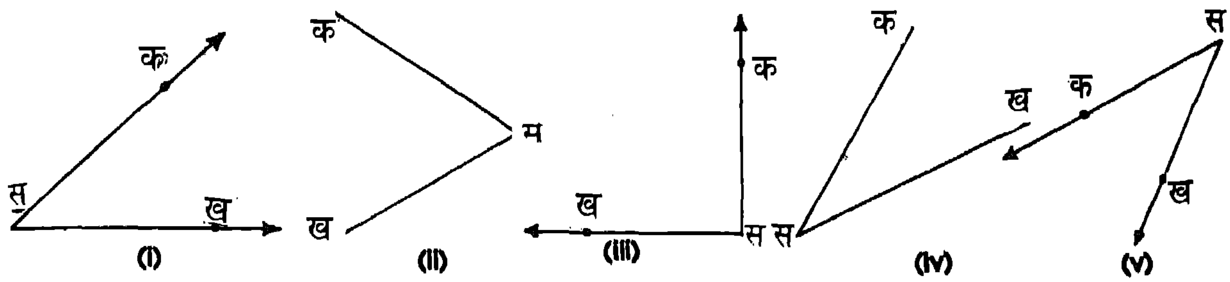
अनेक वस्तुएं, जैसे कि घड़ी की दो सुइयां, डिवाइडर की दो भुजाएं, कैंची के दो फल आदि कोण का संकेत देते हैं।



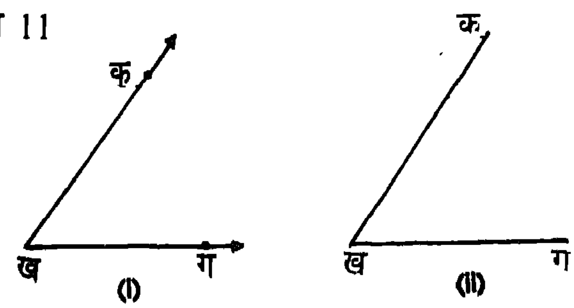
(i) (ii) (iii)

आकृति 10

कोण बनाने वाली दो किरणों या दो रेखा खण्डों का उभयनिष्ठ बिन्दु कोण का **शीर्ष** कहलाता है। दो किरणें या रेखा खण्ड कोण की **भुजाएं (या पार्श्व)** कहलाते हैं। आकृति 11 के प्रत्येक भाग में एक कोण बनता है। स शीर्ष है और किरणें या रेखा खण्ड स क और स ख कोण की भुजाएं हैं।

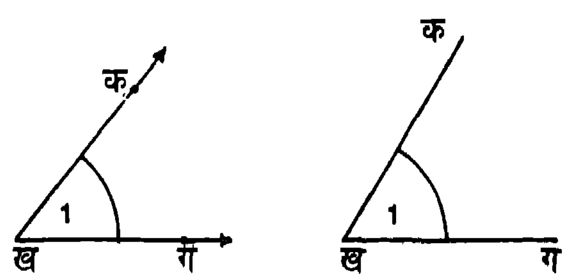



आकृति 11




आकृति 12,

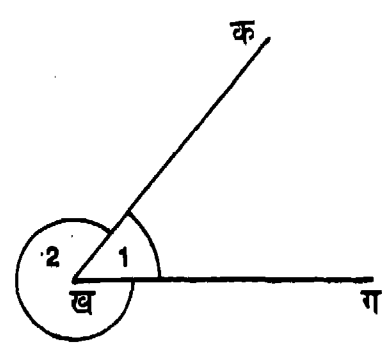
किसी कोण के नामांकन के लिए, हम वर्ण माला के अक्षरों का प्रयोग करते हैं। दाईं ओर दर्शाए गए कोण का नामांकन हम 'कोण क ख ग' अथवा 'कोण ग ख क' करते हैं। इस बात पर ध्यान दीजिए कि कोण के शीर्ष को दर्शाने वाला अक्षर हमेशा बीच में लिखा जाता है। हम 'कोण' शब्द के लिखने के लिए चिह्न '∠' का प्रयोग करते हैं। चिह्न '∠' का प्रयोग करते हुए हम 'कोण क ख ग' को '∠क ख ग' लिख सकते हैं। इसी प्रकार 'कोण ग ख क' को '∠ ग ख क' लिखा जाता है।




आकृति 13

अनेक बार, हम किसी कोण का नामांकन कोण के अन्दर, शीर्ष के निकट (आकृति 13 देखिए), कोई संख्या लिख कर करते हैं। हम '∠ क ख ग' को '∠1' लिखते हैं और उसे 'कोण 1' पढ़ते हैं।

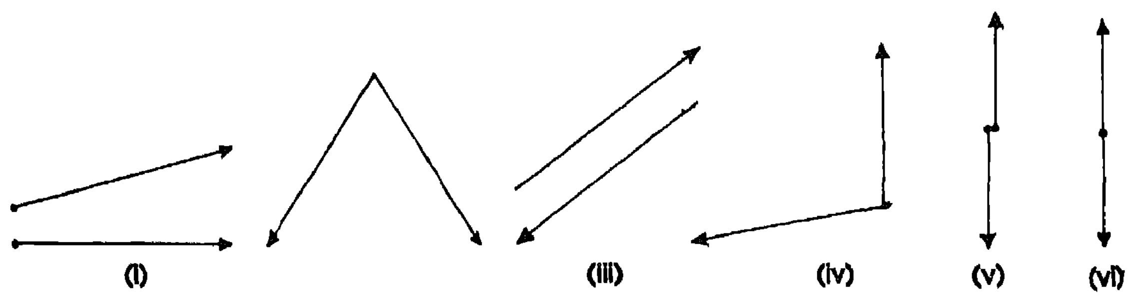
**टिप्पणी :** जब कभी उभयनिष्ठ अन्त:बिन्दु वाली दो किरणें या कोण खींचे जाते हैं, तो दो कोण बनते हैं—एक अन्त:कोण, अर्थात ∠1 तथा दूसरा बाह्यकोण, अर्थात ∠2। अब से आगे, हम अन्त:कोण, अर्थात ∠1 के प्रकार के कोणों, को दो किरणों या रेखा खण्डों से बनने वाला कोण मानेंगे।




आकृति 14

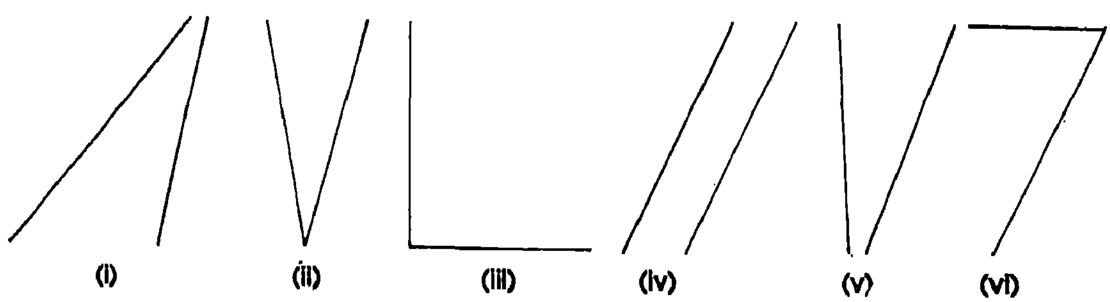
**आइए करें**

1. निम्न में से कौन-सी आकृतियां कोण को द्योतित करती हैं?



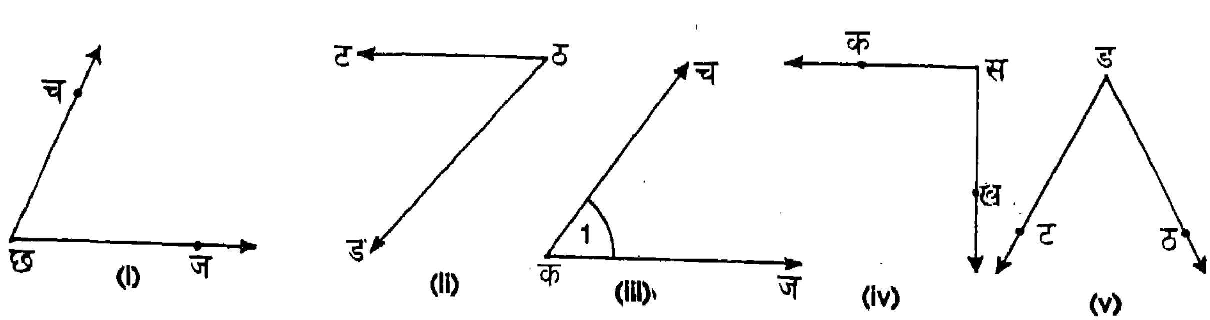

आकृति 15

2. निम्न में से कौन-सी आर्कृत कोण को द्योतित करती है?



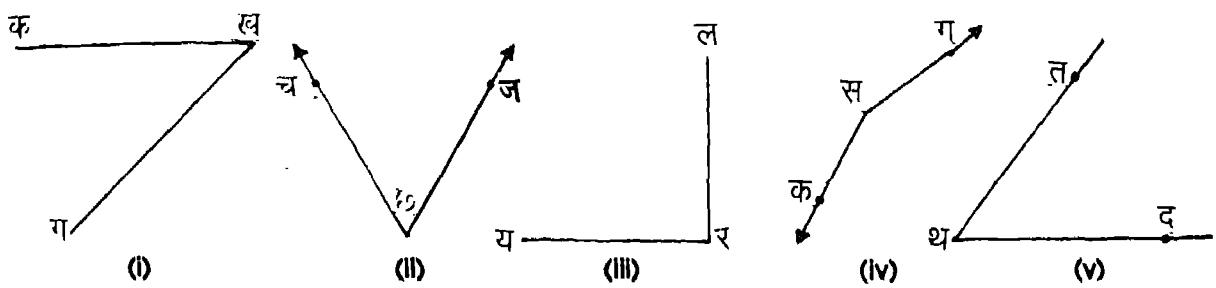

आकृति 16

3. निम्न आकृति में दर्शाए गए प्रत्येक कोण के शीर्ष **और** भुजाओं का नामांकन कीजिए :



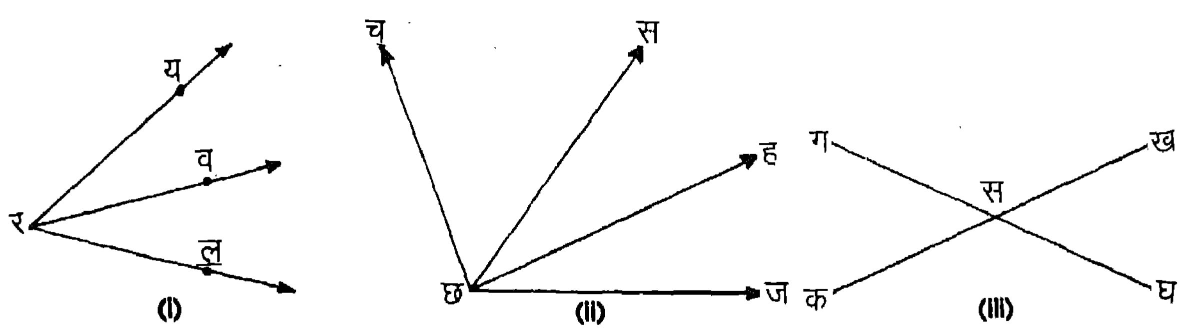

आकृति 17

4. निम्न आकृतिओं में कोणों का नामांकन कीजिए :




आकृति 18

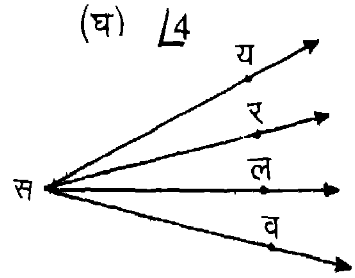
5. तीन असंरेख बिन्दु क, ख और ग अंकित कीजिए। ∠क ख ग खींचिए। इस प्रकार बने कोण के शीर्ष और भुजाओं का नामांकन कीजिए।
6. निम्न आकृतिओं मे से प्रत्येक में कितने कोण बनते हैं?




आकृति 19

7. निम्न लिखित कोण खींचिए :
(क) **∠क ख ग** (ख) **∠अ ब स** (ग) ∠3 (घ) ∠4

8. दाईं ओर की आकृति में छः कोण बने हैं। सभी छः कोणों का नामांकन कीजिए।




आकृति 20

## iii कोण का मापन

हम याद करें हम रेखा खण्ड को किस प्रकार नापते हैं। हम मात्रक 'रेखा खण्ड' '——' से मापते हैं और यह ज्ञात करते हैं कि दिए गए रेखा खण्ड में इस प्रकार के कितने मात्रक रेखा खण्ड अन्तर्विष्ट हैं। उदाहरण के लिए, आकृति 21 में दिए गए रेखा खण्ड को देखिए:



आकृति 21

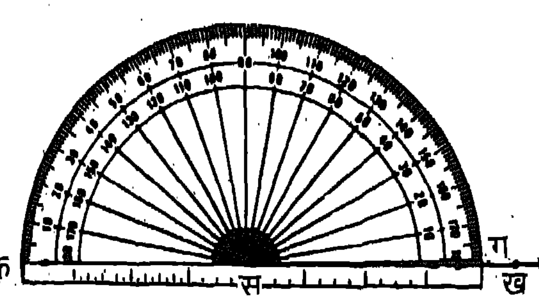
इस रेखा खण्ड में क्योंकि छः मात्रक रेखा खण्ड अन्तर्विष्ट हैं, इसलिए हम कहते हैं कि इसकी लम्बाई मात्रक रेखा खण्ड की लम्बाई की छः गुनी है। क्योंकि मात्रक रेखा खण्ड मात्रक की लम्बाई 1 से.मी. है, हम कहते हैं कि दिए गए रेखा खण्ड का माप (या लम्बाई) 6 सेमी. है।

इस प्रकार किसी कोण के मापन के लिए हम उसके माप की तुलना मात्रक कोण से करते हैं और यह ज्ञात करते है कि दिए गए कोण में इस प्रकार के कितने मात्रक कोण अन्तर्विष्ट हैं।

हम मात्रक कोण की परिभाषा निम्न प्रकार करते हैं:

हम दो विपरीत किरणें (अर्थात एक रेखा बनाने वाली) खींचते हैं जिनका एक ही अन्तः बिन्दु है। ये दो किरणें जो कोण बनाती हैं उसको हम 'अन्तः कोण' कहते हैं। मात्रक कोण प्राप्त करने के लिए इस ऋजु कोण को 180 समान भागों मे विभाजित करने की परम्परा है।

प्रत्येक भाग एक मात्रक कोण को द्योतित करता है। मात्रक कोण का माप एक अंश (डिग्री) कहलाता है। दाईं ओर की आकृति में, ∠क स ख एक ऋजु कोण है और ∠ग स ख ∠क स ख का 180वां भाग है। ∠ग स ख (मात्रक कोण) का माप 1 अंश है, जिसे 1° लिखा होता है।

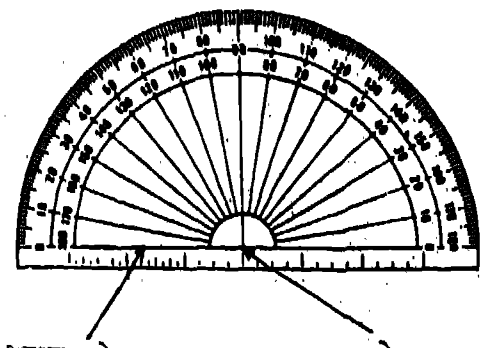



आकृति 22

अंश के लिए जो चिह्न प्रयोग होता है। वह '0' है और उसको कोण के अंशों की संख्या को दर्शाने वाले संख्यांक के ऊपर दाईं ओर लिखा जाता है।

किसी कोण में अंशों की संख्या ज्ञात करने के लिए, हम चांदा (प्रोट्रैक्टर) नाम के एक उपकरण का प्रयोग करते हैं।

चांदा प्रत्येक ज्यामिति बॉक्स मे पाया जाता है। दाईं ओर चांदा की एक आकृति दी गयी है। आकृति को ध्यानपूर्वक देखने से हमें ज्ञात होता है कि ऋजु कोण के 180 प्रभाग हैं जिनको 0 से 180 तक अंकित किया गया है। प्रत्येक प्रभाग 1° द्योतित करता है। 0 और

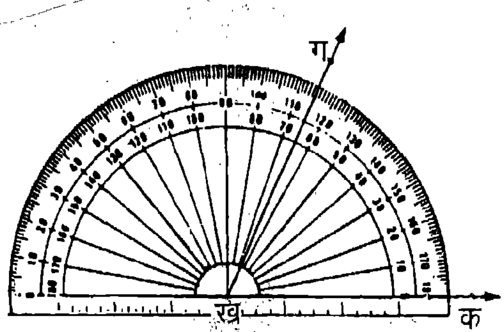



आकृति 23 चांदा

180 के चिह्नों को मिलाने वाला रेखा खण्ड चांदा की आधार रेखा कहलाता है। आधार रेखा का मध्य बिन्दु चांदा का केन्द्र कहलाता है।

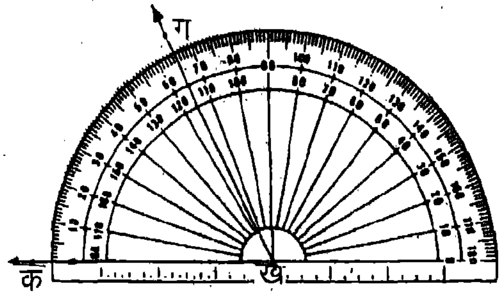
किसी कोण को चांदे से मापने के लिए, निम्न चरणों का पालन कीजिए:

**चरण 1 :** चांदे के केन्द्र को कोण के शीर्ष पर रखिए और चांदे को इस प्रकार बैठाइए कि उसकी आधार रेखा कोण की एक भुजा के ऊपर पड़े। (आकृति 24 देखिए)




आकृति 24 (i)

**चरण 2 :** भीतरी या बाहरी (अर्थात दक्षिणावर्त्त या वामावर्त्त) मापक्रम पर निगाह डालिए जो $0^0$ से आरंभ होता है।

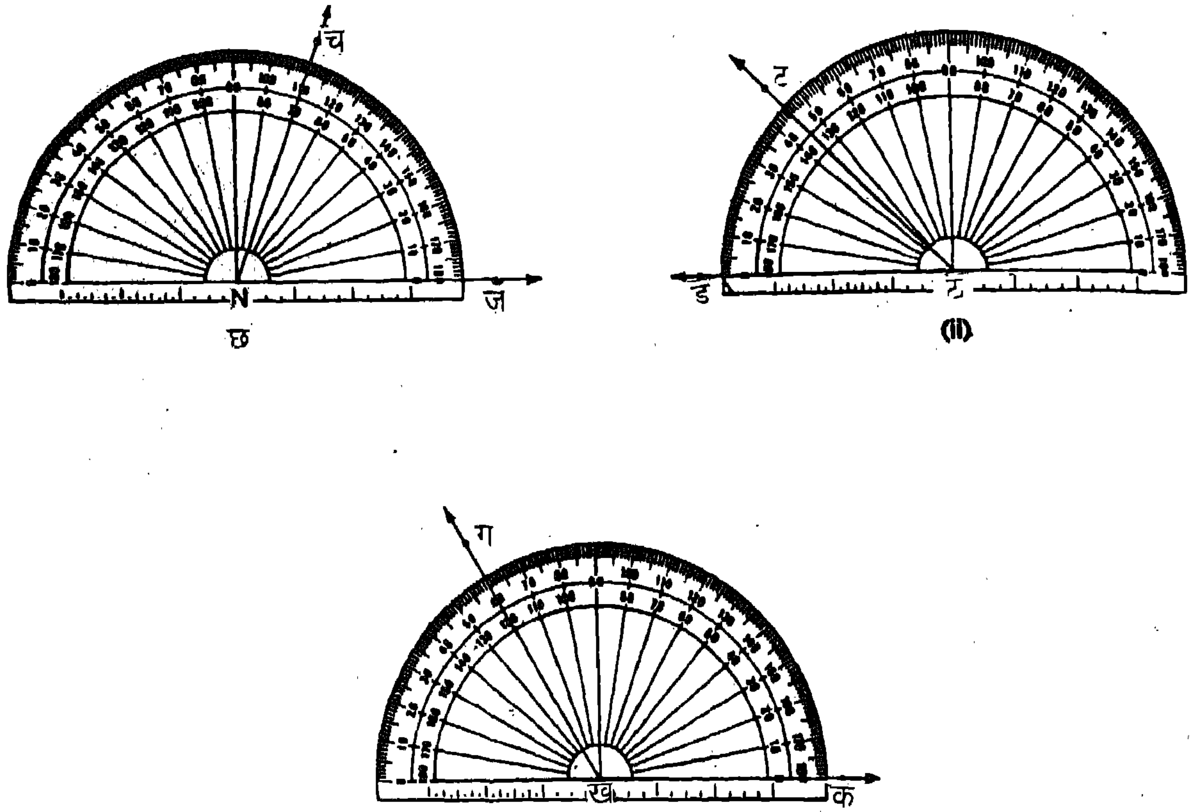



आकृति 24 (ii)

**चरण 3 :** चांदे पर उस चिह्न को पढ़िए जिस पर होकर चांदे के मापक्रम से कोण की दूसरी भुजा गुजरती है।

आकृति 24 में, $\angle$क ख ग का माप $65^0$ है। हम इसको $\angle$क ख ग = $65^0$ लिखते हैं।

देखिए कि कोण च छ ज, ट ठ ड और क ख ग का मापन किस प्रकार किया जाता है।

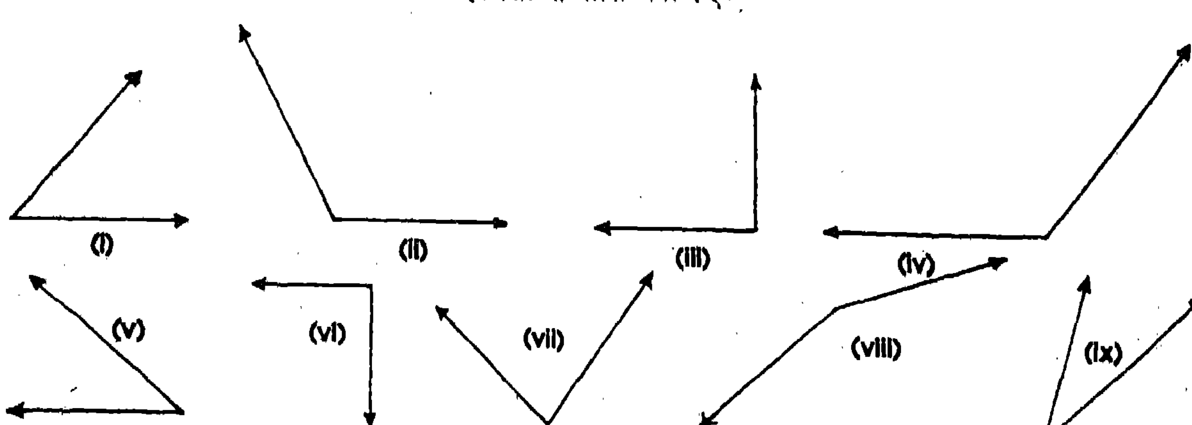



आकृति 25

यहां पर, ∠च छ ज = $70^{0}$, ∠ट ठ ड = $45^{0}$ और ∠क ख ग = $120^{0}$

**आइए करें**

1. निम्न कोणों के माप चांदे की सहायता से ज्ञात कीजिए:



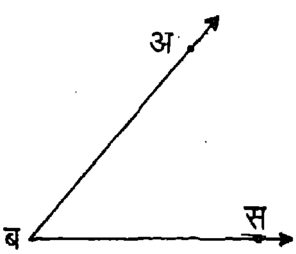

आकृति 26

2. एक कोण बनाइए। उसके माप का अनुमान लगाइए। चांदे की सहायता से कोण को माप कर अपने अनुमान की जांच कीजिए।
3. ऋजु कोण का माप कितना होता है?

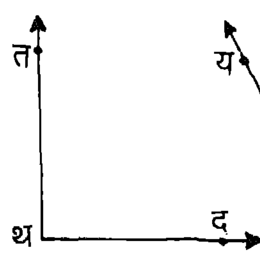
## IV. कोणों के प्रकार

अंशीय माप के आधार पर, कोणों का वर्गीकरण न्यून कोण, समकोण और अधिक कोण में निम्न प्रकार किया जा सकता है:

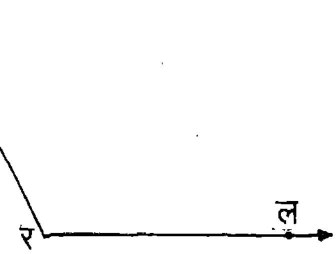
1. वह कोण जिसका माप $0^0$ और $90^0$ के बीच में होता है, **न्यून कोण** कहलाता है।
2. वह कोण जिसका माप $90^0$ होता है, **सम कोण** कहलाता है।
3. वह कोण जिसका माप $90^0$ और $180^0$ के बीच होता है, **अधिक कोण** कहलाता है।



आकृति 27



आकृति 28



आकृति 29

**टिप्पणी :** $0^0$ और $180^0$ माप के कोण, क्रमशः 'शून्य कोण' तथा 'ऋजु कोण' कहलाते हैं। इन दोनों कोणों को **निरर्थक कोण** समझा जाता है।

हम यह जानते हैं कि वस्तु की सहायता से वर्ग और आयत किस प्रकार बनाते हैं। हम एक वर्ग और एक आयत खींचें।

वर्ग की चार भुजाओं से कितने कोण बनते हैं? 4

आयत की चार भुजाओं से कितने कोण बनते हैं? 4

वर्ग के सभी चार कोणों को मापिए और देखिए कि प्रत्येक कोण समकोण है।

इसी प्रकार, आयत के सभी चार कोणों को नापिए और देखिए कि प्रत्येक कोण समकोण है।

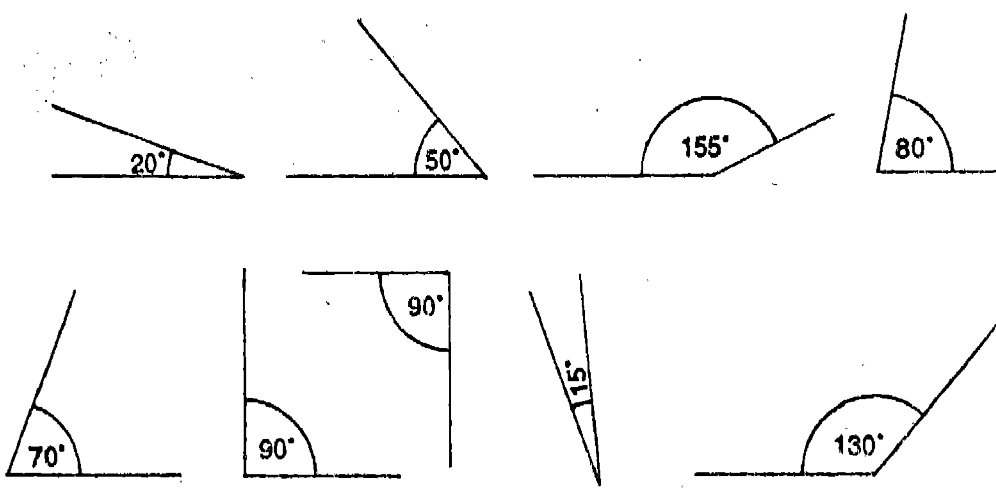
**इस प्रकार, वर्ग या आयत में सभी कोण समकोण होते हैं।**

दैनिक जीवन में ऐसे अनेक उदाहरण मिलते हैं जो कोणों के विभिन्न प्रकारों को दर्शाते हैं। कैंची को विभिन्न स्थितिओं में खोलना, कागज के मोड़ने से बनी चुनटें, घड़ी की दो सुइओं की विभिन्न स्थितियां, आदि इसी प्रकार के कुछ उदाहरण हैं।

1. कागज के एक टुकड़े पर सेट स्क्वायर रखिए। त्रिभुज की आकृति प्राप्त करने के लिए पेंसिल को सेट स्क्वायर के किनारे किनारे चलाइए। त्रिभुज के कोणों को मापिए और इस बात की जांच कीजिए कि उनके माप $30^0$, $60^0$, और $90^0$ या $45^0$, $90^0$ और $45^0$ हैं।
2. नोट बुक का एक पृष्ठ लीजिए। उसके किनारों से बनने वाले चार कोणों को मापिए। इस बात की जांच कीजिए कि प्रत्येक कोण का माप $90^0$ है।

**आइए करें**

निम्न कोणा का न्यून कोण, समकोण या अधिक कोण में वर्गीकरण कीजिए :




आकृति 30

### V. कोणों की तुलना

हम याद करें कि हम दो रेखा खण्डों की तुलना किस प्रकार करते हैं।



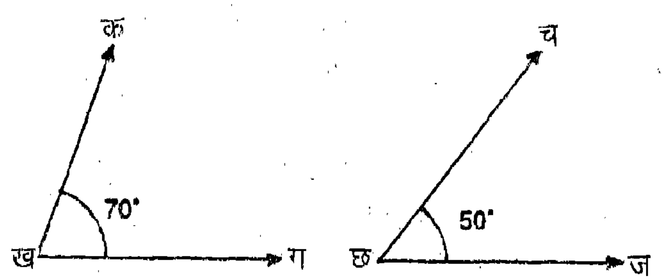

आकृति 31

ऊपर के दो रेखा खण्डों में कौन-सा अधिक लम्बा है?

रेखा खण्ड ग घ रेखा खण्ड क ख की अपेक्षा अधिक लम्बा है, क्योंकि रेखा खण्ड ग घ की लम्बाई 5 से.मी. है जबकि रेखा खण्ड क ख की लम्बाई 4 से.मी. है।

**वह रेखा खण्ड जिसकी लम्बाई दूसरे रेखा खण्ड की लम्बाई से अधिक है, अधिक लम्बा रेखा खण्ड होता है।**

इसी प्रकार, हम दो कोणों की तुलना करते हैं। नीचे दिए गए दो कोणों को देखिए :



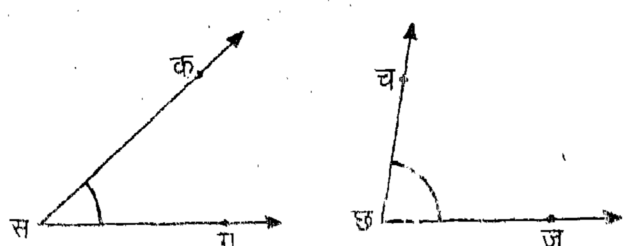

आकृति 32

ऊपर के दो कोणों में से किसका अंशीय माप अधिक है? कोण क ख ग का अंशीय माप अधिक है, क्योंकि ∠क ख ग का मान 70° है जबकि ∠च छ ज का मान 50° है।

**वह कोण जिसका अंशीय माप दूसरे कोण के अंशीय माप से अधिक है, बड़ा कोण होता है।**

क्या उपरोक्त से आप निम्न निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

1. एक न्यून कोण से एक समकोण बड़ा होता है।
2. एक अधिक कोण एक समकोण से बड़ा होता है।
3. एक अधिक कोण एक न्यूनकोण से बड़ा होता है।




आकृति 33

हम दो कोणों की तुलना उनको बिना मापे भी कर सकते हैं। जिस विधि का हम प्रयोग करते हैं वह **अक्स करने की विधि** कहलाती है।

मान लीजिए दो कोण ∠क स ख और ∠च छ ज की तुलना करनी है। इसके लिए हम निम्न चरणों का पालन करते हैं :

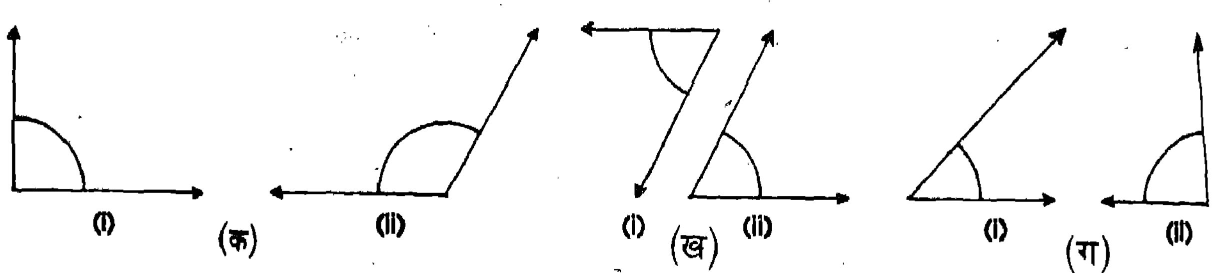
**चरण 1 :** दोनों में से एक कोण, माना ∠क स ख, पर अक्स करने का कागज़ रखिए।
**चरण 2 :** अक्स करने के कागज पर इस कोण की प्रतिलिपि उतारिए।
**चरण 3 :** अक्स किए गए कोण क स ख को कोण च छ ज पर इस प्रकार रखिए कि स, छ के ऊपर पड़े और भुजा स ख भुजा छ ज पर पड़े।
**चरण 4 :** भुजा छ च को ध्यान में रखकर भुजा स क की स्थिति ज्ञात कीजिए।

यदि भुजा स क भुजा छ च, से नीचे स्थित है, तो हम कहते हैं कि ∠क स ख, ∠च छ ज से छोटा है।
यदि भुजा स क भुजा छ च से ऊपर स्थित है, तो हम कहते हैं कि ∠क स ख, ∠च छ ज से बड़ा है।
तथापि, यदि भुजा स क भुजा छ च के साथ-साथ स्थित है, तो हम कहते हैं कि ∠क स ख और ∠च छ ज बराबर (या सर्वांगसम) हैं।

*टिप्पणी :* हम दो कोणों की तुलना केवल उनको देखकर कर सकते हैं। किन्तु यह तभी संभव है जब कि दो कोणों के अंशीय मापों का अन्तर सार्थक है।

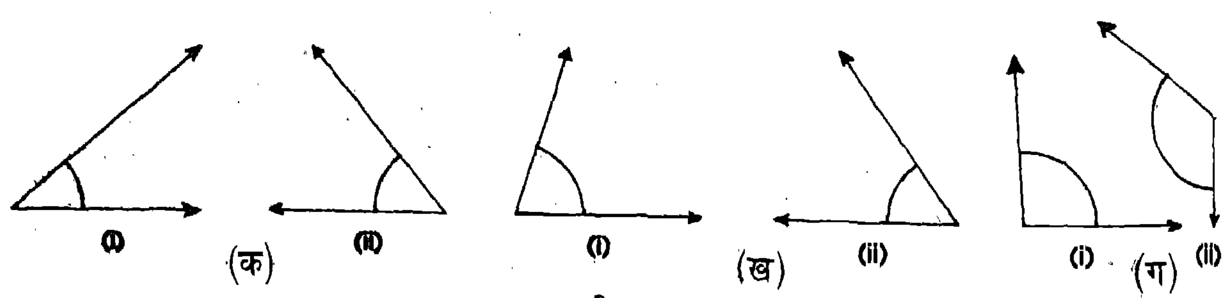
**आइए करें**

1. कोणों को मापकर ज्ञात कीजिए कि कोणों के प्रत्येक जोड़े में कौन-सा कोण छोटा है।




आकृति 34

2. अक्स करने की विधि की सहायता से ज्ञात कीजिए कि कोणों के प्रत्येक जोड़े में कौन-सा कोण बड़ा है।

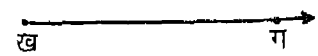



आकृति 35

## VI.कोण की रचना करना

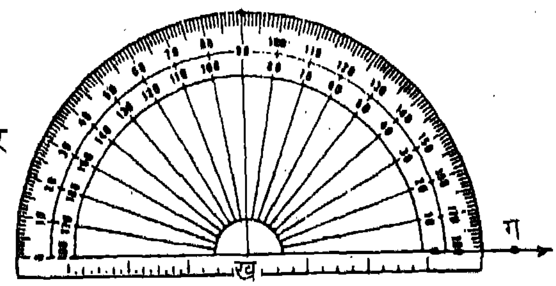
यहां, अब हम यह सीखेंगे कि किसी दिए गए माप, मान लीजिए $60^0$, के कोण की रचना कैसे की जाए। $60^0$ का कोण बनाने के लिए हम निम्न चरणों का पालन करते हैं:

**चरण 1 :** एक कागज पर अन्तः बिन्दु ख के साथ एक किरण ख ग खींचिए (आकृति 36 देखिए)।




आकृति 36

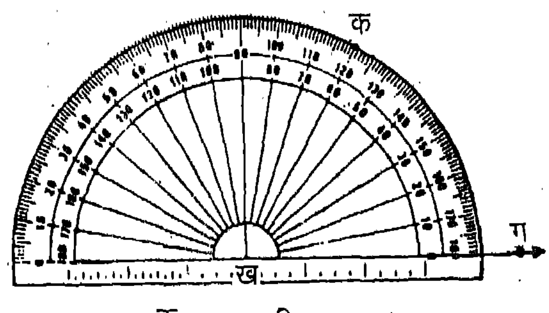
**चरण 2 :** चांदे के केन्द्र को ख पर रखिए और चांदे को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि इसकी आधार रेखा किरण ख ग के ऊपर पड़े (आकृति 37 देखिए)।




आकृति 37

**चरण 3 :** आन्तरिक या बाह्य मापक्रम (स्केल) पर निगाह डालिए जिसका $0^0$ किरण ख ग पर पड़ता है। इस उदाहरण में आन्तरिक मापक्रम को देखना है।

**चरण 4 :** एक बिन्दु, मान लीजिए क, कागज पर आन्तरिक माप के $60^0$ के सामने अंकित कीजिए (आकृति 38 देखिए)



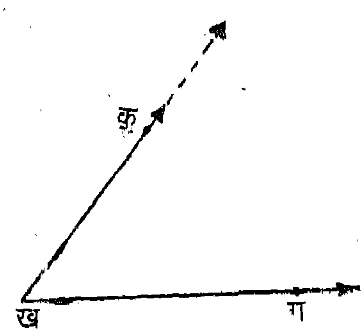

आकृति 38

**चरण 5 :** चांदे को उठा लीजिए (आकृति 39 देखिए)।




आकृति 39

**चरण 6 :** किरण ख क खींचिए। ∠क ख ग वांछित कोण है जिसका माप $60^0$ है (आकृति 40 देखिए)।



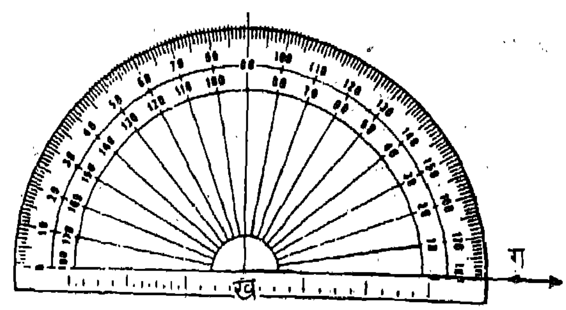

आकृति 40

हम एक और कोण, मान लीजिए $70^0$ की रचना किरण ख ग पर करते हैं। मान लीजिए किरण ख ग नीचे दर्शाई गई दिशा में है



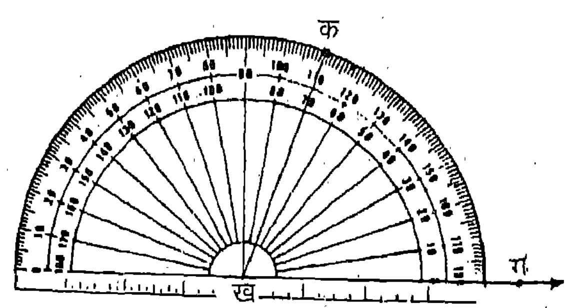

आकृति 41

इस उदाहरण में, हम चांदे को इस प्रकार रखते हैं कि चांदे का केन्द्र ख पर पड़ता है और उसकी आधार रेखा किरण ख ग पर पड़ती है (आकृति 42 देखिए)।



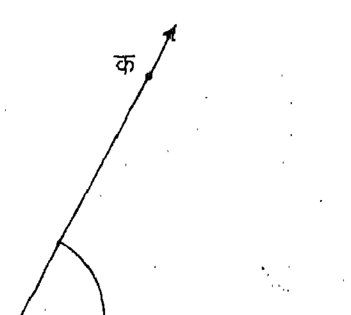

आकृति 42

अब हम उस मापक्रम पर निगाह डालते हैं जिसका $0^0$ ख ग पर पड़ता है। यहां पर हम बाह्य मापक्रम देखते हैं। हम एक बिन्दु, मान लीजिए क, कागज पर बाह्य मापक्रम के $70^0$ के सामने अंकित करते हैं। (आकृति 43 देखिए)।



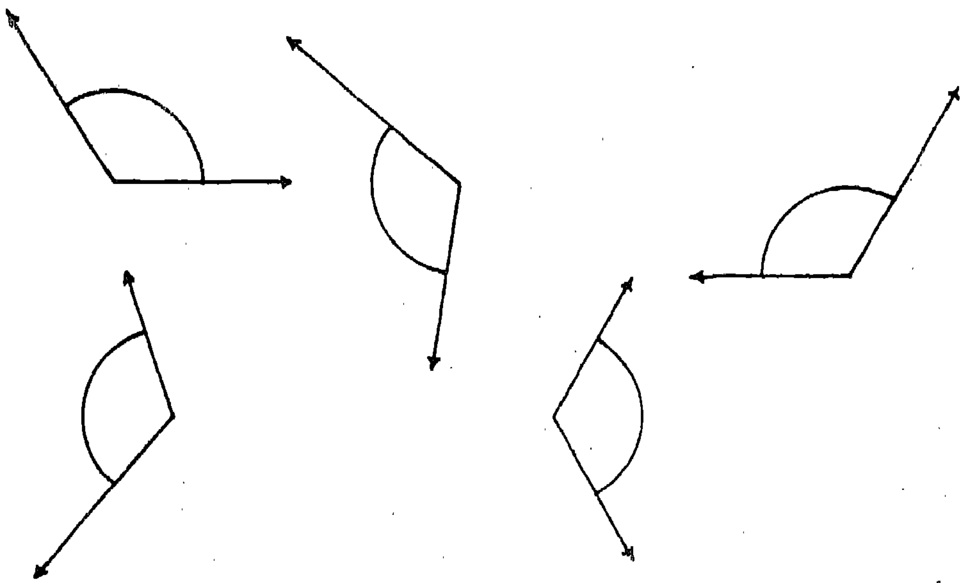

आकृति 43

चांदे को उठा लेने के बाद किरण ख क खींचने पर, हमें वांछित कोण प्राप्त होता है जिसका माप $70^0$ है (आकृति 44 देखिए)।




आकृति 44

अब निम्न आकृतिओं का अध्ययन कीजिए और ज्ञात कीजिए कि विभिन्न स्थितिओं में होने पर किरण खग पर एक माप, मान लीजिए $120^0$, के कोण की रचना **कैसे** की गई है।



आकृति 45

**आइए करें**

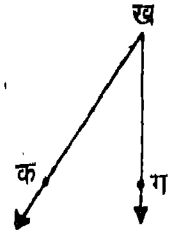
चांदे की सहायता से, निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए :

1. $40^0$ 2. $80^0$ 3. $90^0$ 4. $110^0$ 5. $150^0$

[illegible]

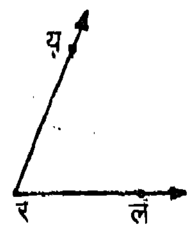
1. रिक्त स्थानों को भरिए :
   (क) किरण का ——— अन्त-बिन्दु होता है।
   (ख) कागज पर रेखा खींचना संभव ——— ।
   (ग) कोण का ——— शीर्ष और ——— भुजाएं होती हैं।
   (घ) कोण जिसका माप $60^0$ है ——— कोण होता है।
   (ङ) 3 बजे घड़ी की घंटे की सुई और मिनट की सुई ——— माप का कोण बनाती हैं।
   (च) समकोण से छोटा कोण ——— कोण होता है।
   (छ) रेखा खण्ड की एक ——— लम्बाई होती है।
   (ज) किरण की कोई ——— लम्बाई नहीं होती है।
   (झ) अक्स करने की विधि द्वारा दो कोणों की ——— की जा सकती है।
   (ञ) वर्ग के प्रत्येक कोण का माप ——— होता है।

2. आकृति 46 में दर्शाए गए कोण के शीर्ष और दो भुजाओं का नामांकन कीजिए।



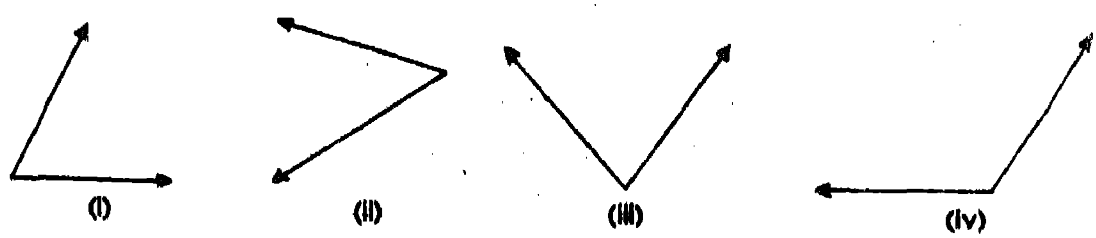

आकृति 46

3. 47 में दर्शाए गए कोण का नामांकन कीजिए :




आकृति 47

4. निम्न कोणों को मापिए और सब से बड़ा कोण ज्ञात कीजिए :




आकृति 48

5. निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए :
(क) $30^0$ (ख) $90^0$ (ग) $150^0$ (घ) $75^0$

6. जैसा कि आकृति 49 में दर्शाया गया है, एक किरण क ख खींचिए। क पर $30^0$ माप के एक कोण की रचना कीजिए।




आकृति 49

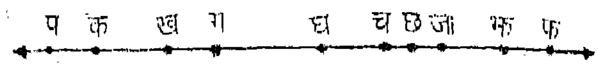
7. बताइए कि निम्न कथन सत्य हैं या असत्य :
   (क) किरण की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती।
   (ख) किसी रेखा के दो अंतः बिन्दु होते हैं।
   (ग) कोण जिसका माप $90^0$ से अधिक होता है, अधिक कोण होता है।
   (घ) एक उभयनिष्ठ अंतः बिन्दु की दो संपाती किरणें $0^0$ माप का कोण बनाती हैं।
   (ङ) चांदे की सहायता से $0^0$ और $180^0$ के बीच किसी भी माप का कोण बनाया जा सकता है।

[illegible]

1. दो सेट स्क्वायरों की सहायता से क्या आप $75^0$ माप का कोण बना सकते हैं?

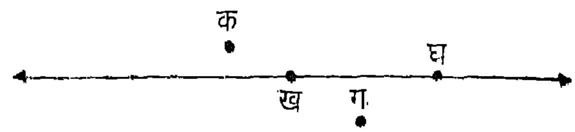
## 1. संरेखी बिन्दु

किसी दी हुई रेखा पर, हम कितने बिन्दु अंकित कर सकते हैं ? किसी दी गई रेखा पर हम जितने बिन्दु चाहें अंकित कर सकते हैं। आकृति 1 में, रेखा प फ पर कई बिन्दु, अर्थात् क, ख, ग, घ, च, छ···अंकित किए गए हैं।



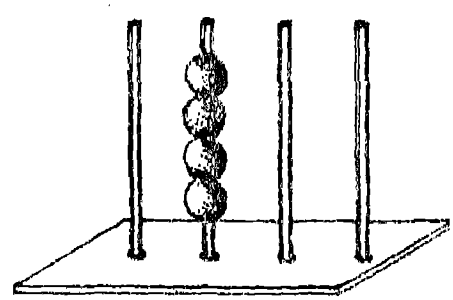

आकृति 1

जो बिन्दु एक ही रेखा पर होते हैं **संरेखी बिन्दु** कहलाते हैं। इस प्रकार, आकृति 1 में, बिन्दु क, ख, ग, घ, च, छ,···; क्योंकि वे सभी एक ही रेखा पर हैं, संरेखी बिन्दु हैं।




आकृति 2

जो बिन्दु एक ही रेखा पर नहीं होते वे **असंरेखी बिन्दु** कहलाते हैं। आकृति 2 में क्या बिन्दु क, ख, ग, और घ एक ही रेखा पर हैं ? नहीं, बिन्दु क और ग उस रेखा पर नहीं हैं जिस पर बिन्दु ख और घ स्थित हैं। अतः, हम कहते हैं कि बिन्दु क, ख, ग और घ **असंरेखी बिन्दु** हैं क्योंकि वे एक ही रेखा पर नहीं हैं।



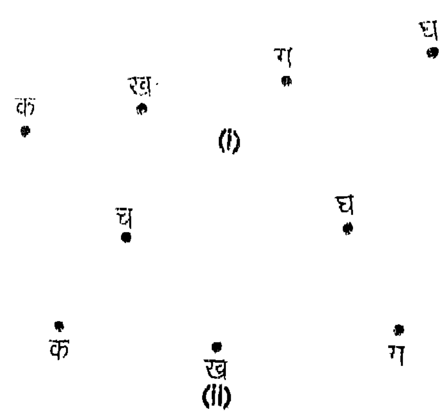
गिनतारा

आकृति 3

मनकों को बिन्दु मानते हुए, हम यह कह सकते हैं कि नुकीली छड़ वाले गिनतारे की एक छड़ में होने वाले बिन्दु संरेखी हैं (आकृति 3 देखिए)।

यदि तीन या उससे अधिक बिन्दु दिए गए हों तो हम यह कैसे ज्ञात करेंगे कि वे संरेखी हैं या नहीं ?

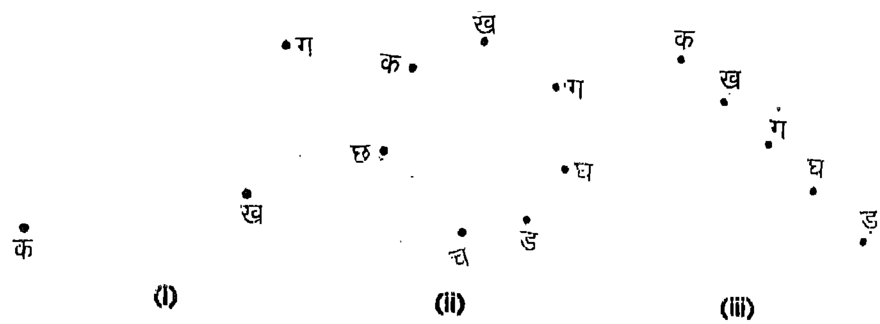
यह ज्ञात करने के लिए कि तीन या अधिक बिन्दु संरेखी हैं या नहीं, हम किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखा खण्ड खींचते हैं और रेखा खण्ड को दोनों दिशाओं में बढ़ाते हैं। तब हम इस बात की जांच करते हैं कि अन्य सभी बिन्दु खींची गई रेखा पर हैं या नहीं। यदि सभी बिन्दु एक ही रेखा पर हैं, तो हम कहते हैं कि दिए गए बिन्दु संरेखी हैं। आकृति (4 (i) देखिए)। अन्यथा, बिन्दु असंरेखी है (आकृति 4 (ii) देखिए)।




आकृति 4

**आइए करें**

1. एक रेखाखण्ड खींचिए। उस पर चार बिन्दु क, ख, ग और घ अंकित कीजिए। क्या चारों बिन्दु संरेखी हैं?
2. एक कागज पर पाँच बिन्दु इस प्रकार अंकित कीजिए कि वे असंरेखी बिन्दु हों।
3. बताइए कि दिए गए बिन्दु संरेखी हैं या असंरेखी।

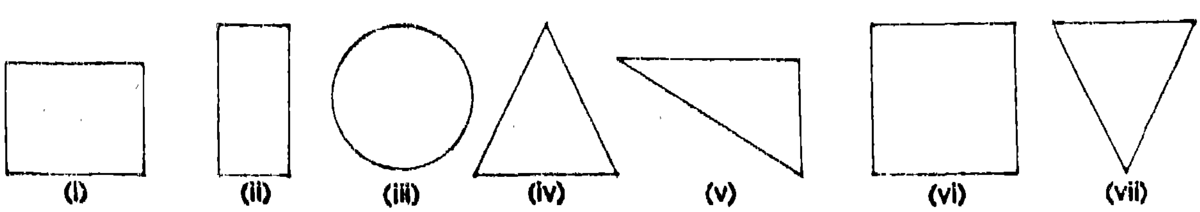



आकृति 5

4. तीन बिन्दु क, ख, और ग इस प्रकार अंकित कीजिए कि क ख = 4 सेमी., ख ग = 3 सेमी. और क, ख तथा ग संरेखी हों।

## II. त्रिभुज की विशेषताऐं

निम्न आकृतियों को देखिए। इनमें से कौन सी आकृतियां त्रिभुज हैं?




आकृति 6

आकृति 6 (iv), 6 (v) और 6 (vii) की आकृतियां त्रिभुज हैं।
हम त्रिभुज को अन्य समतल आकृतिओं से कैसे अलग करते हैं?
**त्रिभुज केवल तीन रेखा खण्डों से बनता है।**

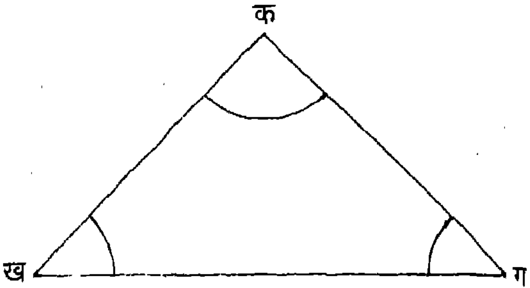
यदि तीन असंरेखी बिन्दु दिए गए हों तो क्या हम एक त्रिभुज खींच सकते हैं? यदि दिए गए तीन बिन्दु संरेखी हों तो क्या तब भी हम एक त्रिभुज खींच सकते हैं?

हम एक त्रिभुज तभी खींच सकते हैं जब दिए हुए तीन बिन्दु असंरेखी हों।

1. आयताकार आकृति का एक कागज लीजिए। उसे एक विकर्ण के सहारे मोड़िए। आपको कौन-सी आकृतियां प्राप्त होती हैं? उनका वर्णन कीजिए।
2. ज्यामिति बाक्स से सेट स्क्वायर निकालिए। उसे एक कागज के पन्ने पर रखिए। सैट स्क्वायर के तीनों किनारों के साथ-साथ पेंसिल चलाइए। आपको कौन-सी आकृति प्राप्त होती है? उसका वर्णन कीजिए।

अब आकृति 7 को देखिए और निम्न प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

(i) त्रिभुज क ख ग में कितने रेखाखण्ड हैं?
(ii) त्रिभुज क ख ग में कितने शीर्ष हैं?
(iii) त्रिभुज क ख ग में कितने कोण हैं?



आकृति 7

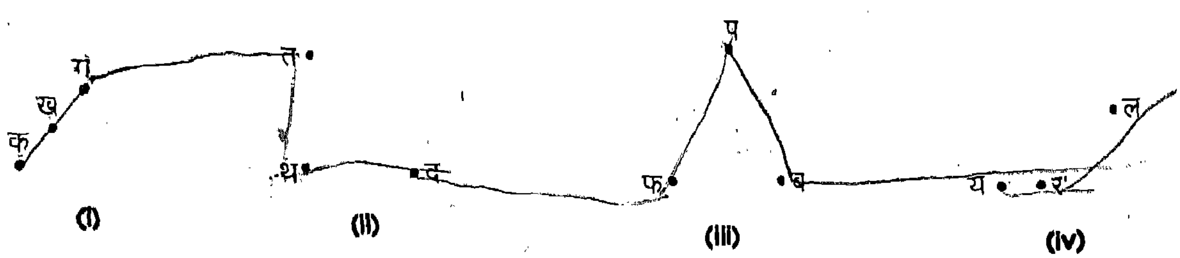
(i) त्रिभुज क ख ग में क ख, ख ग और ग क तीन रेखा खण्ड हैं।
(ii) इसके तीन शीर्ष, अर्थात् क ख और ग हैं।
(iii) इसके तीन कोण, अर्थात् ∠ क ख ग, ∠ ख ग क और ∠ ग क ख हैं।

इस प्रकार, एक त्रिभुज के तीन रेखाखण्ड, तीन शीर्ष और तीन कोण होते हैं।
इस बात पर ध्यान दीजिए कि त्रिभुज के तीन रेखाखण्ड त्रिभुज की तीन भुजाएं भी कहलाते हैं।
आकृति 7 में दर्शाए गए त्रिभुज को **त्रिभुज क ख ग** के नाम से पुकारते और उसको △ **क ख ग** लिखते हैं।

**टिप्पणी :** △क ख ग को △ख ग क या △ग क ख के रूप में भी दर्शाया जाता है। यह तीनों नाम एक ही त्रिभुज क ख ग के लिए आते हैं।

## आइए करें

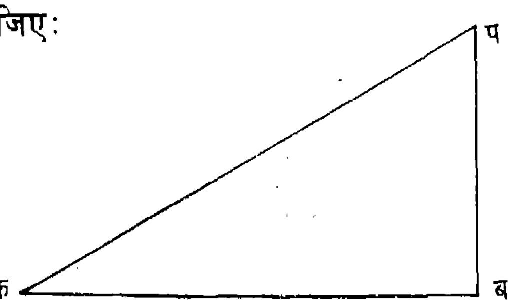
1. निम्न उदाहरणों में से किस में हम इस प्रकार का त्रिभुज खींच सकते हैं जिसमें तीन बिन्दु शीर्ष हों?



आकृति 8

2. एक त्रिभुज में कितनी भुजाएं कितने शीर्ष और कितने कोण होते हैं?

3. दाईं ओर दी गई आकृति में निम्न को नामांकित कीजिए:
   (क) त्रिभुज के शीर्ष
   (ख) त्रिभुज की भुजाएं
   (ग) त्रिभुज के कोण




आकृति 9

## III. त्रिभुज के गुणधर्म

1. एक कागज के टुकड़े पर तीन या चार त्रिभुज खींचिए। प्रत्येक त्रिभुज की भुजाओं को मापिए। निम्न सारणी के खानों को भरिए:

| त्रिभुज | पहली भुजा की लम्बाई | दूसरी भुजा की लम्बाई | तीसरी भुजा की लम्बाई |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

उपरोक्त सारणी से हमें ज्ञात होता है कि

(i) पहली भुजा की लम्बाई +, दूसरी भुजा की लम्बाई >तीसरी भुजा की लम्बाई
(ii) दूसरी भुजा की लम्बाई + तीसरी भुजा की लम्बाई >पहली भुजा की लम्बाई
(iii) तीसरी भुजा की लम्बाई + पहली भुजा की लम्बाई >दूसरी भुजा की लम्बाई

इस प्रकार, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि

किसी त्रिभुज की किन्हीं भी दो भुजाओं की लम्बाइयों का योगफल उसकी तीसरी भुजा की लम्बाई से अधिक होता है।

2. पुनः, कागज के एक टुकड़े पर या नोट बुक में तीन या चार त्रिभुज खींचिए। उनको △क ख ग, △च छ ज, △ट ठ ड और △त थ द नाम दीजिए। प्रत्येक त्रिभुज के सभी कोणों को मापिए। **निम्न सारणी के खानों में मापों को लिखिए :**

| त्रिभुज | माप | | | तीन मापों का योगफल |
|---|---|---|---|---|
| | पहले कोण का | दूसरे कोण का | तीसरे कोण का | |
| △क ख ग | | | | |
| △च छ ज | | | | |
| △ट ठ ड | | | | |
| △त थ द | | | | |

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि प्रत्येक उदाहरण में, तीन कोणों के मापों का योगफल $180^0$ है।

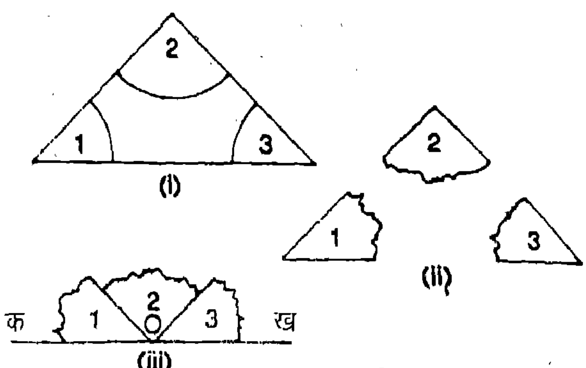
यदि किसी त्रिभुज के तीन कोणों के मापों का योगफल $180^0$ से कम या अधिक आता है, तो संभव है चांदे के चिह्नों को पढ़ने में गलती हुई है। योगफल **हमेशा** $180^0$ होना चाहिए।

उपरोक्त कथन की जाँच करने के लिए, निम्न क्रिया करिए :

**चरण 1 :** एक कागज के टुकड़े पर एक त्रिभुज खींचिए (आकृति 10(i) देखिए)।

**चरण 2 :** त्रिभुज के तीन कोणों को भुजाओं पर काटकर अलग-अलग कीजिए (आकृति 10(ii) देखिए)।

**चरण 3 :** तीन कर्तित कोणों को एक दूसरे के निकट इस प्रकार रखिए कि $\angle 1$, $\angle 2$ से लगा हुआ हो और $\angle 2$, $\angle 3$ से लगा हुआ हो (आकृति 10(iii) देखिए)।




आकृति 10

हमें ज्ञात होता है कि $\angle 1$ और $\angle 3$ की बाह्य भुजाएं एक रेखा में हैं। यह इस बात को दर्शाता है कि $\angle$क स ख $= 180^0$ (क्यों?), अर्थात् $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0$

अत: हम इस निष्कर्ष पर पहुचते हैं कि

**किसी त्रिभुज की तीनों कोणों के मापों का योगफल $180^0$ होता है।**

**उदाहरण 1.** एक त्रिभुज के दो कोणों के माप $50^0$ और $70^0$ हैं। त्रिभुज के तीसरे कोण का माप ज्ञात कीजिए।

हल : त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल : $180^0$

दो कोणों के मापों का योगफल : $50 + 70^0 + = 120^0$

इस प्रकार, तीसरे कोण का माप : $180^0 — 120^0 = 60^0$

**आइए करें**

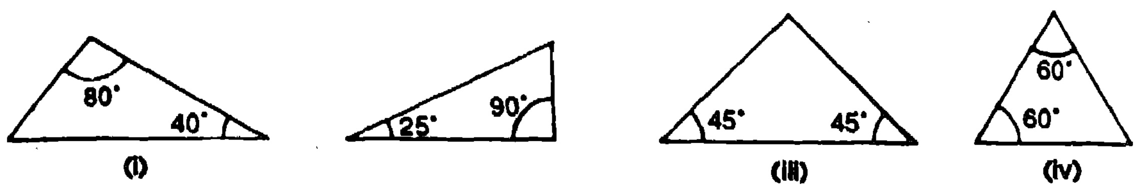
1. एक त्रिभुज क ख ग खींचिए। उसकी भुजाओं को मापिए। इस बात की जांच कीजिए कि किसी भी एक भुजा की लम्बाई बाकी दो भुजाओं की लम्बाइयों के योगफल से कम है।
2. किसी त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल क्या होता है?
3. **तीन रेखाखण्डों** क ख, ख ग और ग क की लम्बाइयां क्रमश: निम्न प्रकार हैं :
   (क) 5 सेमी., 4 सेमी. और 3 सेमी.
   (ख) 2 सेमी., 5 सेमी. और 8 सेमी.
   (ग) 8 सेमी., 4 सेमी. और 4 सेमी.
   (घ) 10 सेमी., 10 सेमी. और 10 सेमी.

उपरोक्त उदाहरणों में से किन में त्रिभुज की रचना संभव है?

4. **निम्न में से कौन से तीन कोण त्रिभुज के तीन कोणों के माप नहीं हो सकते?**

   (क) ∠क = 60°, ∠ख = 90°, ∠ग = 30°
   (ख) ∠क = 50°, ∠ख = 50°, ∠ग = 50°
   (ग) ∠क = 90°, ∠ख = 90°, ∠ग = 20°
   (घ) ∠क = 110°, ∠ख = 90°, ∠ग = 30°
   (च) ∠क = 120°, ∠ख = 30°, ∠ग = 30°

5. निम्न त्रिभुजों में प्रत्येक त्रिभुज के तीसरे कोण का माप ज्ञात कीजिए:

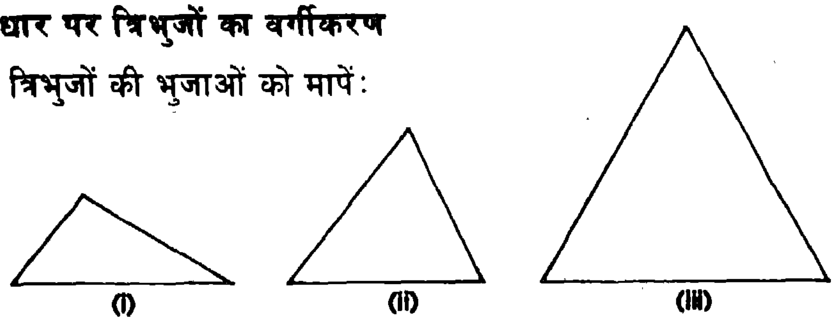



## IV. त्रिभुजों का वर्गीकरण

हम त्रिभुजों को वर्गीकरण दो प्रकार से करते हैं—एक भुजाओं के आधार पर और दूसरा कोणों के आधार पर।

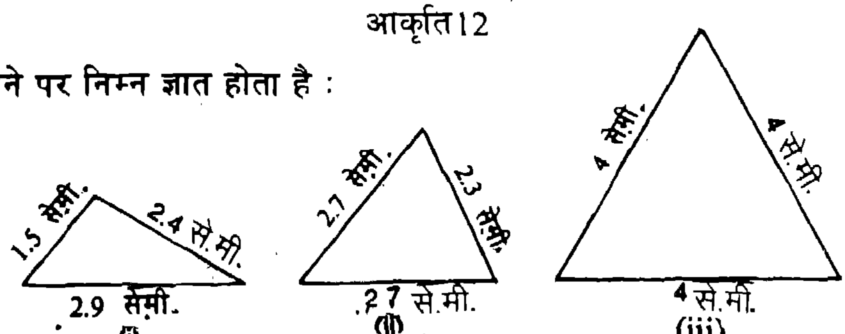
**(क) भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण**

आइए हम निम्न त्रिभुजों की भुजाओं को मापें:




आकृति 12

भुजाओं को मापने पर निम्न ज्ञात होता है :




आकृति 13

| (i) | (ii) | (iii) |
|---|---|---|
| सभी भुजाएं भिन्न लम्बाई की हैं। | **दो भुजाएं समान लम्बाई की हैं।** | सभी तीनों भुजाएं समान लम्बाई की हैं। |

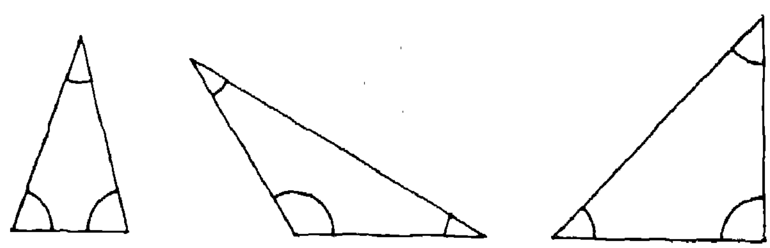
1. यदि किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएं भिन्न भिन्न लम्बाई की हैं, तो वह त्रिभुज **विषमबाहु त्रिभुज** कहलाता है। आकृति 13 (i) **का त्रिभुज** विषमबाहु है।
2. यदि किसी त्रिभुज की कम से कम दो भुजाएं एक ही लम्बाई की हैं,तो वह त्रिभुज **समद्विबाहु त्रिभुज** कहलाता है। आकृति 13(ii) का त्रिभुज **समद्विबाहु** है।
3. यदि किसी त्रिभुज की सभी तीन भुजाएं एक ही लम्बाई की हैं, तो वह त्रिभुज **समबाहु त्रिभुज** कहलाता है। आकृति 13(iii) का **त्रिभुज समबाहु है।**

ऊपर दी गई समबाहु और समद्विबाहु त्रिभुजों की परिभाषाओं से क्या हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज भी होता है।

अपनी नोट-बुक में कुछ त्रिभुज खींचिए। उनकी भुजाओं को मापिए और उनका वर्गीकरण (क) विषमबाहु त्रिभुजों, (ख) समद्विबाहु त्रिभुजों और (ग) समबाहु त्रिभुजों में कीजिए।

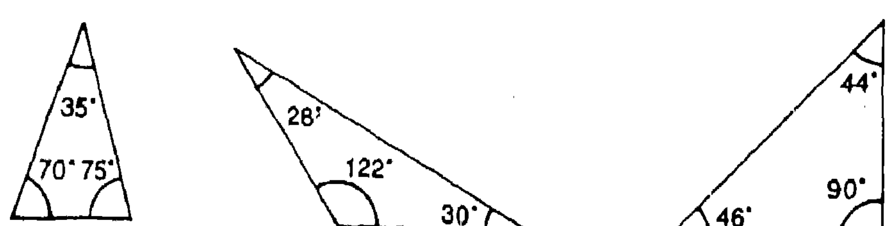
(ख) **कोणों के अनुसार त्रिभुजों का वर्गीकरण**

हम निम्न त्रिभुजों के कोणों को मापें :



आकृति 14

कोणों को नापने पर हमें निम्न ज्ञात होता है :




आकृति 15

**सभी न्यूनकोण** एक अधिक कोण एक समकोण

1. जिस त्रिभुज के सभी कोण न्यून कोण होते हैं वह **न्यून कोण त्रिभुज** कहलाता है।
   आकृति 15 (i) में दिया गया त्रिभुज न्यूनकोण त्रिभुज है।
2. जिस त्रिभुज का एक कोण अधिक कोण है वह **अधिक कोण त्रिभुज** कहलाता है।
   आकृति 15 (ii) में दिया गया त्रिभुज अधिक कोण त्रिभुज है।
3. जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण होता है वह **समकोण त्रिभुज** कहलाता है।
   आकृति 15 (iii) में दिया गया त्रिभुज समकोण त्रिभुज है।

याद कीजिए कि त्रिभुज के सभी कोणों के मापों का योगफल $180^0$ होता है, और निम्न का उत्तर दीजिए:

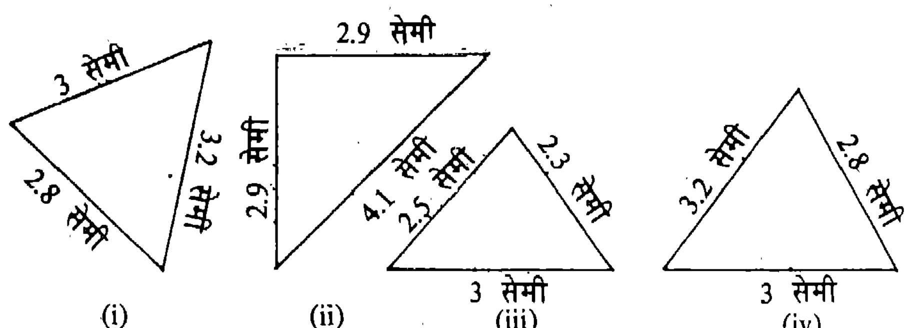
1. क्या किसी त्रिभुज में दो समकोण हो सकते हैं?
2. क्या किसी त्रिभुज में दो अधिक कोण हो सकते हैं?
3. क्या किसी त्रिभुज में एक अधिक कोण और एक समकोण हो सकता है?

[illegible]

अपनी नोट बुक में कुछ त्रिभुज खींचिए। उनके कोणों को मापिए और उनका वर्गीकरण निम्न में कीजिए: (क) न्यूनकोण त्रिभुज (ख) अधिक कोण त्रिभुज (ग) समकोण त्रिभुज।

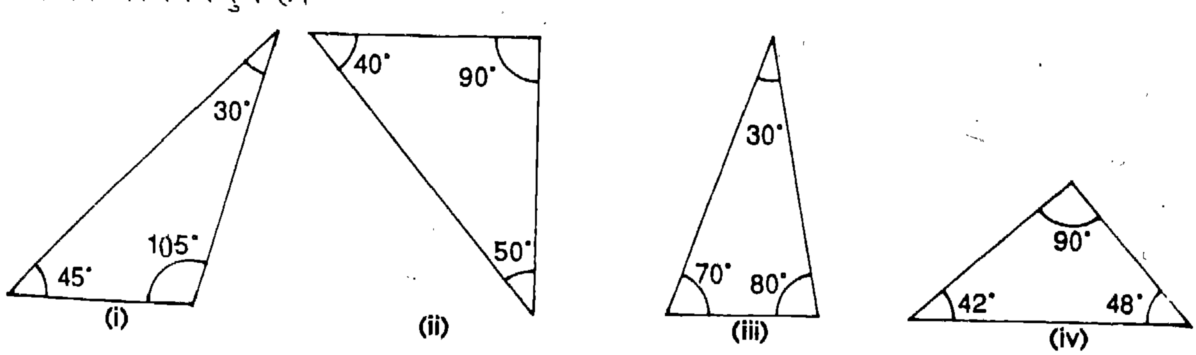
**आइए करें**

1. निम्न त्रिभुजों में से प्रत्येक के विषय में बताइए कि वह विषमबाहु है, समद्विबाहु है अथवा समबाहु है।

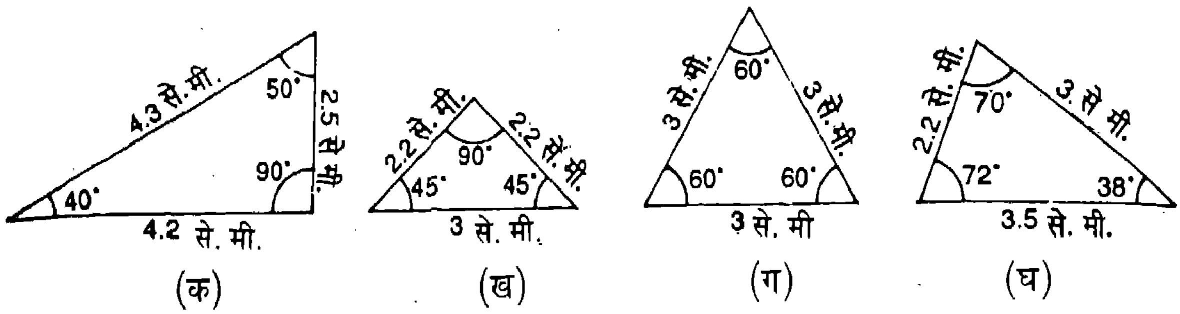



आकृति 16

2. निम्न त्रिभुजों में से प्रत्येक के विषय में बताइए कि वह न्यूनकोण त्रिभुज है, समकोण त्रिभुज है अथवा अधिक कोण त्रिभुज है।

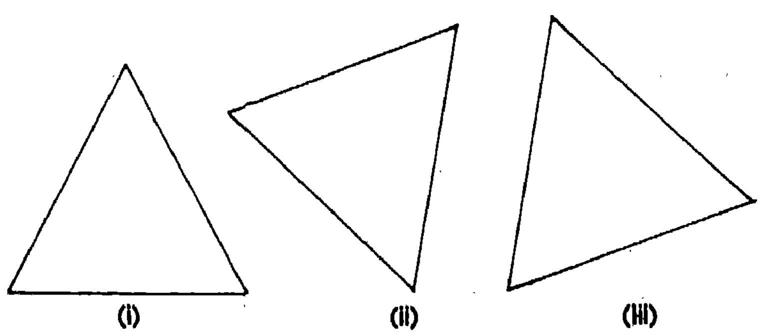



आकृति 17



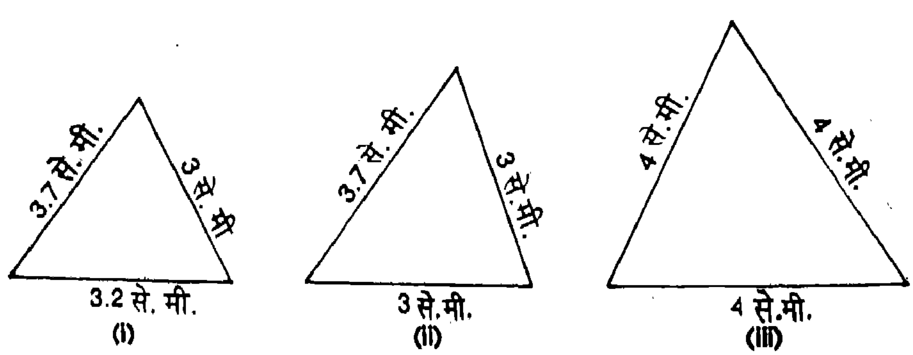

आकृति 18

4. नीचे तीन समबाहु त्रिभुज दिए गए हैं। क्या उनमें से कोई अधिक कोण त्रिभुज या समकोण त्रिभुज है? इससे आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?




आकृति 19

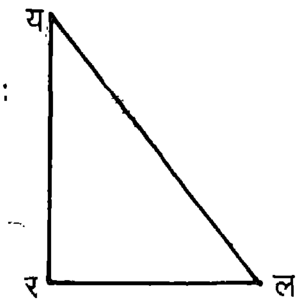
5. नीचे तीन न्यून कोण त्रिभुज दिए गए हैं। इनमें से विषमबाहु, समद्विबाहु और समबाहु त्रिभुजों को पहचानिए।




आकृति 20

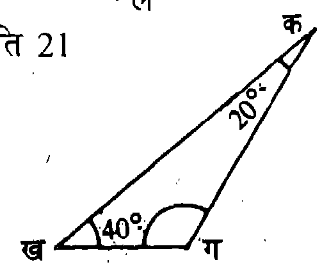
6. एक इस प्रकार का समद्विबाहु त्रिभुज खींचिए जो समबाहु न हो।

1. यहां पर दी गई आकृति में, निम्न को नामांकित कीजिए:
   (i) त्रिभुज के शीर्ष
   (ii) त्रिभुज के कोण
   (iii) त्रिभुज की भुजाएं



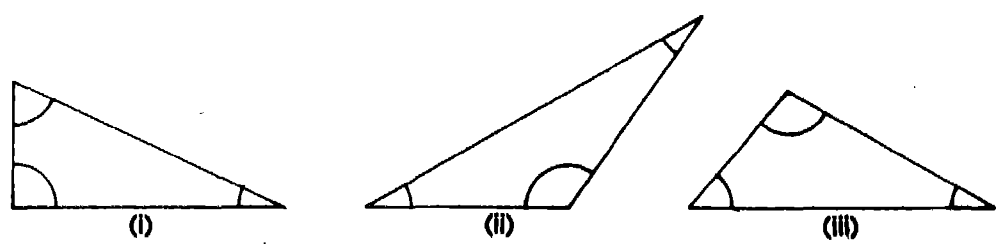
आकृति 21

2. यहां पर दी गई आकृति में,
   (i) ∠ख ग क का माप क्या है?
   (ii) △क ख ग किस प्रकार का त्रिभुज है—न्यूनकोण त्रिभुज, अधिककोण त्रिभुज अथवा समकोण त्रिभुज?



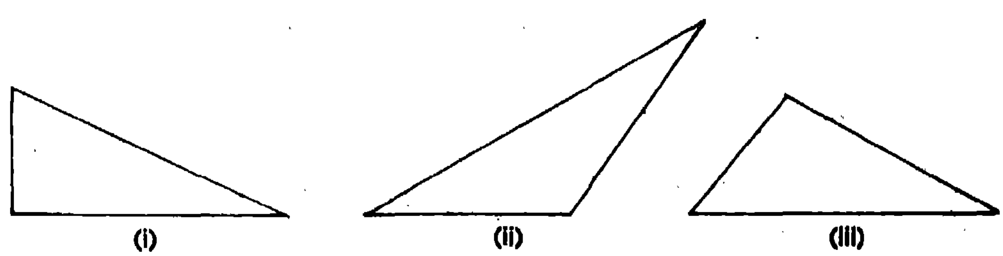
आकृति 22

3. निम्न त्रिभुजों के कोणों को मापिए और त्रिभुजों का वर्गीकरण न्यून कोण त्रिभुज, अधिक कोण त्रिभुज अथवा समकोण त्रिभुज के रूप में कीजिए।



आकृति 23

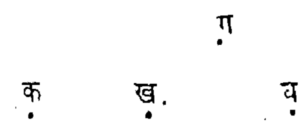
4. निम्न त्रिभुजों की भुजाओं को मापिए और त्रिभुजों का वर्गीकरण विषमबाहु, समद्विबाहु अथवा समबाहु के रूप में कीजिए।



आकृति 24

5. एक त्रिभुज की भुजाएं 6 सेमी., 8 सेमी. और 10 सेमी. माप की हैं। यह किस प्रकार का त्रिभुज है?
   (क) विषमबाहु (ख) समद्विबाहु (ग) समबाहु
6. जैसा कि दिए गए चित्र में दर्शाया गया है, एक कागज पर चार असंरेखी बिन्दु क, ख, ग, और घ, अंकित कीजिए। इन चार बिन्दुओं में से तीन बिन्दुओं को शीर्ष मानकर कितने त्रिभुजों की रचना की जा सकती

है ? सभी त्रिभुजों का नामांकन कीजिए।




आकृति 25

7. नीचे तीन कोणों के समूहों के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। किन उदाहरणों में त्रिभुज खींचना संभव हैं?
   (क) $60^0, 80^0, 40^0$ (ख) $80^0, 80^0, 80^0$, (ग) $45^0, 65^0, 110^0$,
   (घ) $50^0, 50^0, 50^0$ (ङ) $70^0, 80^0, 110^0$

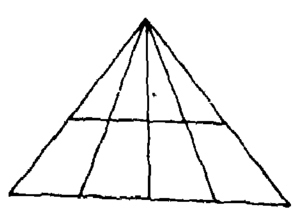
8. निम्न कथनों में से कौन से कथन सही हैं?
   (क) किसी न्यून-कोण त्रिभुज के सभी कोण न्यून कोण होते हैं।
   (ख) किसी त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल $180^0$ होता है।
   (ग) किसी त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई उस त्रिभुज की अन्य दो भुजाओं की लम्बाई के योग से अधिक होती है।

9. एक त्रिभुज के दो कोणों के माप $50^0$ और $100^0$ हैं। त्रिभुज के तीसरे कोण का माप क्या है?

10. 6 **सेमी.** का एक रेखा खण्ड क ख खींचिए। क और ख पर दो कोण क्रमशः $40^0$ और $50^0$ माप के बनाइए और, आवश्यक हो तो, दो कोणों की भुजाओं को बढ़ाकर, एक त्रिभुज की रचना कीजिए। त्रिभुज के तीसरे कोण को मापिए। क्या यह त्रिभुज एक अधिक-कोण त्रिभुज है?

## [illegible]

1. चार असंरेखी बिन्दुओं की सहायता से कितने त्रिभुजों की रचना की जा सकती है?
2. इसमें कुल कितने त्रिभुज हैं?

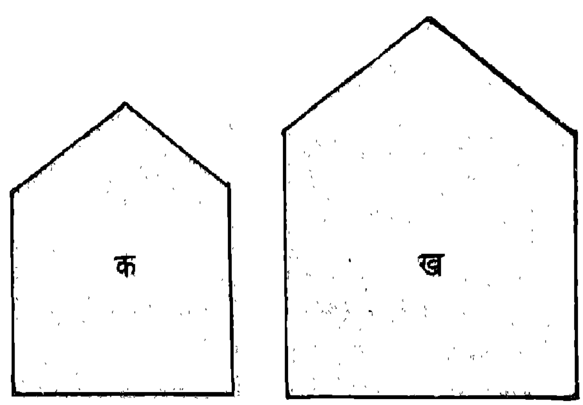


आकृति 26

# क्षेत्रफल

## I. क्षेत्रफल की संकल्पना

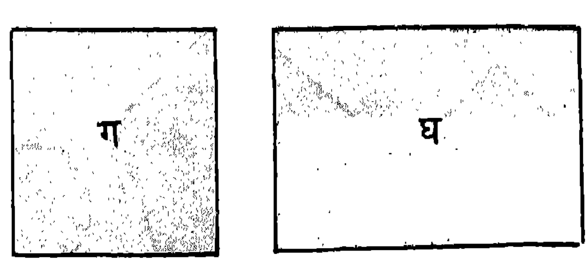
नीचे दी गई दो आकृतिओं क और ख को देखिए और ज्ञात कीजिए कि उनमें से कौन सी बड़ी है।




आकृति 1

स्पष्टतया, क से ख बड़ी है।

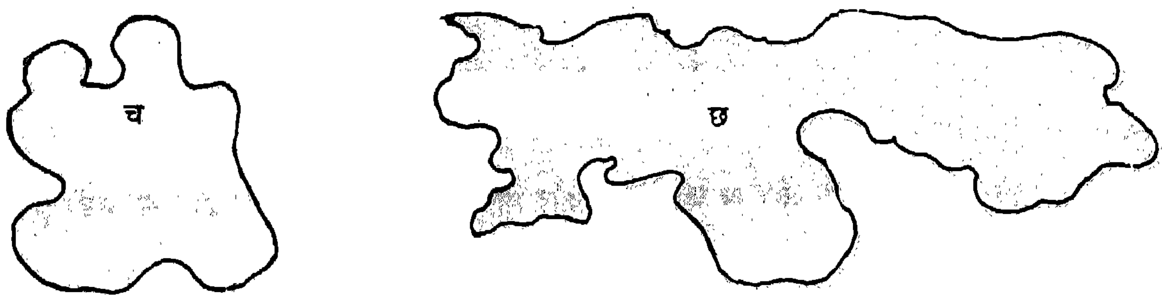
पुनः, नीचे दी गई दो आकृतिओं ग और घ को देखिए और ज्ञात कीजिए कि उनमें से कौन सी छोटी है।




आकृति 2

निश्चित रूप से, घ से ग छोटी है।

अब, दी गई दो आकृतिओं च और छ को देखिए। क्या आप ज्ञात कर सकते हैं कौन सी बड़ी/छोटी है ?



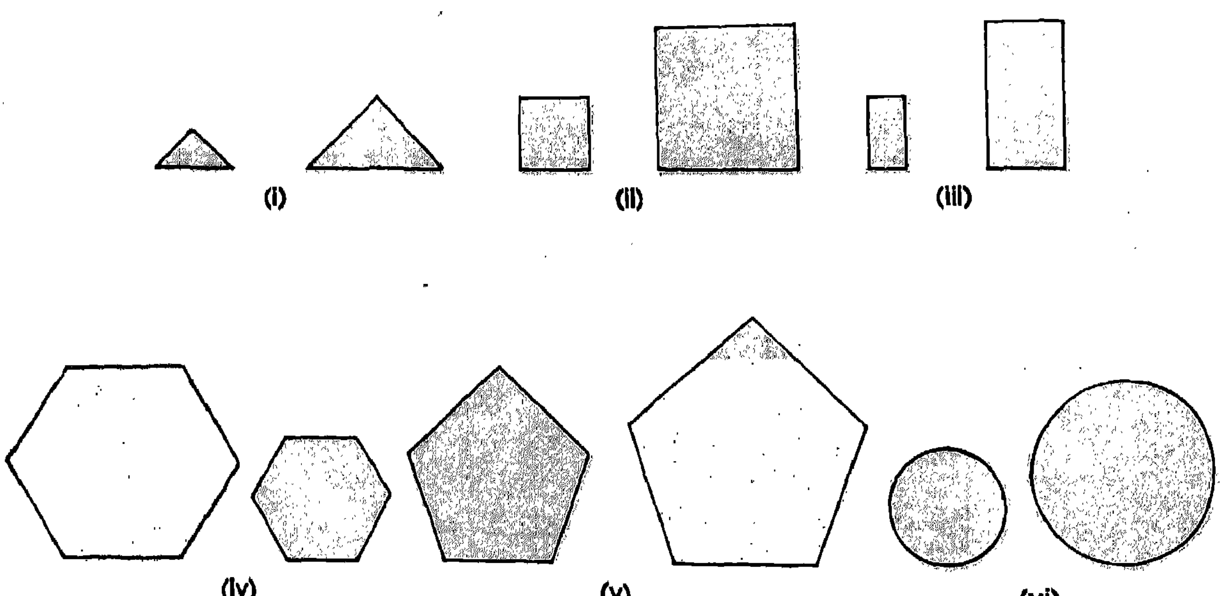

आकृति 3

इस उदाहरण में यह कहना कठिन है कि कौन सी बड़ी/छोटी है। यह बात महत्व नहीं रखती कि कौन सी अधिक लम्बी है या कौन सी अधिक चौड़ी। महत्व इस बात का है कि कौन सी आकृति तल के **पृष्ठ की मात्रा** अधिक ढांकती है।

संवृत समतल आकृति तल के पृष्ठ की जिस मात्रा को ढांकती है वह उसका क्षेत्रफल कहलाता है।

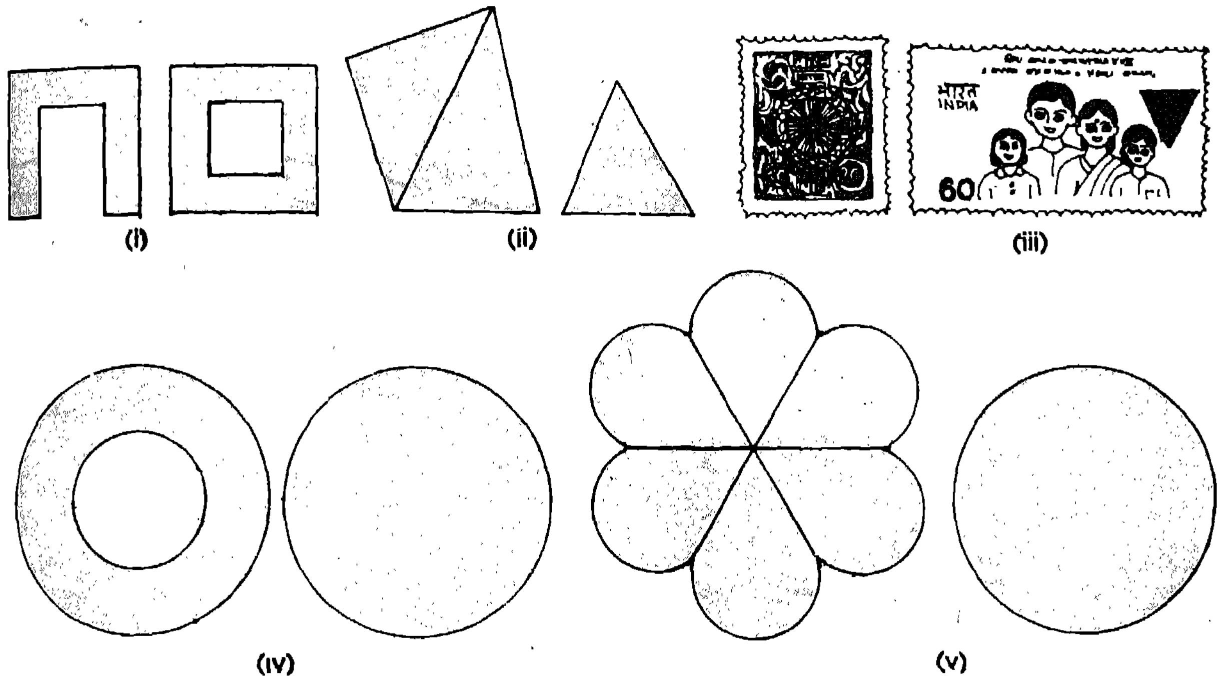
[illegible]

1. निम्न दो आकृतिओं में से उस पर ( ✓ ) का चिह्न लगाइए जो तल के पृष्ठ की अधिक मात्रा ढांकती है:




आकृति 4

2. निम्न दो आकृतिओं में से उस पर ( ✓ ) का चिह्न लगाइए जिसका क्षेत्रफल अधिक है:

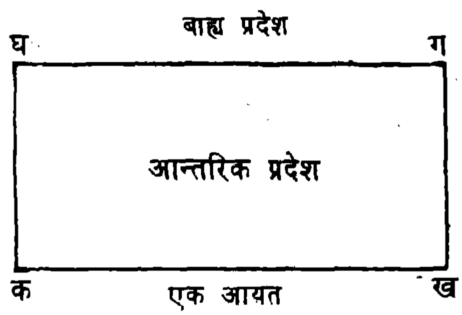



आकृति 5

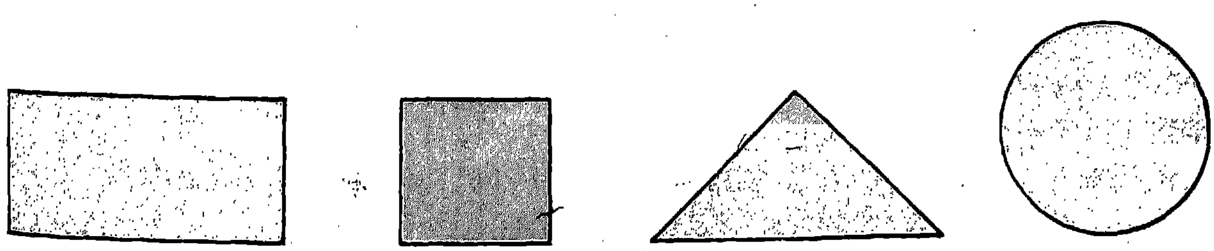
क्षेत्र हम बन्द समतल आकृतिओं के विषय में पहले ही सीख चुके हैं। आयत, वर्ग, त्रिभुज और वृत्त सभी बन्द समतल आकृतिओं के उदाहरण हैं।

हम एक आयत क ख ग घ पर विचार करें। यह तल में दो क्षेत्रों का निर्धारण करता है, अर्थात, आन्तरिक क्षेत्र और बाह्य क्षेत्र

तल का वह भाग जो आयात क ख ग घ द्वारा घेरा गया है आयत क ख ग घ का आन्तरिक क्षेत्र है। दूसरा भाग आयत क ख ग घ का बाह्य क्षेत्र कहलाता है। अब से, हम आन्तरिक क्षेत्र को क्षेत्र कहेंगे। आकृति 7 में नीचे चार संवृत समतल आकृतिओं के क्षेत्रों को छायांकित किया गया है :



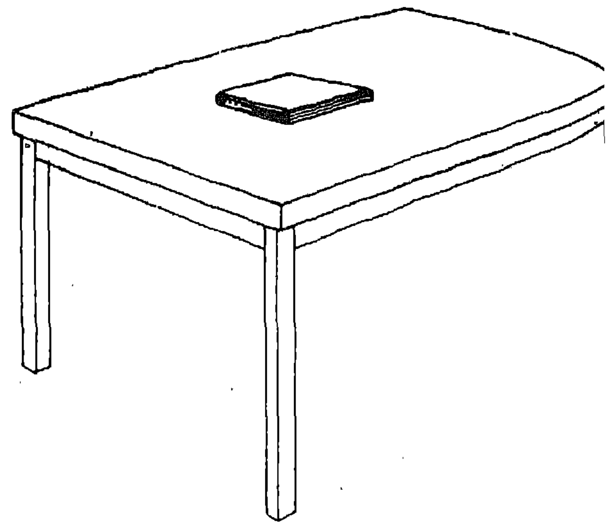

आकृति 6



आकृति 7

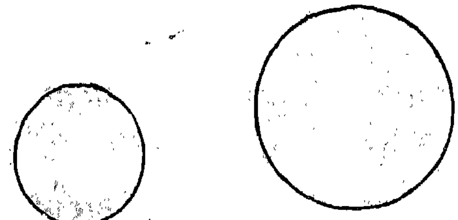
यदि हम कागज के एक टुकड़े पर एक त्रिभुज खींचें और उसकी भुजाओं के साथ-साथ कागज को काटें, तो कर्तित टुकड़ा पृष्ठ के उस परिमाण को प्रदान करता है जो त्रिभुज के क्षेत्र में घिरा है।

**क्षेत्रों की तुलना** : हम क्षेत्रों के आकारों की तुलना कर सकते हैं। हम मेज पर रखी हुई एक पुस्तक पर विचार करें (आकृति 8 देखिए)। यह स्पष्ट है कि, मेज के ऊपरी तल का पृष्ठ पुस्तक के पृष्ठ से बड़ा है।



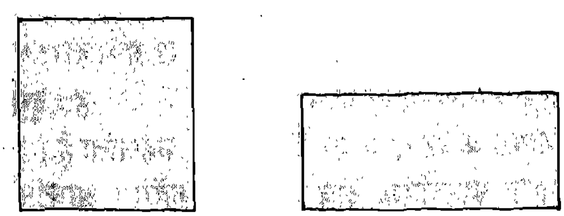
आकृति 8

आकृति 9 में, दो वृत्ताकार क्षेत्र दिए गए हैं। उनमें कौन सा बड़ा/छोटा है? यह स्पष्ट है कि दूसरा क्षेत्र पहले क्षेत्र से बड़ा है, क्योंकि यह समतल पृष्ठ के अधिक भाग को घेरता है।




आकृति 9

आकृति 10 में, दो आयताकार क्षेत्र हैं। क्या आप दो क्षेत्रों पर केवल निगाह डाल कर यह बता सकते हैं कि उनमें कौन सा बड़ा/छोटा है? इस उदाहरण में, यह ज्ञात करना कठिन है कि कौन सा समतल पृष्ठ के अधिक/कम भाग को घेरता है।




आकृति 10

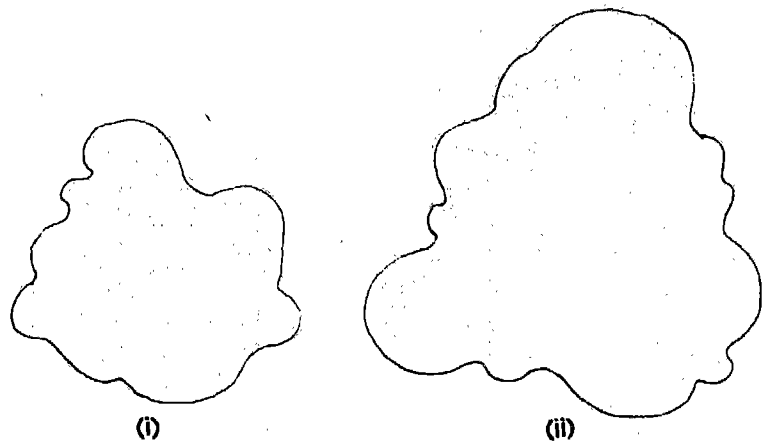
इसलिए, उपरोक्त अनुच्छेद में उठाए गए प्रश्नों के उत्तर देने के लिए हमें क्षेत्रों को मापने की आवश्यकता है।

**क्षेत्रों का मापन** : याद करिए हम एक दिए गए रेखाखण्ड को किस प्रकार मापते हैं। हम किसी दिए गए रेखाखण्ड को **मात्रक रेखाखण्ड** द्वारा मापते हैं और यह ज्ञात करते हैं कि दिए गए रेखाखण्ड में इस प्रकार के कितने मात्रक रेखाखण्ड समाते हैं।

**इसी प्रकार**, हम किसी दिए गए क्षेत्र को मात्रक क्षेत्र द्वारा मापते हैं और यह ज्ञात करते हैं कि दिए गए क्षेत्र में इस प्रकार के कितने मात्रक क्षेत्र समाते हैं।

किसी क्षेत्र का माप उसका क्षेत्रफल कहलाता है।

1. एक संवृत (बन्द) समतल आकृति खींचिए और उसके क्षेत्र को अंकित कीजिए।
2. निम्न दो क्षेत्रों में से किसका क्षेत्रफल कम है?



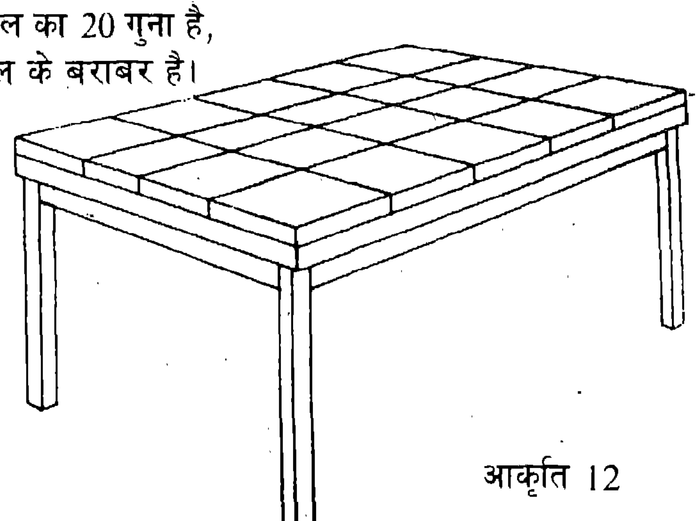

आकृति 11

3. क्या हम किन्हीं दो दिए गए क्षेत्रों की तुलना कर सकते हैं? यदि हां, तो किस प्रकार?
4. क्या क्षेत्र का माप उसका क्षेत्रफल होता है?

## II. क्षेत्रफल का मात्रक

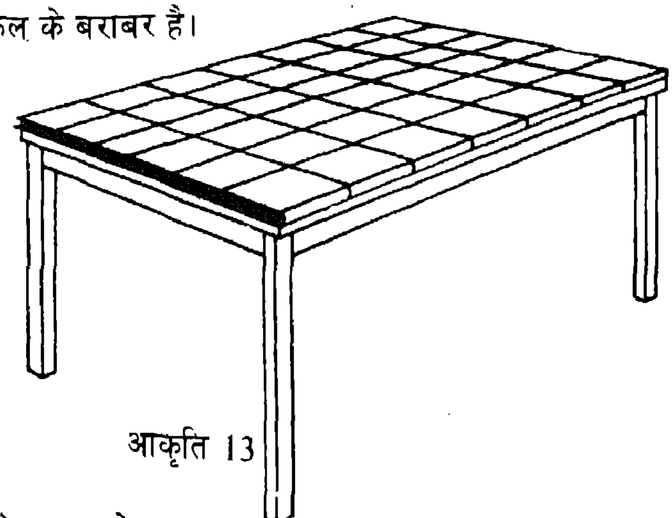
1. हम एक मेज़ के ऊपरी तल के पृष्ठ को कुछ टाइलों से ढकें (आकृति 12 देखिए)। हम देखते हैं कि मेज़ के पूरे पृष्ठ को 20 टाइल ढक लेते हैं।

   इसलिए, हम कह सकते हैं कि मेज़ के पृष्ठ का क्षेत्रफल एक टाइल के क्षेत्रफल का 20 गुना है, या यह 20 टाइलों के क्षेत्रफल के बराबर है।



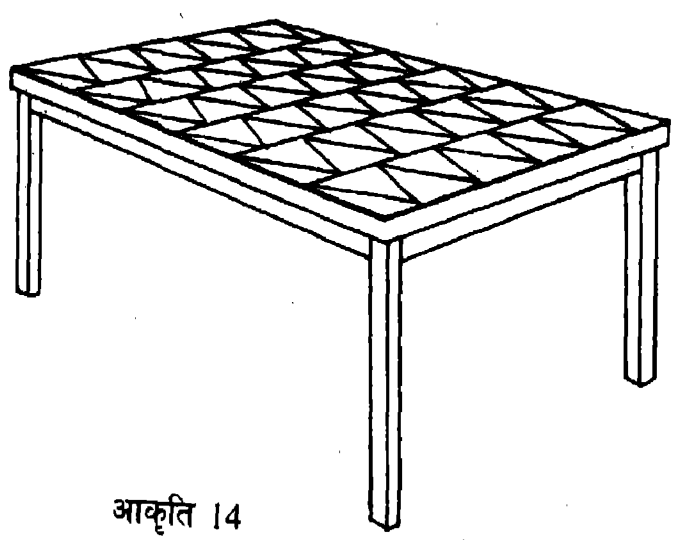
आकृति 12

2. अब हम कुछ पुस्तकें लें और उसी मेज़ के पृष्ठ को उन से ढकें (आकृति 13 देखिए)। हमें ज्ञात होता है कि 42 पुस्तकें मेज़ के पूरे पृष्ठ को ढकती हैं। इसलिए, हम कह सकते हैं कि मेज़ के पृष्ठ का क्षेत्रफल एक पुस्तक के क्षेत्रफल का 42 गुना है या यह 42 पुस्तकों के क्षेत्रफल के बराबर है।



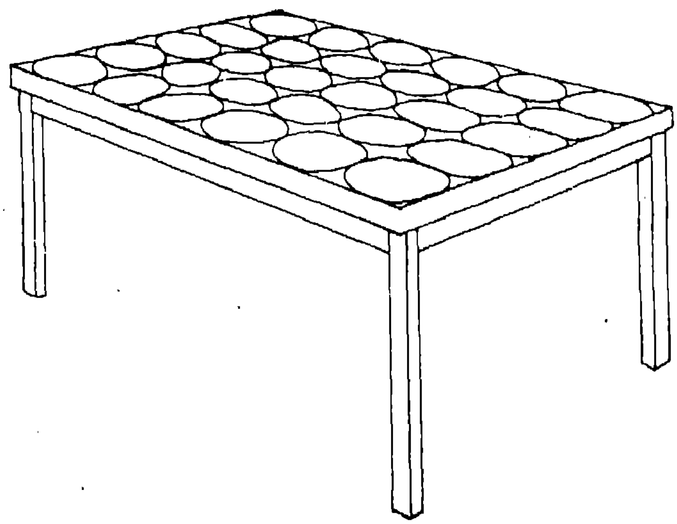
आकृति 13

3. हम मेज़ के ऊपरी तल के पृष्ठ को कुछ त्रिभुजाकार कार्डों से ढकें (आकति 14 देखिए)। हमें ज्ञात होता है कि 66 कार्ड मेज के पूरे पृष्ठ को ढकते हैं। इसलिए, हम कह सकते हैं कि मेज के पृष्ठ का क्षेत्रफल एक त्रिभुजाकार कार्ड के क्षेत्रफल का 66 गुना है, या यह 66 त्रिभुजाकार कार्ड़ों के क्षेत्रफल के बराबर है।



आकृति 14

क्या हम मेज के ऊपरी तल के पृष्ठ को कुछ डिस्कों द्वारा ढक सकते हैं (आकृति 15 देखिए)?



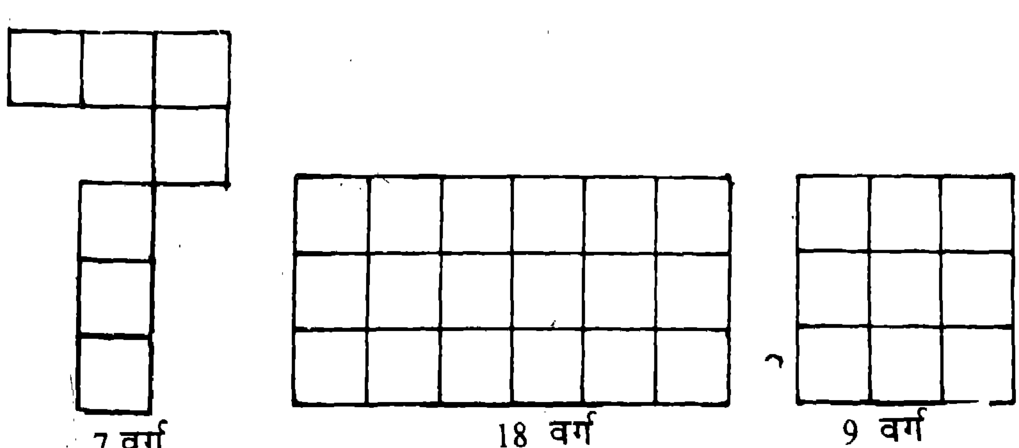
आकृति 15

नहीं। हम मेज़ के ऊपरी तल के पृष्ठ को कुछ डिस्कों की सहायता से नहीं ढक सकते, क्योंकि डिस्कों को एक दूसरे से लगाकर नहीं रखा जा सकता। उनके बीच-बीच में खाली स्थान रह जाता है।

इस प्रकार, किसी क्षेत्र को मापने के लिए, हम केवल उन मात्रक क्षेत्रों को चुनते हैं जो एक दूसरे से लगाकर रखे जा सकते हैं और जिनके बीच में खाली स्थान नहीं छूटता। इसलिए, किसी दिए गए क्षेत्र को मापने के लिए, एक वर्ग, एक आयत और एक त्रिभुज को मात्रक क्षेत्र के रूप में चुना जा सकता है।

सुविधा की दृष्टि से, हम 'वर्ग' को क्षेत्रफल के मात्रक के रूप में अधिक पसन्द करते हैं।

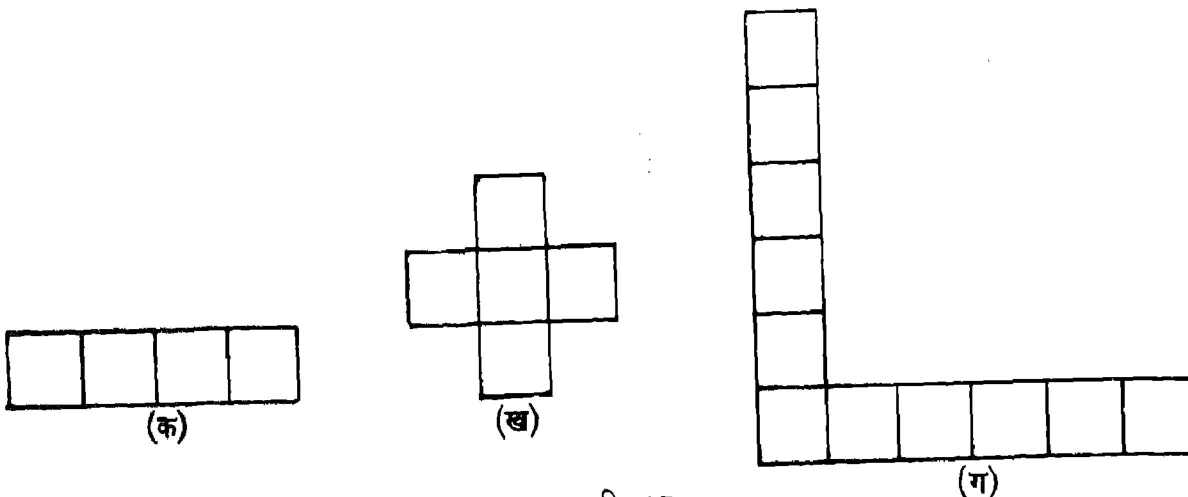
नीचे कुछ क्षेत्र दिए गए हैं। मात्रक क्षेत्र (वर्ग) के रूप में इन क्षेत्रों के माप (या क्षेत्रफल) दर्शाए गए हैं।




आकृति 16

**आइए करें**

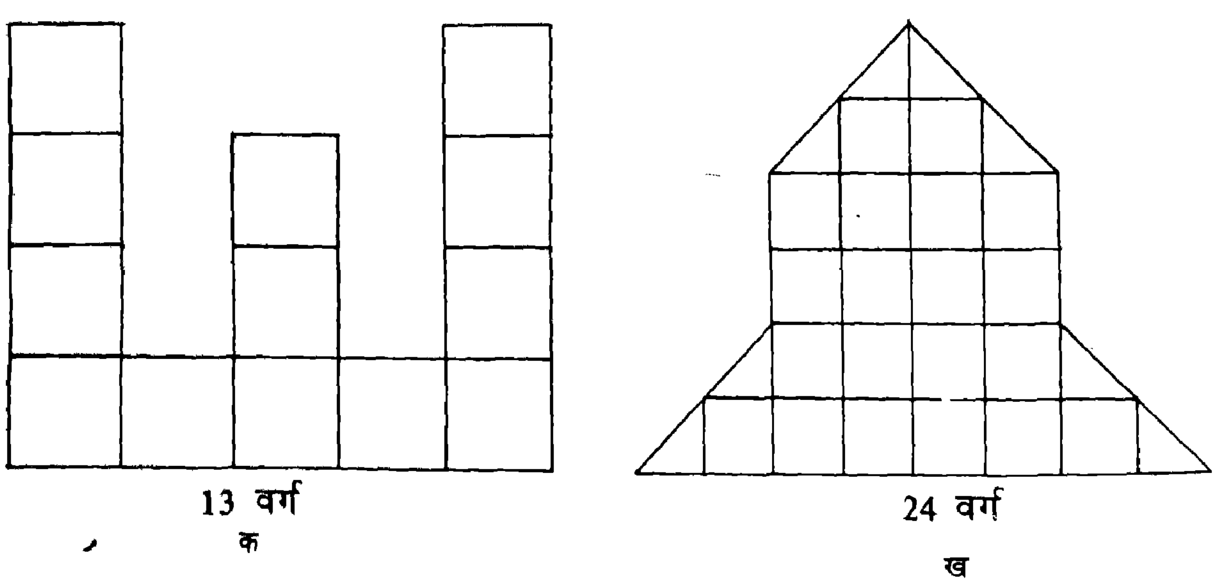
निम्न क्षेत्रों का मात्रक क्षेत्र (वर्ग) के रूप में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:




आकृति 17

## III. क्षेत्रफल के मानक मात्रक

नीचे दी गई आकृतियों क और ख को देखिए :




आकृति 18

किस आकृति में अधिक वर्ग हैं? ख में

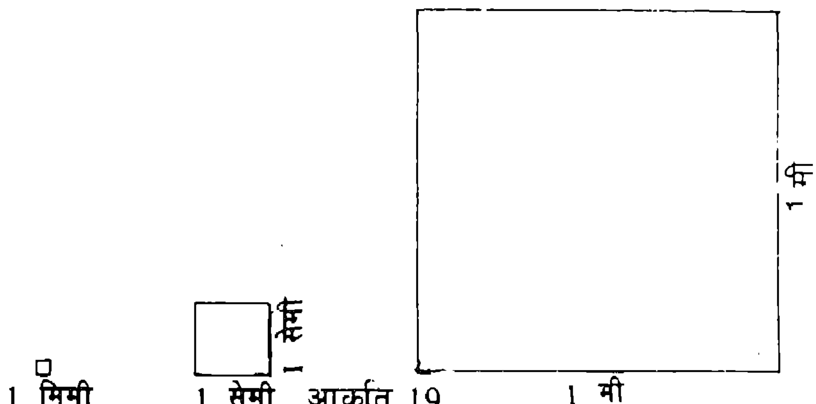
क्या आकृति ख द्वारा ढके गए पृष्ठ की मात्रा क द्वारा ढके गए पृष्ठ की मात्रा से अधिक है जिसमें वर्गों की संख्या कम है? नहीं। (क्यों?)

क्योंकि विभिन्न आकार के वर्गों का प्रयोग किया गया है।

अतः, यदि हम किसी क्षेत्र के क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिए विभिन्न मापों के वर्गों का प्रयोग करें तो हो सकता है वह हमें सही मांप प्रदान न करे। इसलिए, **क्षेत्रफल के एक मानक मात्रक की आवश्यकता है।**

**1 मि.मी. या 1 से.मी. या 1 मी., आदि भुजा वाले वर्ग को क्षेत्रफल का मानक मात्रक माना जाता है।**

1 मि.मी. की भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग मिलीमीटर होता है जिसको संक्षेप में 1 वर्ग मि.मी. लिखा जाता है। 1 से.मी. भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग से.मी. होता है। इसी प्रकार, 1 मी. भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग मी. होता है।




आकृति 19

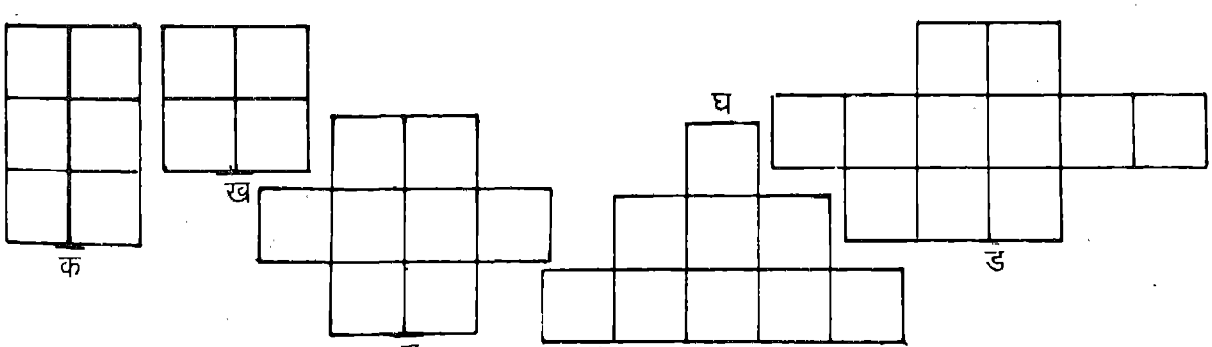
## IV. वर्गों को गिनकर क्षेत्रफल ज्ञात करना

किसी संवृत (बन्द) समतल आकृति के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए, हम आकृति को सेंटीमीटर वर्गांकित कागज पर खींचते हैं और तब आकृति के घेरे में आने वाले वर्गों की संख्या गिनते हैं। यहां पर दो संभावनाएं हैं:

(i) **आकृति के घेरे के अन्दर आने वाले वर्गों की संख्या पूर्ण संख्या है, अर्थात, सभी वर्ग पूर्ण रूप से घेरे के अन्दर हैं।**

(ii) **आकृति के घेरे के अन्दर आने वाले वर्गों की संख्या भिन्नात्मक संख्या है, अर्थात् कुछ वर्ग आंशिक रूप से घेरे के अन्दर हैं।**

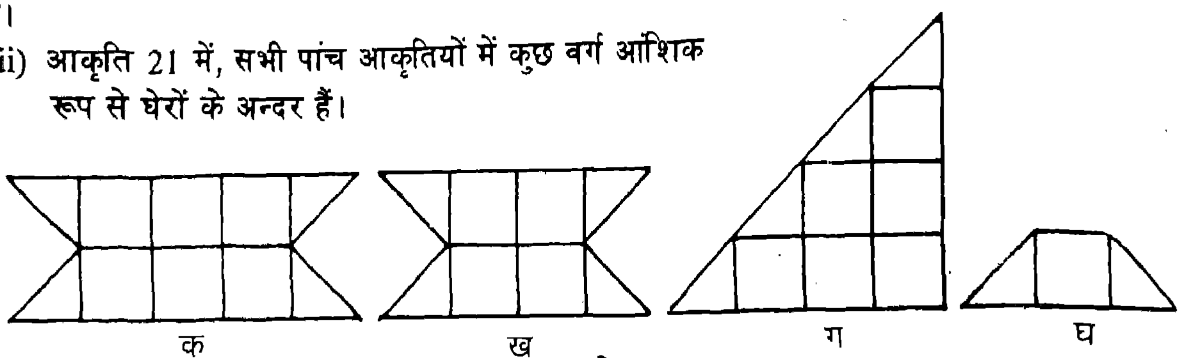
(i) **चित्र 20 में सभी आठ आकृतिओं में सभी वर्ग पूर्ण रूप से घेरों के अन्दर हैं।**




आकृति 20

इस अवस्था में, हम केवल आकृति के घेरे में आने वाले वर्गों की संख्या गिनते हैं और आकृति के क्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त करते हैं। अतः, (क) क्षेत्र का क्षेत्रफल 6 वर्ग से.मी. और (ङ) क्षेत्र का क्षेत्रफल 11 वर्ग से.मी. है।

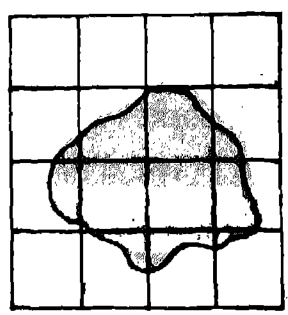
(ii) आकृति 21 में, सभी पांच आकृतियों में कुछ वर्ग आंशिक रूप से घेरों के अन्दर हैं।




आकृति 21

इस अवस्था में, हम घेरे में आने वाले प्रत्येक 2 आधे वर्गों को एक पूर्ण वर्ग गिनते हैं। अतः, (क) क्षेत्र का क्षेत्रफल 8 वर्ग से.मी. और (घ) क्षेत्र का क्षेत्रफल 2 वर्ग से.मी. है।

(iii) आकृति 22 में, आकृति के घेरे में कुछ वर्ग पूर्ण रूप से आते हैं और कुछ वर्ग आंशिक रूप से।

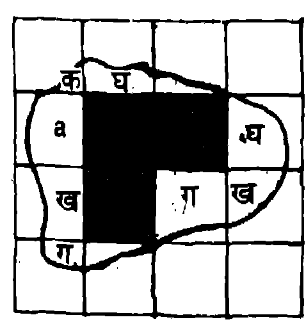


आकृति 22

इस अवस्था में, आकृति के क्षेत्र का सुनिश्चित क्षेत्रफल ज्ञात करना संभव नहीं है। तथापि, हम उसका अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते हैं। हम आकृति 23 में दर्शाई गई आकृतिओं का अनुमानित क्षेत्रफल निम्न भांति ज्ञात करते हैं:

1. हम उन वर्गों की गिनती करते हैं जो पूर्ण रूप से घेरे में आते हैं। 3
2. हम उन अपूर्ण वर्गों को ज्ञात करते हैं जिनको मिलाकर लगभग उतना ही क्षेत्रफल हो जितना 1 पूर्ण वर्ग का।

   क + क = 1, ख + ख = 1, ग + ग = 1, घ + घ = 1




आकृति 23

3. हम बाकी बचे हुए वर्गों को अर्थात् च, को ज्ञात करते हैं और उसके क्षेत्रफल को (अनुमानतः) $\frac{1}{2}$ वर्ग से.मी. मान लेते हैं।

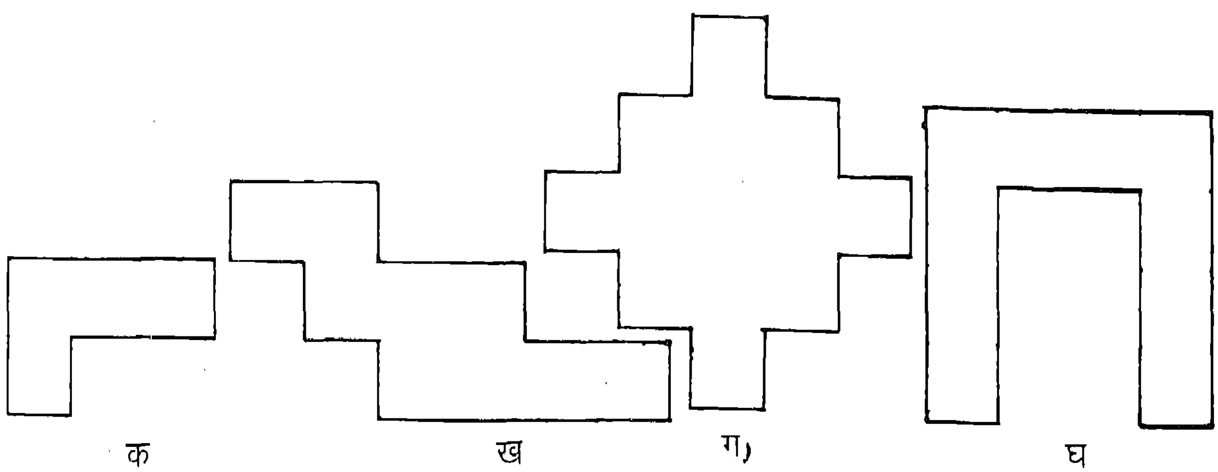
4. हम क्षेत्र का अनुमानित क्षेत्रफल चरण 1 से 3 तक में प्राप्त क्षेत्रफलों को जोड़ कर ज्ञात करते हैं। इस प्रकार, क्षेत्र का अनुमानित क्षेत्रफल निम्न है:
3 वर्ग से.मी. + 1 वर्ग से.मी. + 1 वर्ग से.मी. + 1 वर्ग से.मी. + 1 वर्ग से.मी. + $\frac{1}{2}$ वर्ग से.मी., अर्थात् $7\frac{1}{2}$ वर्ग से.मी.।

[illegible] :

1. विभिन्न आकार की कुछ पेड़ की पत्तियां एकत्रित कीजिए। उनको सेंटीमीटर वर्गांकित कागज पर रखिए और पत्तिओं द्वारा बनाए गए प्रत्येक क्षेत्र का सुनिश्चित या अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
2. 1 रुपये के सिक्के द्वारा बनाए गए क्षेत्र का सुनिश्चित अथवा अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

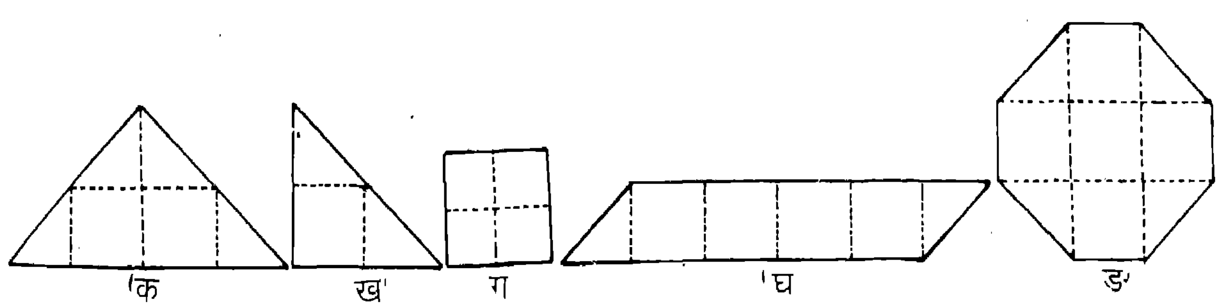
**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

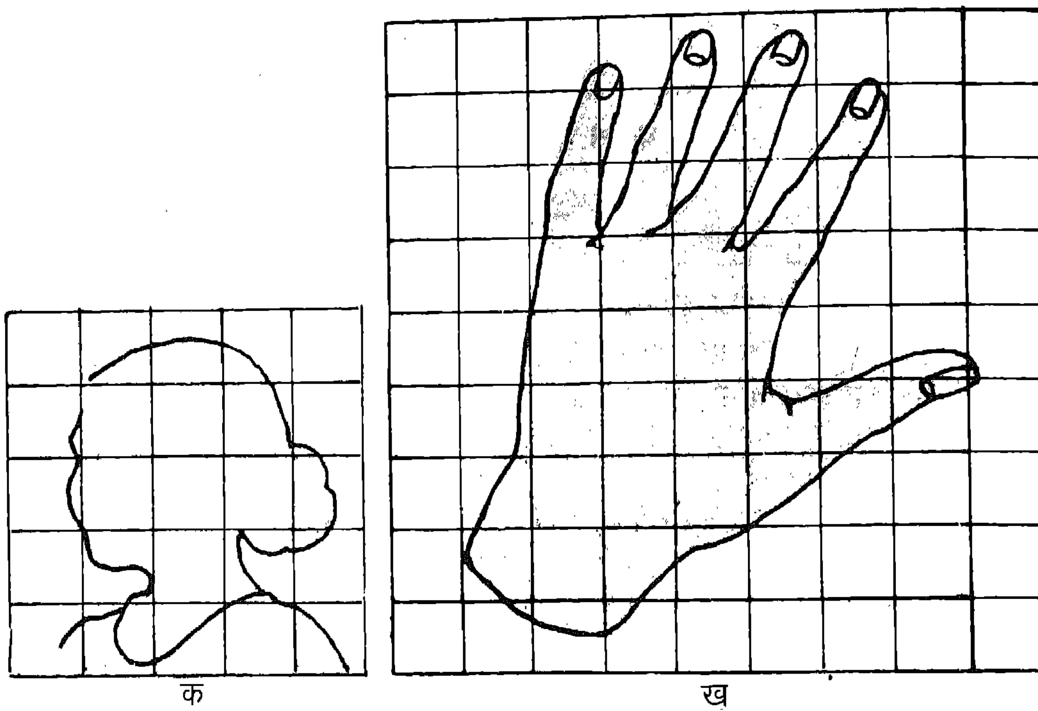



आकृति 24

2. निम्न में से प्रत्येक क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

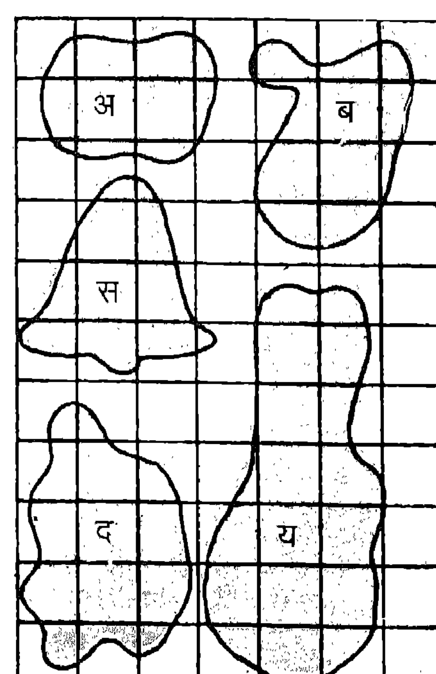


3. निम्न में से प्रत्येक क्षेत्र का अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :




आकृति 26

4. निम्न में से किस क्षेत्र का क्षेत्रफल सब से कम है?

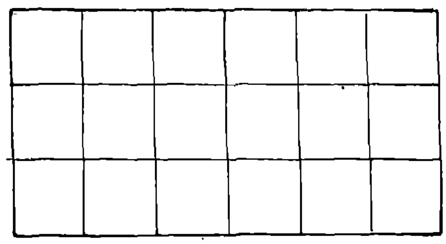



आकृति 27

## V. कुछ समभुज आकृतिओं का क्षेत्रफल ज्ञात करना

पिछले खण्डों में, हमने किसी क्षेत्र का क्षेत्रफल प्रत्यक्ष मापन द्वारा, अर्थात मात्रक खण्डों की सहायता से, ज्ञात करना सीखा है। अब हम एक अन्य विधि से क्षेत्रफल ज्ञात करना सीखेंगे जिसको अप्रत्यक्ष मापन की विधि कहा जाता है और जिसके द्वारा अधिक शीघ्र क्षेत्रफल ज्ञात किया जा सकता है। इस विधि की सहायता से, हम आयत और वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

1. दाईं ओर दी गई आकृति को देखिए।



आकृति 28

एक पंक्ति में कितने वर्ग हैं? 6 वर्ग

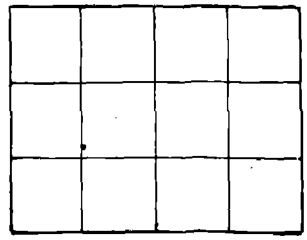
कुल कितनी पंक्तियां हैं? 3 पंक्तियां

इस प्रकार, कुल 18 वर्ग हैं। प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग से.मी. है क्योंकि प्रत्येक वर्ग 1 से.मी. भुजा वाला है। अतः, आयत का क्षेत्रफल 18 वर्ग से.मी. है।

आयत की लम्बाई क्या है? उसकी चौड़ाई क्या है?

6 से.मी. लम्बाई और 3 से.मी. चौड़ाई के आयत का क्षेत्रफल 18 वर्ग से.मी. है।

2. पुनः, दाईं ओर दी गई आकृति को देखिए



आकृति 29

एक पंक्ति में कितने वर्ग हैं? 4 वर्ग

कुल कितनी पंक्तियां हैं? 3 पंक्तियां

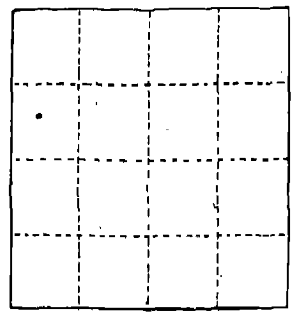
इस प्रकार, कुल 12 वर्ग हैं। प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग से.मी. है। अतः, आयत का क्षेत्रफल 12 वर्ग से.मी. है।

हम देखते हैं कि 4 से.मी. लम्बाई और 3 से.मी. चौड़ाई के आयत का क्षेत्रफल 12 वर्ग से.मी. है।

3. दाईं ओर दर्शाई गई आकृति को देखिए।

एक पंक्ति में कितने वर्ग हैं? 4 वर्ग

कुल कितनी पक्तियां हैं? 4 पंक्तियां



आकृति 30

इस प्रकार, कुल 16 वर्ग हैं। प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग से.मी. है। अतः, आयत का क्षेत्रफल 16 वर्ग से.मी. है।

वर्ग की एक भुजा की लम्बाई क्या है?

हम देखते हैं कि 4 से.मी. भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल 16 वर्ग से.मी. है।

ऊपर जिन आकृतिओं पर विचार-विमर्श किया गया है, यदि हम उनकी लम्बाई, चौड़ाई, वर्गों की संख्या और क्षेत्रफल की सारणी तैयार करें, तो हमें निम्न सारणी प्राप्त होगी।

| **लम्बाई (से.मी. में)** | **चौड़ाई (से.मी. में)** | **1 से.मी. वर्गों की कुल संख्या** | **क्षेत्रफल (से.मी. में)** |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 18 | 18 |
| 4 | 3 | 12 | 12 |
| 4 | 4 | 16 | 16 |

हम लम्बाई, चौड़ाई और वर्गों की संख्या या क्षेत्रफल में क्या संबंध देखते हैं?

सारणी में यह बात देखी जा सकती है कि लम्बाई 6 से.मी. है और चौड़ाई 3 से.मी. है, तो क्षेत्रफल $(6 \times 3)$ वर्ग से.मी., अर्थात्, 18 वर्ग से.मी. है। इसी प्रकार यही परिणाम दूसरे उदाहरणों में भी लागू होता है।

इस प्रकार, उपरोक्त से, हमें निम्न प्राप्त होते हैं :

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

और

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

*टिप्पणी :* जब हम किसी आकृति, जैसे आयत, वर्ग या अन्य कोई आकृति के क्षेत्रफल की बात करते हैं, तब हमारा अर्थ आकृति द्वारा समतल पृष्ठ पर घेरे गए क्षेत्र के क्षेत्रफल से होता है।

**उदाहरण 1.** एक आयत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 15 से.मी. और 10 से.मी. है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : आयत की लम्बाई = 15 से.मी.

आयत की चौड़ाई = 10 से.मी.

आयत का क्षेत्रफल = (15 × 10) वर्ग से.मी.

= 150 वर्ग से.मी.

इस प्रकार, आयत का क्षेत्रफल 150 वर्ग से.मी. है।

**उदाहरण 2.** एक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 1 मी. और 50 से.मी. हैं।

*हल :* आयत की लम्बाई = 1 मी. या 100 से.मी.

आयत की चौड़ाई = 50 से.मी.

आयत का क्षेत्रफल = (100 × 50) वर्ग से.मी.

=5,000 वर्ग से.मी.

इस प्रकार, आयत का क्षेत्रफल 5000 वर्ग से.मी. है

या

आयत की लम्बाई = 1 मी.

आयत की चौड़ाई = 50 से.मी. या $\frac{1}{2}$ मी.

आयत का क्षेत्रफल = $(1 \times \frac{1}{2})$ वर्ग मी.

= $\frac{1}{2}$ वर्ग मी.

इस प्रकार, आयत का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}$ वर्ग मी. है।

*टिप्पणी :* किसी आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करते समय, हम पहले इस बात की जांच करते हैं कि लम्बाई और चौड़ाई दोनों एक ही मात्रक में दर्शाई गई हैं या नहीं। यदि नहीं, तो पहले हम उनको एक ही मात्रक में दर्शाते हैं, और तब आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं।

**उदाहरण** 2 में, हमें आयत का क्षेत्रफल 5000 वर्ग से.मी. या $\frac{1}{2}$ वर्ग मी. प्राप्त हुआ। क्योंकि आयत एक ही है, हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

हल : $\frac{1}{2}$ वर्ग मी. = 5 000 वर्ग से.मी.

या, 1 वर्ग मी. = 10 000 वर्ग से.मी.

इसी प्रकार, वर्ग मि.मी. और वर्ग से.मी. के सम्बंध को निम्न प्रकार दर्शाया जा सकता है:

1 वर्ग से.मी. = 100 वर्ग मि.मी.

**उदाहरण 3.** एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 15 से.मी. है।

*हल :* वर्ग की भुजा = 15 से.मी.

वर्ग का क्षेत्रफल = (15 × 15) वर्ग से.मी.

= 225 वर्ग से.मी.

इस प्रकार, वर्ग का क्षेत्रफल 225 वर्ग से.मी. है।

[illegible]

एक पोस्टकार्ड आर एक रुमाल लीजिए। उनकी लम्बाई और चौड़ाई को सेन्टीमीटरों में मापिए। उनका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

**आइए करें**

1. नीचे दी गई सारणी में रिक्त स्थानों को भरिए

| **आकृति** | **लम्बाई** | **चौड़ाई** | **क्षेत्रफल (वर्ग से.मी./वर्ग मी.)** |
|---|---|---|---|
| आयत | 10 से.मी. | 5 से.मी. | ------- |
| वर्ग | 7 से.मी. | 7 से.मी. | ------- |
| आयत | 15 से.मी. | 10 से.मी. | ------- |
| आयत | 2 मी. | 50 से.मी. | ------- |
| वर्ग | 50 से.मी. | 50 से.मी | --------- |
| आयत | 1 मी. | 25 से.मी. | --------- |

2. उस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमश: निम्न हैं:

(क) 8.5 से.मी. और 4 से.मी. (ख) 4 से.मी. और 3.5 से.मी.
(ग) 1.6 मी. और 0. 6 से.मी (घ) 1.5 मी. और 0.75 मी.

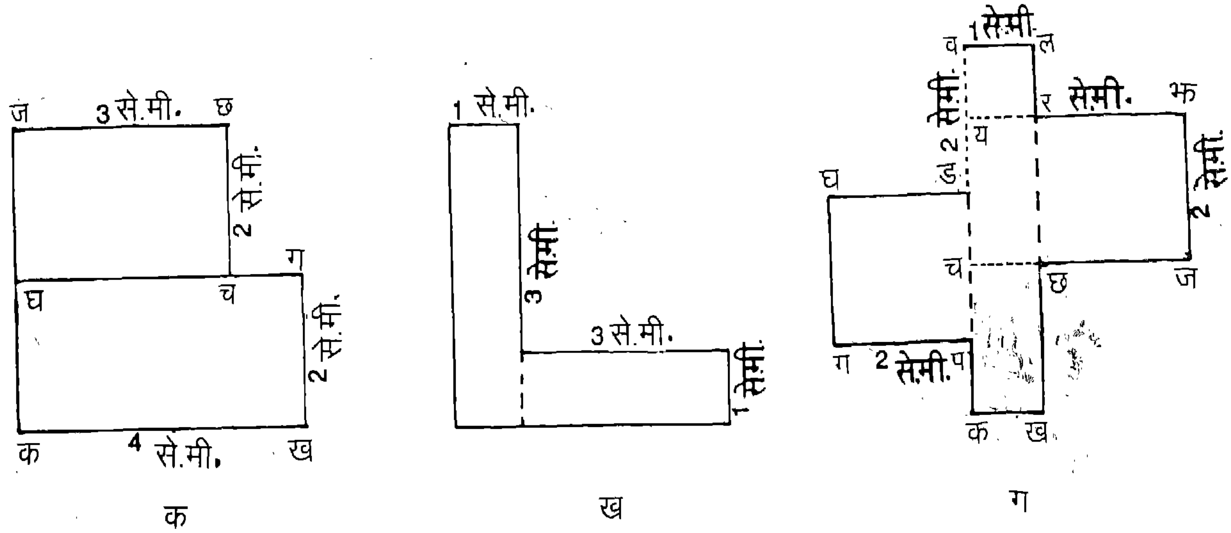
3. उस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा निम्न है:
(क) 4 से.मी. (ख) 3.5 से.मी. (ग) 7.5 से.मी. (घ) 1.1 से.मी.
4. एक कालीन 5 मी. लम्बा और 3.5 मी. चौड़ा है। कालीन का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. चार लकड़ी के तख्तों को जिनमें से प्रत्येक की लम्बाई 2 मी. और चौड़ाई 1.1 मी. है, दोनों ओर रंगा जाना है। एक रुपया प्रति वर्ग मी. की दर से रंग करने के दाम ज्ञात कीजिए।
6. एक वर्गाकार टाइल की भुजा 10 से.मी. है। एक दीवार की एक ओर, जो 2.5 मी. लम्बी और 2 मी. ऊंची है, कितनी टाइलें लगाई जा सकती हैं?

### IV. असमभुज आकृतिओं का क्षेत्रफल ज्ञात करना

कुछ आकृतियां आयताकार या वर्गाकार क्षेत्रों से बनती हैं। इस प्रकार की कुछ आकृतियां नीचे दर्शाई गई

* ऐसी असमभुज आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात करना जिनको आयतों या वर्गों में विभाजित नहीं किया जा सकता, इस पुस्तक के क्षेत्र में नहीं आता।

हैं। उनका क्षेत्रफल हम, आयत और वर्ग के क्षेत्रफल ज्ञात करने की विधि की सहायता से, ज्ञात करते हैं।



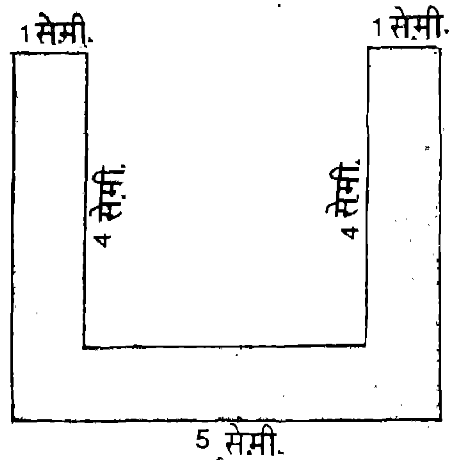

आकृति 31

हम आकृति क का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
आकृति क दो आयतों, अर्थात् आयत क ख ग घ और आयत घ च छ ज, से बनी है।
आकृति क का क्षेत्रफल दो आयतों के क्षेत्रफलों का योगफल है।

आकृति क का क्षेत्रफल = आयत क ख ग घ का क्षेत्रफल
+ आयत घ च छ ज का क्षत्रफल
= (4 × 2) वर्ग से.मी. + (3 × 2) वर्ग से.मी.
= 8 वर्ग से.मी. + 6 वर्ग से.मी.
= 14 वर्ग से.मी.

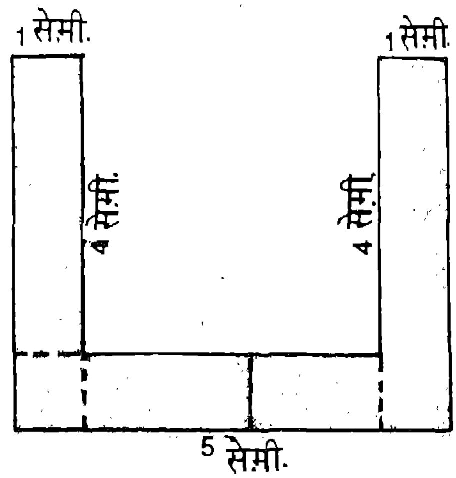
इस प्रकार, आकृति क का क्षेत्रफल 14 वर्ग से.मी. है।
इसी प्रकार, आकृति ख का क्षेत्रफल 7 वर्ग से.मी. और आकृति ग का क्षेत्रफल 13 वर्ग से.मी. है।

*टिप्पणी :* असमभुज आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करते समय, हमें पहले दी गई आकृति को आयतों या वर्गों में विभाजित करना चाहिए और तब दी गई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करना चाहिए।




आकृति 32

हल : सबसे पहले हम आकृति को आयतों या वर्गों में विभाजित करते हैं।
घिरा हुआ क्षेत्र 3 आयतों, (जिनमें प्रत्येक की लम्बाई 4 से.मी. और चौड़ाई 1 से.मी. है) तथा 2 वर्गों (जिनमें प्रत्येक की भुजा 1 से.मी. है) से बना है।



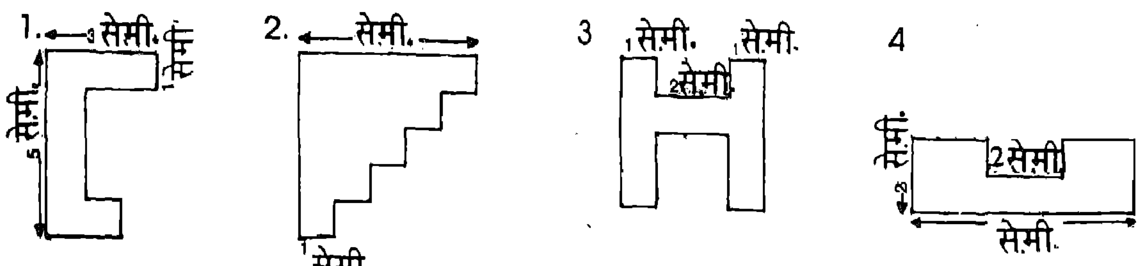

आकृति 32 (क)

**आकृति का क्षेत्रफल** : 3 (3 × 1) वर्ग से.मी.
+ 2 (1 × 1) वर्ग से.मी.
= 9 वर्ग से.मी. 2 वर्ग से.मी.
= 11 वर्ग से.मी.

इस प्रकार, आकृति का क्षेत्रफल 11 वर्ग से.मी. है।

**आइए करें**

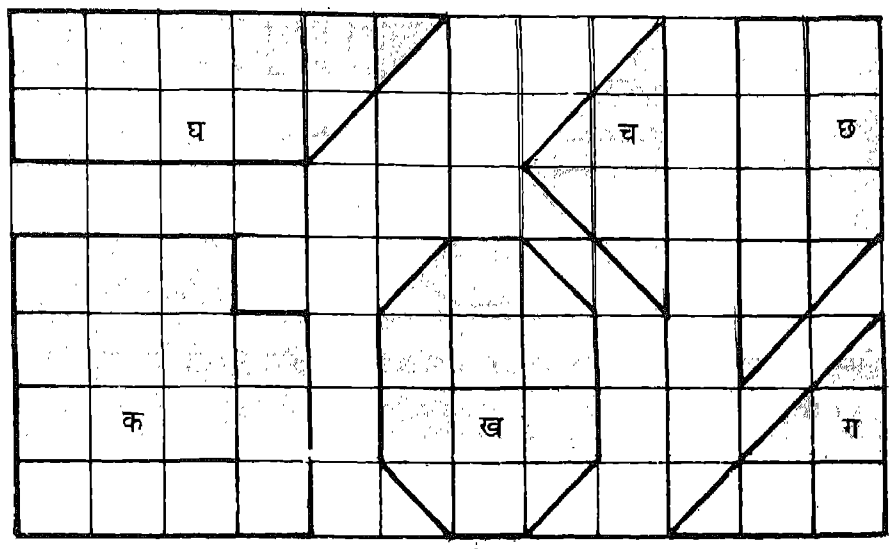
1. निम्न आकृतिओं के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :




आकृति 33

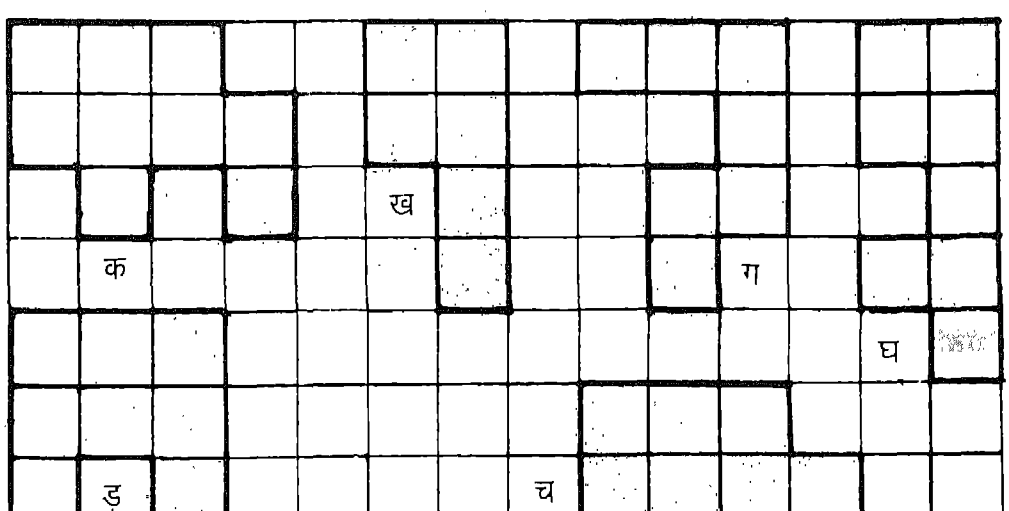
1. नीचे दी गई आकृति 34 में, प्रत्येक आकृति में बन्द वर्गों की संख्या गिनिए और बताइए आकृतिओं में से किस में निम्न बाते हैं:

   (क) सबसे अधिक क्षेत्रफल (ख) सबसे कम क्षेत्रफल (ग) 4.5 वर्ग से.मी. क्षेत्रफल




आकृति 34

2. निम्न में प्रत्येक आकृति का क्षेत्रफल मात्रक वर्गों में ज्ञात कीजिए :



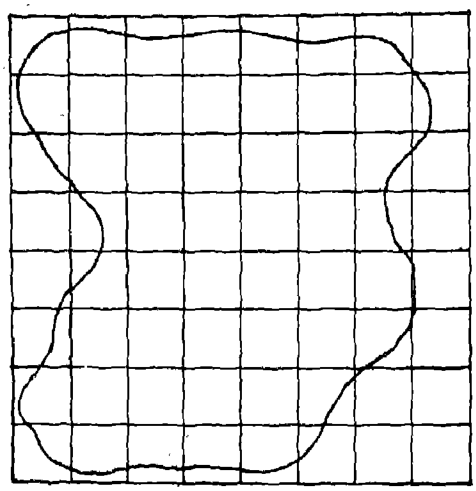

आकृति 35

3. साधारणतया प्रयोग में आने वाले क्षेत्रफल के मानक मात्रक क्या हैं?

4. ऐसे आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः निम्न हो:

(क) 15 मी. और 10 मी. (ख) 12.8 से.मी. और 7.2 से.मी.

5. नीचे दी गई आकृति का अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:



आकृति 36

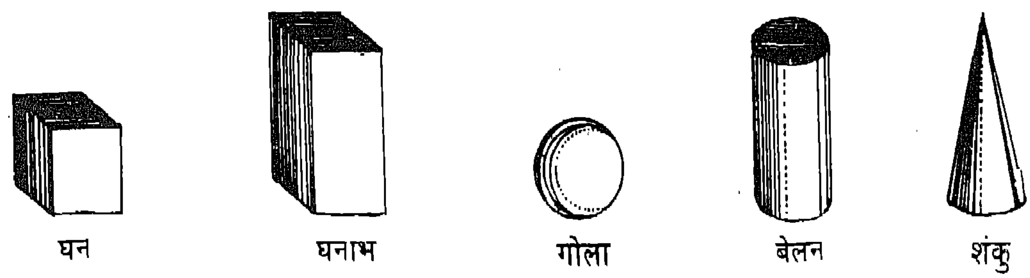
6. कौन सा खेल का मैदान बड़ा है : एक जिसका माप 120 मी. और 52 मी. है या दूसरा जिसका माप 112 मी. और 63 मी. है?
(मैदान के माप 120 मी. और 52 मी. है का अर्थ है उसकी लम्बाई 120 मी. और चौड़ाई 52 मी. है)
7. 200 मी. लम्बे और 4.8 मी. चौड़े रास्ते को पाटने के लिए ऐसे कितने शिलाखण्डों की आवश्यकता होगी जिनमें से प्रत्येक 25 से.मी. लम्बा और 12 से.मी. चौड़ा है?
8. 25 मी. लम्बे और 16 मीटर चौड़े आंगन को 20 से.मी. लम्बी और 10 से.मी. चौड़ी ईंटों से पाटा जाना है। ज्ञात कीजिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?
9. निम्न परिस्थितियों में से किन में, क्षेत्रफल की संकल्पना आवश्यक नहीं है?
(क) कमरे में कालीन बिछाना (ख) दरवाजे या खिड़किओं के परदे तैयार करना
(ग) भूखण्ड का बाड़ा लगाना (घ) खेत में बीज बोना।
10. खाली स्थानों को भरिए।
(क) एक संवृत (बन्द) समतल आकृति द्वारा घेरे जाने वाले पृष्ठ का परिमाण ———— कहलाता है।
(ख) किसी क्षेत्र का माप उसका ———— कहलाता है।
(ग) वर्ग ———— का सबसे अच्छा मात्रक माना जाता है।
(घ) एक ऐसे आयत का क्षेत्रफल जिसकी लम्बाई 2 से.मी. और चौड़ाई 1 से.मी. है ———— होगा।
(ङ) एक ऐसे वर्ग का क्षेत्रफल जिसकी भुजा 1 से.मी. है ———— होगा।

1. एक-एक सिक्का 1-रुपया और 2-रुपये का लीजिए। 2-रुपये के सिक्के का मूल्य 1-रुपये के सिक्के के मूल्य का दुगुना है। यह ज्ञात कीजिए कि 2-रुपये के सिक्के का क्षेत्रफल भी 1-रुपये के सिक्के के क्षेत्रफल का दुगुना है या नहीं।
2. एक सेन्टीमीटर वर्गांकित कागज पर अपनी दोनों हथेलियां पूरी तरह फैला कर रखिए और दो अनुमानित क्षेत्रफलों का अन्तर ज्ञात कीजिए।
3. एक वर्ग और एक आयत के परिमाप बराबर हैं। आयत की लम्बाई वर्ग की भुजा से 2 से.मी. अधिक है। यदि वर्ग का क्षेत्रफल 100 वर्ग से.मी. है, तो आयत का क्षेत्रफल कितना होगा?

# आयतन

## I. आयतन की संकलपना

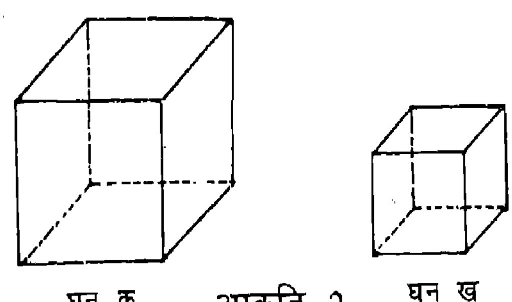
कुछ ठोस वस्तुओं के चित्रों को देखिए जिनसे हम पहले ही परिचित हैं।




आकृति 1

इनमें से प्रत्येक ठोस वस्तु स्थान की एक निश्चित मात्रा घेरती है।

हम दो घनों क और ख पर विचार करें।

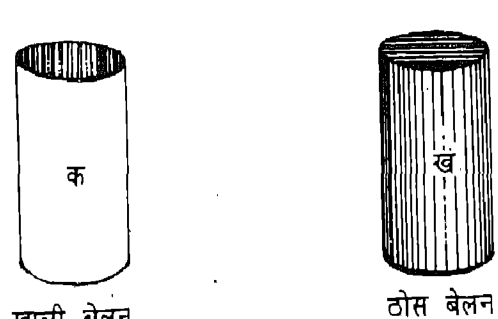



आकृति 2

दोनों में से कौन सा अधिक स्थान घेरता है?

घन क घन ख की अपेक्षा अधिक स्थान घेरता है।

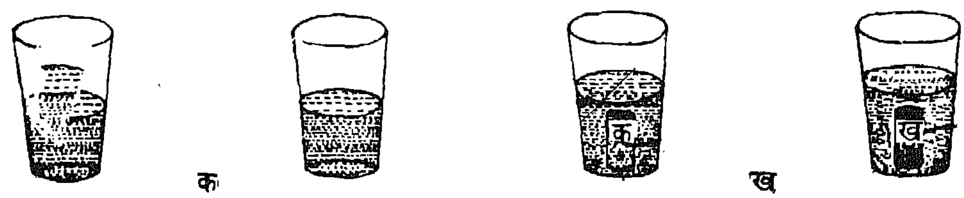
अब दो बेलनाकार ठोस, क और ख, को देखिए। दोनों ठोस एक ही आकृति और आकार के हैं। किन्तु ठोस क अन्दर खोखला है और ठोस ख अन्दर खोखला नहीं है।




आकृति 3

क्या दोनों ठोस स्थान की समान मात्रा घेरते हैं?
हां, दोनों ठोस स्थान की समान मात्रा घेरते हैं।
हम इस तथ्य की पुष्टि निम्न क्रिया-कलाप की सहायता से करें:

एक ही आकार और माप के दो गिलास लीजिए। उनमें बराबर मात्रा में पानी भरिए। दोनों गिलासों में पानी के स्तर पर चिन्ह लगाइए। एक गिलास में ठोस क को इस प्रकार रखिए कि वह पानी में पूर्ण रूप से डूब जाए। इसी प्रकार, दूसरे गिलास में ठोस ख को इस प्रकार रखिए कि वह भी पानी में पूर्ण रूप से डूब जाए।
दोनों गिलासों में पानी के स्तर के चढ़ाव को ध्यान से देखिए।




आकृति 4

क्या पानी के स्तरों में चढ़ाव समान है? हां।
यह इस बात को दर्शाता है कि दोनों ठोस, स्थान की एक ही मात्रा घेरते हैं।
कोई ठोस स्थान की जिस मात्रा को घेरता है उसका माप उस ठोस का आयतन कहलाता है।
उपरोक्त से हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि ठोस क और ठोस ख का एक ही आयतन है।

*टिप्पणी :* एक ही आकृति और आकार के दो ठोसों का आयतन समान होता है। हो सकता है कि एक ही आयतन के दो ठोसों की आकृति और आकार समान न हों (पुष्टि कीजिए)।

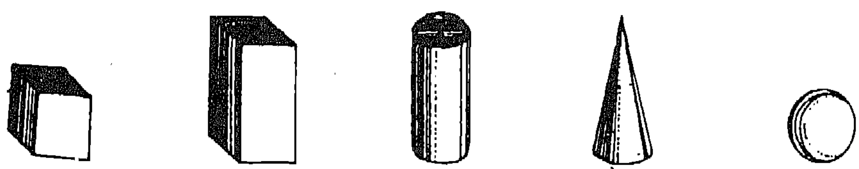
**आइए करें**

1. निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
   (क) एक तरबूज का आयतन खरबूजे के आयतन की अपेक्षा अधिक होता है।
   (ख) एक ही आकृति और आकार की दियासलाई की डिब्बिओं, जिनमें से एक दियासलाइयों से भरी है और दूसरी खाली है, का आयतन बराबर है।
   (ग) एक ही आकार वाली एक क्रिकेट की गेंद और एक खोखली रबर की गेंद का आयतन बराबर होता है।
   (घ) एक खाली चाय के डिब्बे का आयतन उस चाय के डिब्बे के आयतन की अपेक्षा कम होता है जिसमें चाय भरी हुई हैं (दोनों चाय के डिब्बे आकृति और आकार में समान हैं)।
2. आस-पास से कुछ ठोस वस्तुएं एकत्रित कीजिए। उनके जोड़े इस प्रकार बनाइए कि एक का आयतन दूसरे के आयतन से अधिक हो।

## II. आयतन का मात्रक

इस बात को याद कीजिए कि किसी क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हम 'एक वर्ग' को मात्रक क्षेत्र के रूप में चुनते हैं। इसी प्रकार, कोई ठोस स्थान की कितनी मात्रा घेरता है इसका निर्धारण करने के लिए हमें एक **मात्रक ठोस** की आवश्यकता है।

जैसा कि दाईं ओर की आकृति में दर्शाया गया है, हम एक खाली बक्सा और पांच विभिन्न प्रकार के ठोस लें जैसे एक घन, एक घनाभ, एक बेलन, एक शंकु और एक गोला।

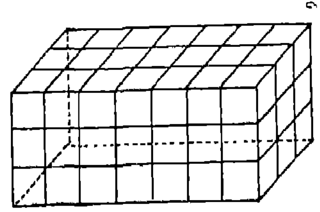



आकृति 5

यदि हम खाली बक्से को कुछ घनों से भरें, तो क्या एक साथ मिला कर रखने पर घन बक्से के अन्दर प्राप्त स्थान को पूर्णतया भर देंगे? हां।

यदि हम खाली बक्से को कुछ घनाभों द्वारा भरें तों क्या एक साथ मिला कर रखने पर घनाभ बक्से के अन्दर प्राप्त स्थान को पूर्णतया भर देंगें? हां भी और नहीं भी।

यदि हम खाली बक्से को कुछ बेलनों, शंकुओं या गोलों द्वारा भरें, तो क्या एक साथ मिला कर रखने पर ये ठोस (बेलन, शंकु या गोले) बक्से के अन्दर प्राप्त स्थान को पूर्णतया भर देंगें? नहीं।



आकृति 6 (क)

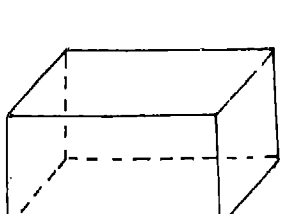


Fig. (ख)

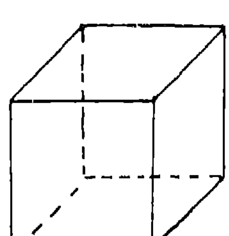


Fig. (ग)

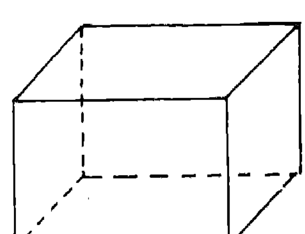


Fig. (घ)

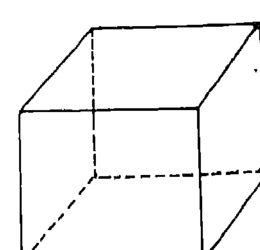
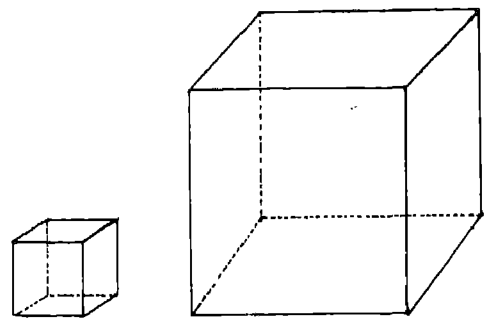


Fig. (च)

इसलिए, हम किसी ठोस द्वारा घेरे गए स्थान के मापन के लिए 'एक घन' को मात्रक ठोस के रूप में चुनते हैं। 1 मि.मी., 1 से.मी. और 1 मी. के घनों को आयतन मापने का मानक मात्रक माना जाता है।

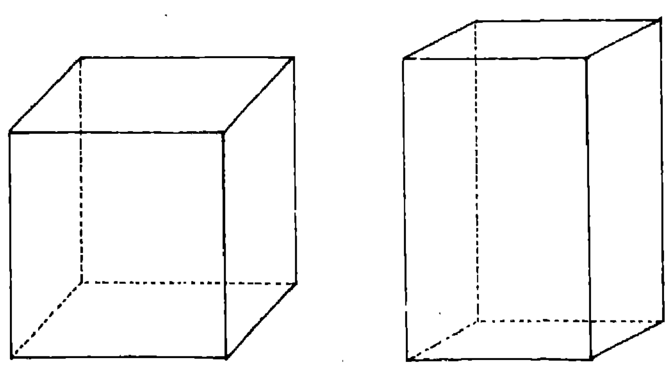



आकृति 7

## III. घनों की गिनती द्वारा आयतन ज्ञात करना

किसी आयताकार ठोस (घनाभ या घन) के आयतन का निर्धारण करने के लिए, हम उतने मात्रक घनों की संख्या ज्ञात करते हैं जितने मिलकर दिए गए ठोस को बनाते हैं; या ठोस द्वारा घेरी गई पूरी जगह को भर लेते हैं।

हम नीचे दर्शाए गए दो ठोसों, क और ख पर विचार करें:



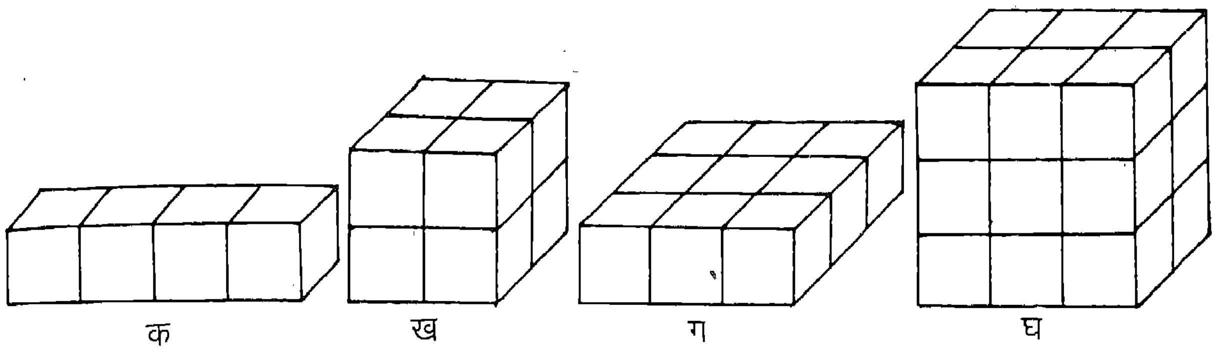

आकृति 8

हम उनको 1 से.मी. घनों (1 से.मी. घन का अर्थ 1 से.मी. किनारे के घन से है) द्वारा पूर्णतया भरें। माना लीजिए ठोस क को पूर्णतया भरने वाले 1 से.मी. घनों की संख्या 8 है, और ठोस ख को पूर्णतया भरने वाले 1 से.मी घनों की संख्या 24 है। इस प्रकार, ठोस क का आयतन 8 घन से.मी. है और ठोस ख का आयतन 24 घन से.मी. है।

इस प्रकार, घन या घनाभ की आकृति वाले किसी ठोस का आयतन ज्ञात करने के लिए, हम ठोस के अन्दर

आने वाले 1 से.मी. घनों की गिनती करते हैं। ठोस के अन्दर आने वाले 1 से.मी. घनों की कुल संख्या ठोस का आयतन प्रदान करती है।

अब हम नीचे दिए गए घनों और घनाभों के आयतनों का निर्धारण करें:

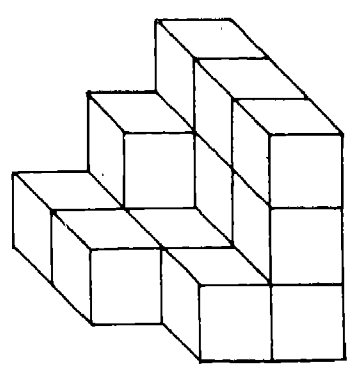



आकृति 9

घनाभ क चार 1 से.मी. घनों से मिलकर बना है। अतः, घनाभ क का आयतन 4 घन से.मी. है।
घन ख आठ 1 से.मी. घनों से मिलकर बना है। अतः, घन ख का आयतन 8 घन से.मी. है।
इस प्रकार, ठोस ग और घ का आयतन क्रमशः 9 घन से.मी. और 18 घन से.मी. है।

*टिप्पणी :* 1 से.मी. किनारे वाले घन का आयतन 1 घन से.मी. और 1 मी. किनारे वाले घन का आयतन 1 घन मी. है।

**उदाहरण 1.** ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए

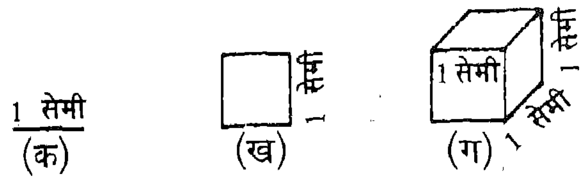


आकृति 10

*हल :* क्योंकि यह ठोस पन्द्रह 1 से.मी. घनों से मिलकर बना है, इस ठोस का आयतन 15 घन से.मी. है।

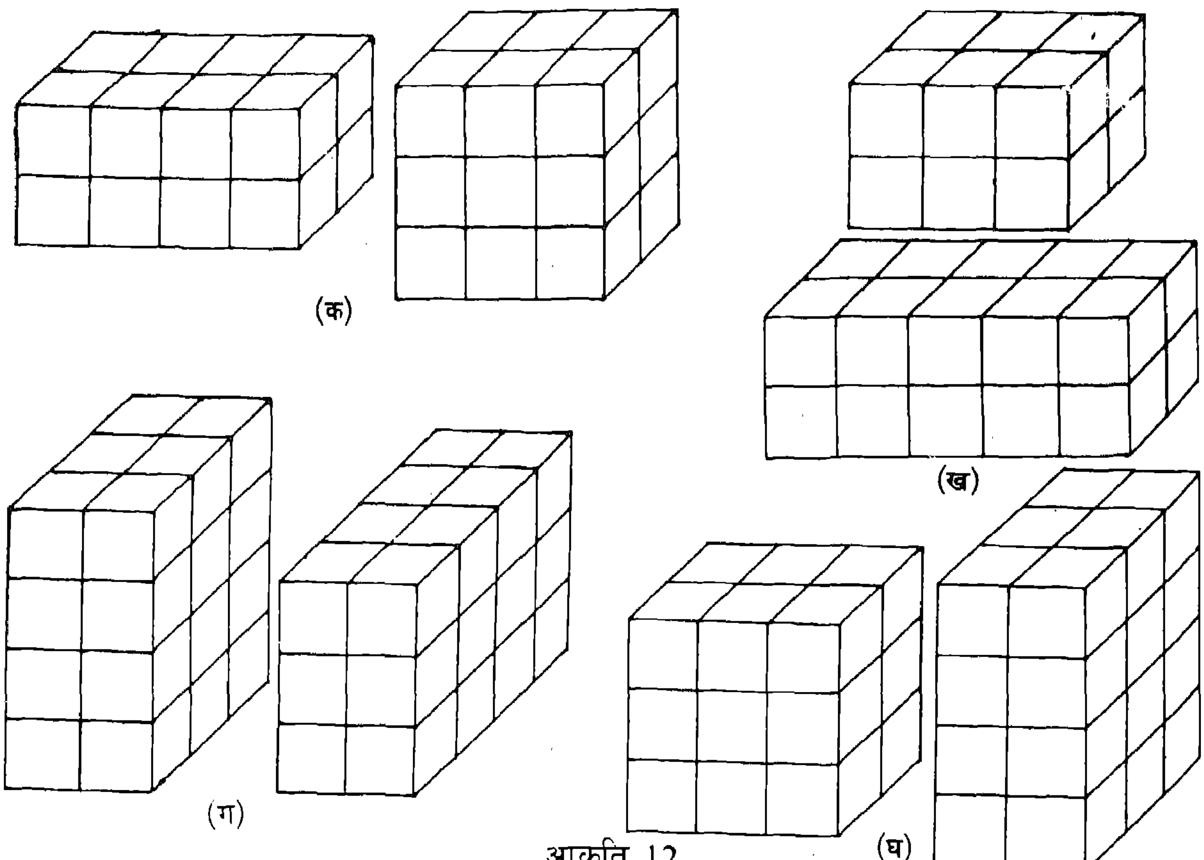
**आइए करें**

1. निम्न में से कौन सा आयतन के मापने का मात्रक है?



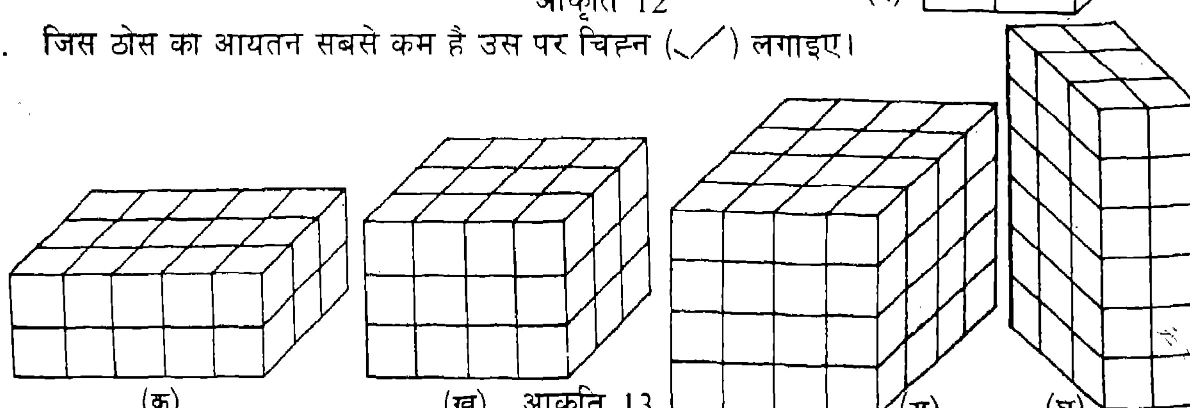

आकृति 11

2. नीचे दिए गए घनाभ के जोड़ों में से क्या प्रत्येक का आयतन समान है? 'हां' या 'नहीं' लिखिए।



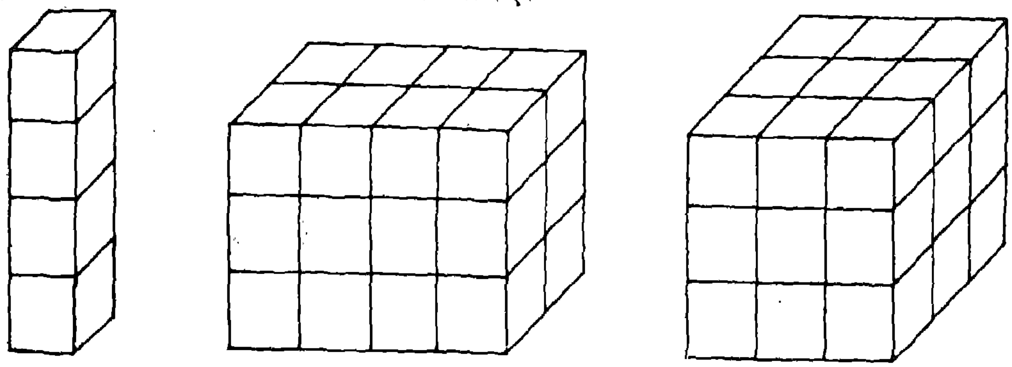

आकृति 12

3. जिस ठोस का आयतन सबसे कम है उस पर चिह्न (✓) लगाइए।




आकृति 13

4. प्रत्येक घनाभ या घन का आयतन ज्ञात कीजिए।



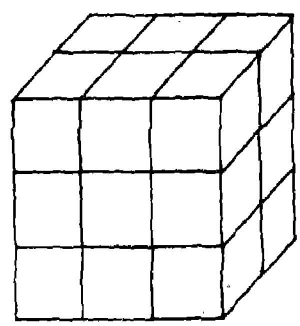

आकृति 14

## IV. आयतन निर्धारण की अप्रत्यक्ष विधि

क्योंकि यह हमेशा संभव नहीं होता कि किसी ठोस का आयतन उसमें आने वाले घनों की गिनती कर के ही ज्ञात किया जा सके, हम एक वैकल्पिक विधि सीखें जो ठोस के आयतन निर्धारण की अप्रत्यक्ष विधि कहलाती है।

1. दाईं ओर दर्शाई गई आकृति को देखिए।

| | |
|---|---|
| यह क्या दर्शाता है? | एक घनाभ |
| घनाभ की लम्बाई क्या है? | 3 से.मी. |
| उसकी चौड़ाई क्या है? | 2 से.मी. |
| उसकी ऊंचाई क्या है? | 3 से.मी. |
| दिया हुआ घनाभ कितने 1 से.मी. घनों से बना है? | 18 घन ($3 \times 2 \times 3$) |



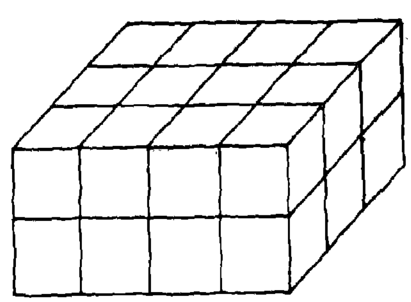
आकृति 15

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि 3 से.मी. लम्बाई, 2 से.मी. चौड़ाई और 3 से.मी. ऊँचाई के दिए गए घनाभ का आयतन 18 घन से. मी. है।

2. पुन:,दाईं ओर दर्शाई गई आकृति को देखिए।

| | |
|---|---|
| यह क्या दर्शाती है? | एक घनाभ |
| घनाभ की लम्बाई क्या है? | 4 से.मी. |
| उसकी चौड़ाई क्या है? | 3 से.मी. |
| उसकी ऊंचाई क्या है? | 2 से.मी. |
| दिया गया घनाभ कितने 1 से.मी. घनों से बना है | 24 घन ($4 \times 3 \times 2$) |

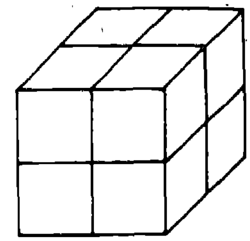


आकृति 16

हम क्या देखते हैं?

हमें ज्ञात होता है कि 4 से.मी. लम्बाई, 3 से.मी. चौड़ाई और 2 से.मी. ऊंचाई के दिए गए घनाभ का आयतन 24 घन से.मी. है।

3. दाईं ओर दर्शाई गई आकृति को देखिए।
यह क्या दर्शाता है एक घन
इसके किनारे की लम्बाई क्या है? 2 से.मी.
दिया गया घन कितने 1 से.मी. घनों से बना है? 8 घन
(2 × 2 × 2)



आकृति 17

हम क्या देखते हैं?
हमें ज्ञात होता है कि 2 से.मी. किनारे के लिए घन का आयतन 8 घन सें.मी. है।

यदि हम ऊपर लिए गए ठोसों की लम्बाई, चौड़ाई, ऊंचाई, उनके अन्दर आने वाले 1 से.मी. घनों की संख्या और उनके आयतनों की सारणी तैयार करें, तो हमें निम्न सारणी प्राप्त होगी :

| **ठोस** | **लम्बाई (से.मी. में)** | **चौड़ाई (से.मी. में)** | **ऊँचाई (से.मी. में)** | **1 से.मी. घनों की कुल संख्या** | **आयतन (घन से.मी. में)** |
|---|---|---|---|---|---|
| एक घनाभ | 3 | 2 | 3 | 18 (3 × 2 × 3) | 18 |
| एक घनाभ | 4 | 3 | 2 | 24 (4 × 3 × 2) | 24 |
| एक घन | 2 | 2 | 2 | 8 (2 × 2 × 2) | 8 |

ठोस की लम्बाई, चौड़ाई, ऊंचाई और उसके अन्दर आने वाले 1 से.मी. घनों की संख्या या उसके आयतन में हमें क्या संबंध दिखाई देता है?

सारणी से हमें यह देखने को मिलता है कि जिस घनाभ की लम्बाई 3 से.मी., चौड़ाई 2 से.मी. और ऊँचाई 3 से.मी. है उसका आयतन (3 × 2 × 3) घन से.मी. अर्थात 18 घन से.मी. है।

इसी प्रकार, जिस घनाभ की लम्बाई 4 से.मी., चौड़ाई 3 से.मी. और ऊँचाई 2 से.मी. है उसका आयतन (4 × 3 × 2) घन से.मी. अर्थात 24 घन से.मी. है।

जिस घन की भुजा 2 से.मी. है उसका आयतन (2 × 2 × 2) घन से.मी. अर्थात 8 घन से.मी. है।

इसलिए,
एक घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
और
एक घन का आयतन = (एक किनारे की लम्बाई) × (एक किनारे की लम्बाई) × (एक किनारे की लम्बाई)

**उदाहरण 2.** एक बक्से (घनाभ) का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 30 से.मी., 20 सें.मी. और 15 से.मी. है।

*हल :* बक्से की लम्बाई = 30 से.मी.
बक्से की चौड़ाई = 20 से.मी.
बक्से की ऊँचाई = 15 से.मी.
बक्से का आयतन = (30 × 20 × 15) **घन से.मी.**
= 9,000 घन से.मी.
इस प्रकार, बक्से का आयतन 9,000 घन से.मी. है।

**उदाहरण 3.** एक बक्से (घन) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका प्रत्येक किनारा 8 से.मी. लम्बा है।

*हल :* **बक्से के किनारे की लंबाई**= 8 से.मी.
बक्से का आयतन = (8 × 8 × 8 घन से.मी.)
= 512 घन से.मी.
इस प्रकार बक्से का आयतन = 512 घन से.मी.

**उदाहरण 4.** एक घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 1 मी., चौड़ाई 50 से.मी. और ऊंचाई 25 से.मी. है।

*हल :* घनाभ की लम्बाई = 1 मी. या 100 से.मी.
घनाभ की चौड़ाई = 50 से.मी.
घनाभ की ऊँचाई = 25 से.मी.
घनाभ का आयतन = (100 × 50 × 25) घन से.मी.
= 1,25,000 घन से.मी.

इस प्रकार, घनाभ का आयतन 1,25,000 घन से.मी.

या

घनाभ की लम्बाई = 1 मी.

घनाभ की **चौड़ाई** = 50 से.मी. या $\frac{1}{2}$ मी.

घनाभ की **ऊँचाई** = 25 से.मी. या $\frac{1}{4}$ मी.

घनाभ का आयतन = $(1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4})$ घन मी.

= $\frac{1}{8}$ घन मी.

इस प्रकार, घनाभ का आयतन $\frac{1}{8}$ घन मी. है।

*टिप्पणी :* किसी घनाभ का आयतन ज्ञात करते समय, हम सबसे पहले इस बात की जांच करते हैं कि उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई एक ही मात्रक में दर्शाए गए हैं या नहीं। यदि ऐसा नहीं है, तो पहले हम उनको एक ही मात्रक में व्यक्त करते हैं और तब घनाभ का आयतन ज्ञात करते हैं।

**उदाहरण 3** में, हमें घनाभ का आयतन 1,25,000 घन से.मी. या $\frac{1}{8}$ घन मी. प्राप्त हुआ। क्योंकि घनाभ एक ही है, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि

$$\frac{1}{8} \text{ घन मी.} = 1,25,000 \text{ घन से.मी.}$$

जिससे हमें यह प्राप्त होता है कि

$$1 \text{ घन मी.} = (1,25,000 \times 8) \text{ घन से.मी.}$$
$$= 10,00,000 \text{ घन से.मी.}$$

**इस प्रकार,**

$$1 \text{ घन मी.} = 10,00,000 \text{ घन से.मी.}$$
$$(100 \text{ से.मी.} \times 100 \text{ से.मी.} \times 100 \text{ से.मी.})$$

**इसी प्रकार,**

$$1 \text{ घन से.मी.} = 1,000 \text{ घन मि.मी.}$$
$$(10 \text{ मि.मी.} \times 10 \text{ मि.मी.} \times 10 \text{ मि.मी.}$$

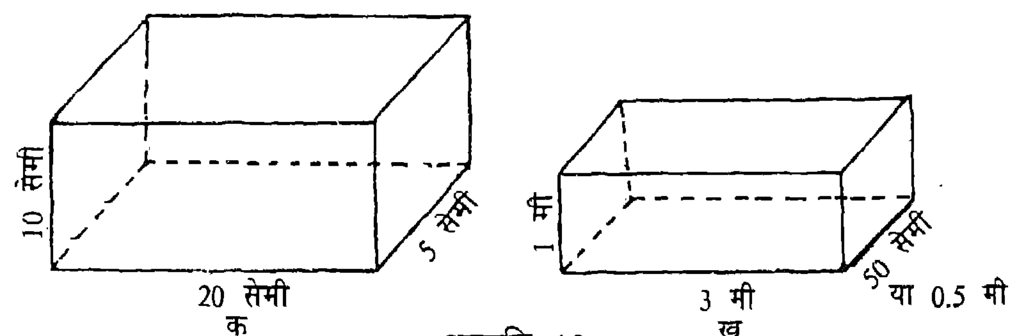
1. गीली मिट्टी से लगभग तीस (30) 1 से.मी. घन तैयार कीजिए। 3 या 4 खाली और विभिन्न आकार के आयताकार बक्से लीजिए। प्रत्येक बक्से को घनों से भरिए और निर्धारित कीजिए कि कितने घनों से वह पूरा भरता है। प्रत्येक बक्से का आयतन लिखिए।
2. एक दियासलाई की डिबिया, एक ईंट और एक खाने का डिब्बा एकत्रित कीजिए। पैमाने की सहायता से प्रत्येक वस्तु की लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई ज्ञात कीजिए; और फिर उनके आयतन ज्ञात कीजिए।

**आइए करें**

1. आयताकार ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई नीचे दी गई है:
   (क) लम्बाई : 15 से.मी., चौड़ाई : 10 से.मी., ऊंचाई : 5 से.मी.
   (ख) लम्बाई : 20.5 से.मी., चौड़ाई : 7.5 से.मी., ऊंचाई : 3 से.मी.
   (ग) लम्बाई : 12 मी., चौड़ाई : 10 मी., ऊंचाई : 80 से.मी.
2. चाय से भरे एक पैकिट की लम्बाई 10 से.मी., चौड़ाई 6 से.मी. और ऊंचाई 4 से.मी. है। पैकिट का आयतन ज्ञात कीजिए।
3. निम्न की लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई मापिए :
   (क) एक दियासलाई की डिबिया (ख) एक पुस्तक (ग) एक चाक का डिब्बा, और (घ) एक डाइस और उनका आयतन ज्ञात कीजिए।
4. लकड़ी के एक ब्लाक की लम्बाई 10 से.मी., चौड़ाई 10 से.मी. और ऊंचाई 10 से.मी. है। उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

5. एक साबुन की टिकिया की लम्बाई 7 से.मी., चौड़ाई 5 से.मी. और ऊंचाई 2.5 से.मी. है। एक गत्ते के बॉक्स में, जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमश: 56 से.मी., 40 से.मी. और 25 से.मी. है, कितनी साबुन की टिकिया रखी जा सकती हैं?

1. निम्न आयताकार ठोसों के आयतन ज्ञात कीजिए:




आकृति 18

2. एक घन, जिसका किनारा 1.5 मी. है, का आयतन ज्ञात कीजिए।
3. एक घनाभ की लम्बाई 6 से.मी., चौड़ाई 3 से.मी. और ऊंचाई 3 से.मी. है तथा एक घन का किनारा 6 से.मी. है। किसका आयतन अधिक है?
4. रिक्त स्थानों को भरिए :

   (क) किसी ठोस के द्वारा घेरा गया स्थान ------- कहलाता है।

   (ख) एक ही आकृति और आकार के ठोस पाइप और खोखले पाइप के आयतन ------- होते हैं।

   (ग) यदि एक आयताकार बॉक्स को भरने में चौदह (14) 1 से.मी. घन लगते हैं तो उसका आयतन ------- है।

   (घ) 1 से.मी. घन का आयतन ------- होता है।

   (ङ) किसी आयताकार बक्से (या घनाभ) का आयतन = ............ x ......।

5. चौबीस (24) 1 से.मी. घन एकत्रित कीजिए। चार विभिन्न आकार के घनाभ बनाने के लिए इन घनों को मिला कर रखिए। प्रत्येक घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए। क्या आप सभी 24 घनों को एक साथ रखकर भी एक घन बना सकते हैं? यदि ऐसा है, तो इस घन का आयतन ज्ञात कीजिए।

[illegible]

एक घनाभाकार टिन की लम्बाई 40 से.मी., चौड़ाई 40 से.मी. और ऊंचाई 60 से.मी. है। उसमें 30 से.मी. की ऊंचाई तक वनस्पति तेल भरा हुआ है। टिन में कितना तेल (घन से.मी. में) और भरा जाए कि वह तेल से पूरा भर जाए?

# औसत

1. **चार बाल्टियो** में क्रमशः 8 लिटर, 9 लिटर, 10 लिटर और 12 लिटर दूध है। चारों बाल्टिओं में कुल मिलाकर कितना दूध है?
2. एक व्यक्ति ने चार वस्तुएं खरीदीं जिनके दाम 71.50 रु०, 72.00 रु०, 125.50 रु० और 77.00 रु० थे। चारों वस्तुओं को खरीदने में उसने कुल कितना व्यय किया?
3. यदि किसी पुस्तक की 24 प्रतियों के दाम 240 रु० हैं, तो उस पुस्तक की एक प्रति का दाम क्या होगा?
4. 3 1.5 मी. लम्बे कपड़े के एक टूकड़े में से, 7 छोटे बराबर लम्बाई के टुकड़े काटे गए। प्रत्येक छोटे टुकड़े की लम्बाई क्या है?
5. एक व्यक्ति 4.8 हैक्टेयर जमीन को अपने दो बेटों और एक बेटी के बीच बराबर-बराबर बांट देता है। प्रत्येक को कितनी जमीन प्राप्त होती है?

## I. औसत की संकल्पना

हम निम्न उदाहरणों का अध्ययन करें :

1. तीन गत्ते के बॉक्सों में क्रमशः 48, 50 और 58 चॉक हैं।
   कुल (48 + 50 + 58) अर्थात, 156 चॉक तीनों बॉक्सों में हैं।

हम यह भी विचार सकते हैं कि प्रत्येक बॉक्स में 52 चॉक बत्तियां हैं, क्योंकि उस अवस्था में भी चॉकों की कुल संख्या 156 ही निकलती है।

इस प्रकार, हम यह कह सकते हैं कि तीन बॉक्सों में से प्रत्येक में, **औसतन**, 52 चॉक हैं। दूसरे शब्दों में, हम यह कह सकते हैं कि तीन बॉक्सों में चॉकों की **औसत संख्या** 52 है।

2. एक अनियमित मज़दूर की 4 दिन की दैनिक कमाई नीचे दी गई है:

पहला दिन = 13.50 रु०
दूसरा दिन = 14.00 रु०
तीसरा दिन = 13.00 रु०
चौथा दिन = 15.50 रु०

उसका चार दिन की कुल कमाई

(13.50 + 14.00 + 13.00 + 15.50) रु० या 56.00 रु० है।

हम इस प्रकार सोच सकते हैं कि उसकी दैनिक कमाई 14.00 रु० है क्योंकि उस अवस्था में भी उसकी चार दिन की कुल कमाई 56.00 रु० बैठती है।

पहले उदाहरण की ही भांति हम कह सकते हैं कि अनियमित मज़दूर की औसत दैनिक कमाई 14.00 रु० है।

इस बात पर ध्यान दीजिए कि पहले उदाहरण में, तीन बॉक्सों की चॉकों की कुल संख्या (अर्थात 156) को बॉक्सों की संख्या (अर्थात 3) से भाग दे कर एक बॉक्स की चाकों की औसत संख्या (अर्थात 52) प्राप्त की जा सकती है।

इसी प्रकार, किसी अनियमित मज़दूर की औसत दैनिक कमाई (अर्थात, 14.00 रु०) को, मज़दूर की 4 दिनों की कुल कमाई को दिनों की संख्या से भाग करके प्राप्त किया जा सकता है।

इस प्रकार, औसत वह माप है जो संख्याओं के किसी समूह की विशेषता एक संख्या द्वारा बताता है।

हम औसत किस प्रकार ज्ञात करते हैं?

संख्याओं के किसी समूह का औसत ज्ञात करने के लिए, हम

(i) समूह में सम्मिलित संख्याओं का योगफल ज्ञात करते हैं, और

(ii) (1) में प्राप्त योगफल को योज्यों की संख्या से भाग करते हैं।

जब हम यह कहते हैं कि किसी कक्षा में 40 विद्यार्थियों की औसत आयु 10 वर्ष है, तब हमारा कहने का अर्थ यह है कि सभी 40 विद्यार्थियों की आयु के योगफल को 40 से भाग करने से 10 प्राप्त होता है।

हम निम्न उदाहरण का अध्ययन करें :

6 बच्चों की ऊंचाई क्रमशः 120 से.मी., 125 से.मी., 118 से.मी., 122 से.मी., 123 से.मी. और 124 से.मी. है। समूह के एक बच्चे की औसत आयु ज्ञात कीजिए।

6 बच्चों की ऊंचाई का योगफल = (120 + 125 + 118 + 122 + 123 + 124) से.मी.

= 732 से.मी.

इसलिए, समूह के एक बच्चे की औसत आयु = $\left(\frac{732}{6}\right)$ से.मी.

= 122 से.मी.

## II. औसत की गणना

**उदाहरण 1.** 8, 7, 9, 10 और 11 का औसत ज्ञात कीजिए।

हल : दी गई संख्याओं या योगफल = (8 + 7 + 9 + 10 + 11) = 45
योज्यों की संख्या : 5

इसलिए, दी गई संख्याओं का औसत = 45 ÷ 5 = 9

इस प्रकार, 8, 7, 9, 10 और 11 का औसत 9 है।

**उदाहरण 2 .** रिबन के चार टुकड़ों का माप 38 से.मी., 36 से.मी., 34 से.मी. और 40 से.मी. है। दिए गए रिबन के टुकड़ो के समूह में, रिबन के एक टुकड़े की औसत लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : रिबन के टुकड़ों की लम्बाइयों का योगफल : (38 + 36 + 34 + 40) = 148 से.मी.
रिबन के टुकड़ों की संख्या : 4

इसलिए, दिए गए रिबन के टुकड़ों के समूह में रिबन के एक टुकड़े की औसत लम्बाई = (148 ÷ 4) से.मी. = 37 से.मी.

इस प्रकार, दिए गए रिबन के टुकड़ों के समूह में रिबन के एक टुकड़े की औसत लम्बाई 37 से.मी. है।

**उदाहरण 3 .** एक सहकारी भण्डार की 6 दिन की कुल बिक्री 7,380 रु० है। उन 6 दिनों की भण्डार की औसत दैनिक बिक्री क्या है ?

हल : सहकारी भण्डार की 6 दिन की कुल बिक्री = 7,380 रु०।
दिनों की संख्या = 6

इसलिए, दिए गए 6 दिनों में भण्डार की औसत दैनिक बिक्री = (7,380 ÷ 6) रु०
= 1,230 रु०

इस प्रकार, दिए गए 6 दिनों में भण्डार की औसत दैनिक बिक्री 1,230 रु० है।

**उदाहरण 4 .** एक कक्षा के 12 विद्यार्थियों के गणित की एक परीक्षा के अंक निम्न हैं :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 35 | 30 | 25 | 15 | 20 | 47 |
| 30 | 40 | 45 | 50 | 40 | 43 |

(i) समूह के एक विद्यार्थी के औसत अंक ज्ञात कीजिए।
(ii) कितने विद्यार्थियों ने औसत अंकों से अधिक अंक प्रात किए ?
(iii) कितने विद्यार्थियों ने औसत अंकों से कम अंक प्राप्त किए ?
(iv) कितने विद्यार्थियों ने औसत अंकों के बराबर अंक प्राप्त किए ?

**हल :** 12 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का योगफल :

(35 + 30 + 25 + 15 + 20 + 47 + 30 + 40 + 45 + 50 + 40 + 43) = 420

विद्यार्थियों की संख्या = 12

इस प्रकार,

(i) समूह के एक विद्यार्थी द्वारा प्राप्त औसत अंक = 420 ÷ 12 = 35 हैं।

(ii) छ: विद्यार्थियों ने औसत अंकों से अधिक अंक प्राप्त किए।

(iii) पांच विद्यार्थियों ने औसत अंकों से कम अंक प्राप्त किए।

(iv) एक विद्यार्थी ने औसत अंकों के बराबर अंक प्राप्त किए।

**उदाहरण 5 .** एक कार्यालय में, 20 कर्मचारी 1250 रु० प्रति व्यक्ति के हिसाब से वेतन प्राप्त करते हैं और 10 अन्य कर्मचारी 2000 रु० प्रति व्यक्ति के हिसाब से वेतन प्राप्त करते हैं। कार्यालय के एक कर्मचारी का औसत वेतन ज्ञात कीजिए।

*हल :* 20 कर्मचारिओं का कुल वेतन = (1250 × 20) रु० = 25000 रु०

10 कर्मचारिओं का कुल वेतन = (2000 × 10) रु० = 20000 रु०

इसलिए, 30 कर्मचारिओं का कुल वेतन = (25000 + 20000) रु० = 45000 रु०

कर्मचारिओं की संख्या = 30

**इस प्रकार**, कार्यालय के एक कर्मचारी का औसत वेतन (45000 ÷ 30) रु० = 1500 रु० है।

***टिप्पणी :***

1. केवल एक ही प्रकार के मापों का औसत ज्ञात किया जाता है।
2. यह आवश्यक नहीं है कि प्राप्त किया गया औसत दिए गए मापों में से ही एक हो।
3. औसत, सब से अधिक और सबसे कम मापों के बीच में कहीं स्थित होता है।

[illegible]

**अपने अध्यापक** की सहायता से एक भार-मापक मशीन और एक मापक फीते का प्रबंध कीजिए। अपनी कक्षा के प्रत्येक विद्यार्थी की ऊंचाई (से.मी. में) और भार (कि.ग्रा. में) अपनी नोट-बुक में लिखिए। उसके बाद, ज्ञात कीजिए कि

(i) कक्षा के एक विद्यार्थी की औसत ऊंचाई क्या है? और

(ii) कक्षा के एक विद्यार्थी का औसत भार क्या है?

**आइए करें**

1. **निम्न** कथनों में से प्रत्येक को सही बनाने के लिए रिक्त स्थान में संख्यांक लिखिए।

(क) 10, 20 और 30 का औसत ------ है।

(ख) 1, 2, 3, 4 और 5 का औसत ------ है।

(ग) 11 और 9 का औसत ---------- है।

(घ) गिनती की पहली दस संख्याओं का औसत ---------- है।

(ङ) 10 के पहले पांच गुणजों का औसत ---------- है।

2. वाक्यों को पूरा कीजिए :

(क) 4, 5 और 9 का औसत ज्ञात करने के लिए, हम ---------- को 3 से भाग करते हैं।

(ख) 1, 2, 3, 14 और 10 का औसत ज्ञात करने के लिए, हम 30 को ---------- से भाग करते हैं।

(ग) 10, 20, 40 और 80 का औसत ज्ञात करने के लिए, हम ---------- को ---------- से भाग करते हैं।

(घ) 3, 6, 9 और 12 का औसत ज्ञात करने के लिए, हम ---------- को ---------- से भाग करते हैं।

3. एक कक्षा में विद्यार्थिओं की एक सप्ताह के 6 दिनों की उपस्थिति निम्न है:

सोमवार : 39, मंगलवार : 39, बुधवार : 43,
गुरुवार : 40, शुक्रवार : 42, शनिवार : 37

6 दिन के लिए कक्षा की दैनिक औसत उपस्थिति ज्ञात कीजिए।

4. एक शहर में 5 मास में 2.8 सें.मी., 5.5 सें.मी. 5.8 सें.मी., 12.5 सें.मी. और 4.4 सें.मी. वर्षा दर्ज की गई। 5 मास में प्रतिमास औसत वर्षा कितनी हुई?

5. एक ट्रेन 65 कि.मी. प्रति घंटा की गति से 3 घंटे चलती है और अगले 2 घंटे, 70 कि.मी. प्रति घंटा की गति से। 5 घंटे की यात्रा में ट्रेन की औसत गति ज्ञात कीजिए।

6. रीता, सुनीता और रश्मि की आयु क्रमशः 14 वर्ष 3 मास, 13 वर्ष 10 मास और 14 वर्ष 2 मास है। समूह की एक लड़की की औसत आयु (वर्षों और मासों में) क्या है?

7. 6 क्रिकेट मैचों की एक श्रृंखला में, एक टीम ने निम्न भांति रन बनाए :

| | |
|---|---|
| पहला मैच : 102 | चौथा मैच : 170 |
| दूसरा मैच : 212 | पांचवा मैच : 210 |
| तीसरा मैच : 360 | छठवां मैच : 398 |

(क) 6 मैचों की औसत रन संख्या कितनी थी?

(ख) कितने मैचों में रन संख्या औसत रन संख्या से अधिक थी?

(ग) कितने मैचों में रन संख्या औसत रन संख्या से कम थी?

(घ) कितने मैचों में रन संख्या उतनी ही थी जितनी कि औसत रन संख्या?

## III. औसत के अनुप्रयोग

औसत हमें किसी समूह के सामान्य स्तर या मान का विचार प्रदान करता है। यह हमें विभिन्न समूहों के स्तरों की तुलना करने में सहायता करता है। मान लीजिए, दो परिवारों में किसी एक मास के 4 सप्ताहों में चीनी की खपत निम्न थी:

| | परिवार क | परिवार ख |
|---|---|---|
| पहला सप्ताह | 3 कि.ग्रा. | 2.5 कि.ग्रा. |
| दूसरा सप्ताह | 3.5 कि.ग्रा. | 3.2 कि.ग्रा. |
| तीसरा सप्ताह | 3.1 कि.ग्रा. | 2.3 कि.ग्रा. |
| चौथा सप्ताह | 3.2 कि.ग्रा. | 3.2 कि.ग्रा. |

4 सप्ताह में परिवार क की प्रति सप्ताह चीनी की खपत $\left(\frac{3 + 3.5 + 3.1 + 3.2}{4}\right)$ कि.ग्रा. या 3.2 कि.ग्रा. थी, तथा परिवार ख की $\left(\frac{2.5 + 3.2 + 2.3 + 3.2}{4}\right)$ कि.ग्रा. या 2.8 कि.ग्रा. थी। इसीलिए, हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि परिवार क में चीनी की साप्ताहिक खपत परिवार ख की अपेक्षा अधिक थी।

हम नीचे दी गई एक और परिस्थिति पर विचार करें।

समूह क में छः विद्यार्थियों के परीक्षा प्राप्तांक 75, 100, 80, 75, 70, और 80 हैं। समूह ख में पांच विद्यार्थियों के परीक्षा प्राप्तांक 60, 90, 70, 90 और 100 हैं। विद्यार्थियों के किस समूह ने परीक्षा में उत्तम प्रदर्शन किया?

| समूह क | समूह ख |
|---|---|
| 75 | 60 |
| 100 | 90 |
| 80 | 70 |
| 75 | 90 |
| 70 | 100 |
| 80 | |
| योग : 410 | योग : 480 |

| | |
|---|---|
| समूह क के विद्यार्थी का औसत प्राप्तांक 480 ÷ 6 = 80 है। | समूह ख के विद्यार्थी का औसत प्राप्तांक 410 ÷ 5 = 82 है। |

इस प्रकार, कक्षा ख के विद्यार्थियों ने परीक्षा में अच्छा कार्य प्रदर्शित किया।

**उदाहरण 6.** एक क्रिकेट मैच में, टीम क के 11 सदस्यों ने 330 रन बनाए और टीम ख के 6 सदस्यों ने 195 रन बनाए। किस टीम ने खेल का अच्छा प्रदर्शन किया?

*हल :* टीम क के सदस्य की औसत रन संख्या : $330 \div 11 = 30$
टीम ख के सदस्य की औसत रन संख्या : $195 \div 6 = 32.5$
इस प्रकार, टीम ख ने खेल का अच्छा प्रदर्शन किया।

**आइए करें**

1. कम्पनी क में 10 अधिकारी काम पर हैं और कम्पनी ख में 12 अधिकारी। दोनों कम्पनियों के अधिकारियों के वेतन निम्न हैं :

कम्पनी क : 3200 रु, 4000 रु., 5100 रु., 3600 रु., 3800 रु., 4000 रु., 3500 रु., 3100 रु., 4500 रु., 5000 रु. ।

कम्पनी ख : 3000 रु., 6000 रु., 3200 रु., 3400 रु., 3600 रु., 6700 रु., 5300 रु., 3000 रु., 3100 रु., 3200 रु., 3300 रु., 3600 रु.,

कौन सी कम्पनी अपने अधिकारियों को अधिक अच्छा औसत वेतन देती है?

2. एक स्कूल ने गणित में पारितोषिक प्रदान करने के लिए तीन परीक्षाओं का आयोजन किया। इन परीक्षाओं में पांच विद्यार्थियों ने भाग लिया। तीनों परीक्षाओं में उनके द्वारा प्राप्त अंक नीचे दिए गए हैं :

| | परीक्षा-I | परीक्षा-II | परीक्षा-III |
|---|---|---|---|
| रंजन | 82 | 80 | 80 |
| गीता | — | 92 | 94 |
| रमेश | 68 | 80 | 99 |
| शाहिद | 85 | 85 | 81 |
| अख्तर | 90 | — | 70 |

(— इस बात को दर्शाता है कि विद्यार्थी परीक्षा में नहीं बैठा था।)

(क) कौन-सा विद्यार्थी पारितोषिक के योग्य था?
(ख) किसका प्रदर्शन सबसे निम्न स्तर का रहा?

3. शीतकाल के किसी एक सप्ताह में दो कस्बों क तथा ख का तापमान ($^0$ सें.में) नीचे दिया गया है:

| | सोम | मंगल | बुध | गुरू | शुक्र | शनि |
|---|---|---|---|---|---|---|
| कस्बा क | 7 | 9 | 8 | 11 | 6 | 9 |
| कस्बा ख | 4 | 8 | 7 | 10 | 11 | 13 |

कौन-सा कस्बा अधिक ठण्डा था?

[illegible]

1. पाच आदमियों की आयु 40 वर्ष, 35 वर्ष, 50 वर्ष, 53 वर्ष और 52 वर्ष है। समूह के एक व्यक्ति की औसत आयु ज्ञात कीजिए।
2. तीन मेजों के दाम 132 रु.,270 रु. और 180 रु. हैं। एक मेज़ का औसत दाम ज्ञात कीजिए।
3. तार के तीन टुकड़ों की लम्बाई 7 मी.80 से.मी., 17 मी. 28 से.मी. और 12 मी. 63 से.मी. हैं। तार के एक टुकड़े की औसत लम्बाई कितनी है?
4. कक्षा 1 से 5 तक कक्षाओं वाले एक स्कूल में, कक्षा 1 से 5 तक विद्यार्थियों की संख्या क्रमशः 36, 34, 28, 33, और 39 है। कक्षा में विद्यार्थियों की औसत संख्या कितनी है?
5. एक सप्ताह में एक कस्बे का तापमान ($^0$ से.में) 43, 40, 39, 40, 36, 43 और 39 था। उस सप्ताह में कस्बे का दैनिक औसत तापमान क्या था?
6. नीरु ने एक ऊंची-कूद की प्रतियोगिता में भाग लिया। उसने तीन प्रयासों में 160 से.मी., 162 से.मी. और 164 से.मी. ऊंची कूद लगाई। नीरु द्वारा लगाई गई तीन कूदों की औसत ऊंचाई ज्ञात कीजिए।
7. एक कक्षा के पांच विद्यार्थियों की डाक्टरी परीक्षा के बाद डाक्टर ने निम्न तथ्य रिकार्ड किए:

| नाम | आयु | ऊंचाई |
|---|---|---|
| 1. सुमन | 16 वर्ष 2 मास | 150 से.मी. |
| 2. रमेश | 15 वर्ष 10 मास | 149 से.मी. |
| 3. अशोक | 15 वर्ष 6 मास | 152 से.मी. |
| 4. दीपक | 16 वर्ष 6 मास | 145 से.मी. |
| 5. नरेश | 16 वर्ष 10 मास | 147 से.मी. |

समूह के एक विद्यार्थी की औसत आयु और औसत ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

8. कक्षा V, VI और VII में एक सप्ताह के 6 दिनों की दैनिक उपस्थिति नीचे दी गई है:

| | सोम | मंगल | बुध | गुरु | शुक्र | शनि |
|---|---|---|---|---|---|---|
| कक्षा V : | 40 | 42 | 39 | 36 | 38 | 42 |
| कक्षा VI : | 40 | 40 | 38 | 43 | 40 | 33 |
| कक्षा VII : | 49 | 35 | 37 | 41 | 39 | 45 |

(क) सप्ताह में सबसे अच्छी औसत उपस्थिति किस कक्षा में थी?

(ख) किस दिन तीनों कक्षाओं की औसत उपस्थिति सबसे कम थी?

9. तीन परिवारों क, ख और ग की चार सप्ताह की दूध की साप्ताहिक खपत नीचे दी गई है :

| | पहला सप्ताह | दूसरा सप्ताह | तीसरा सप्ताह | चौथा सप्ताह |
|---|---|---|---|---|
| परिवार क | 14 लिटर | 12.5 लिटर | 16 लिटर | 14 लिटर |
| परिवार ख | 13 लिटर | 15 लिटर | 15 लिटर | 14 लिटर |
| परिवार ग | 20 लिटर | 12 लिटर | 12 लिटर | 13 लिटर |

चार सप्ताह में कुल मिलाकर किस परिवार में सबसे कम दूध प्रयोग होता है?

10. निम्न में से कौन से कथन सही और कौन से गलत हैं? सही दर्शाने के लिए स और गलत दर्शाने के लिए अ लिखिए।

(क) चार संख्याओं 379, 1091, 2319 और 3101 की औसत 3110 है।

(ख) 2 के पहले पाँच गुणजों का औसत भी 2 का एक गुणज ही होगा।

(ग) तीन संख्याओं का औसत हमेशा उन तीन संख्याओं में से एक होती है।

(घ) तीन संख्याओं का औसत दी गई संख्याओं से भिन्न संख्या हो सकती है।

(ङ) 0.3, 0.03, और 0.003 का औसत 0.3 है।

(च) औसत सबसे कम और सबसे अधिक मान के बीच में कहीं स्थित होता है।

1. राम, रहीम और परमजीत की आयु क्रमशः 12, 13 और 14 वर्ष है। उन लोगों की आयु का औसत 13 वर्ष है। 10 वर्ष के बाद उन लोगों की आयु का औसत क्या होगा? 30 वर्ष के बाद क्या होगा?

2. एक परिवार के चार सदस्य, जिनकी ऊंचाई 1 मी. 60 से.मी., 1 मी. 50 से.मी., 1 मी. 10 से.मी. और 1 मी. 16 से.मी. है, एक ऐसी नदी पार करना चाहते हैं जिसकी सबसे अधिक गहराई 1 मी 20 से.मी. है। क्या सभी सदस्य नदी को पार कर सकेंगे?

3. आठ संख्याओं का औसत 56 है। उनमें से तीन संख्याएं 49, 57 तथा 72 हैं। शेष पांच संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए।

# गति, दूरी और समय

1. कर्नाटक एक्सप्रेस भोपाल से 0850 बजे प्रस्थान करती है और नागपुर उसी दिन 1530 बजे पहुंचती है। भोपाल और नागपुर के बीच की दूरी तय करने में कर्नाटक एक्सप्रेस कितना समय लेती है?
2. एक कार मुम्बई से 2030 बजे प्रस्थान करती है और सूरत दूसरे दिन 0015 बजे पहुंचती है। मुम्बई से सूरत तक की दूरी तय करने में कार कितना समय लेती है?

## I.गति

1. नई दिल्ली और मथुरा के बीच की दूरी 141 कि.मी. है। ग्राण्ड ट्रंक एक्सप्रेस नई दिल्ली से 1915 बजे प्रस्थान करती है और मथुरा 2105 बजे पहुंचती है। किन्तु तूफान एक्सप्रेस नई दिल्ली से 0930 बजे प्रस्थान करती है और मथुरा 1150 बजे पहुंचती है। कौन सी ट्रेन अधिक तेज चलती है?

नई दिल्ली और मथुरा के बीच की दूरी तय करने में ग्राण्ड ट्रंक एक्सप्रेस द्वारा लिया गया समय : (2105—1915) घंटे = 1 घंटा 50 मिनट

इसी प्रकार, उसी दूरी को तय करने में तूफान एक्सप्रेस द्वारा लिया गया समय : (1150—0930) घंटे = 2 घंटे 20 मिनट

इस प्रकार, नई दिल्ली और मथुरा के बीच की दूरी तय करने में, तूफान एक्सप्रेस, ग्राण्ड ट्रंक एक्सप्रेस की अपेक्षा, अधिक समय लेती है। दूसरे शब्दों में, हम कहते हैं कि ग्राण्ड ट्रंक एक्सप्रेस तूफान एक्सप्रेस की अपेक्षा अधिक तेज चलती है।

2. भोपाल और नागपुर के बीच की दूरी 390 कि.मी. है। एक कार भोपाल से 0800 बजे प्रस्थान करती है और नागपुर उसी दिन 1400 बजे पहुंचती है। यदि कार भोपाल और नागपुर के बीच बिना ठहराव के चलती है, तो कार द्वारा एक घंटे में तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

भोपाल और नागपुर के बीच की दूरी : 390 कि.मी.

कार द्वारा 390 कि.मी. की दूरी तय करने में लिया गया समय : 6 घंटे

कार द्वारा 6 घंटे में तय की गई दूरी : 390 कि.मी.

इस प्रकार कार द्वारा 1 घंटे में तय की गई दूरी : $390 \div 6 = 65$ कि.मी.

कार द्वारा 1 घंटे में तय की गई दूरी 65 कि.मी. है।
दूसरे शब्दों में, कार ने 65 कि.मी. प्रति घंटा से दूरी तय की।

किसी वाहन/व्यक्ति द्वारा समय के एक मात्रक में (यहां घंटे को मात्रक माना गया है) तय की गई दूरी वाहन/व्यक्ति की गति कहलाती है।

इस प्रकार, कार की गति 65 कि.मी. प्रति घंटा है।

हमने कार की गति किस प्रकार ज्ञात की?

कार द्वारा तय की गई दूरी को उस समय से भाग दिया गया है जो उस दूरी को तय करने में लगा।

इस प्रकार

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी (कि.मी. में)}}{\text{समय (घंटों में)}}$$

$$= \frac{390 \text{ कि.मी.}}{6 \text{ घंटे}}$$

$$= 65 \frac{\text{कि.मी.}}{\text{घंटा}}$$

इस प्रकार, कार की गति 65 कि.मी./घंटा है।

*टिप्पणी :* हम $65 \frac{\text{कि.मी.}}{\text{घंटा}}$ को 65 कि.मी./घंटा या 65 कि.मी. प्रति घंटा लिखते हैं।

**उदाहरण 1.** राजधानी एक्सप्रेस नई दिल्ली और कानपुर के बीच 504 कि.मी. की दूरी 4 घंटे 30 मिनट में तय करती है। उसकी गति क्या है?

*हल :* नई दिल्ली और कानपुर के बीच तय की गई दूरी : 504 कि.मी.

दूरी तय करने में लिया गया समय : $4\frac{1}{2}$ घंटे

ज्ञातव्य है, गति = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ कि.मी./घंटा

इस प्रकार, राजधानी एक्सप्रेस की गति = $\frac{504}{4\frac{1}{2}}$ कि.मी./घंटा

$$= \frac{\overset{56}{\cancel{504}} \times 2}{1\ \cancel{9}} \text{ कि.मी./घंटा}$$

$$= 112 \text{ कि.मी./घंटा}$$

इस प्रकार, नई दिल्ली और कानपुर के बीच में राजधानी एक्सप्रेस की गति 112 कि.मी./घंटा या 112 कि.मी. प्रति घंटा है।

## II. औसत गति

पिछले खण्ड में, ट्रेन की गति की परिभाषा करते समय हमने उसमें एक प्रतिबंध लगाया था। क्या आप याद कर सकते हैं वह प्रतिबंध क्या था?

वह प्रतिबंध यह था कि ट्रेन दो स्टेशनों के मध्य कहीं भी नहीं रुकती है। इस प्रतिबंध के बिना हम ट्रेन की गति की बात नहीं कर सकते। जिस विषय में हम बात कर सकते हैं वह औसत गति है।

मान लीजिए राजधानी एक्सप्रेस नई दिल्ली और हावड़ा के बीच 1458 कि.मी. की दूरी 18 घंटे में तय करती है। क्योंकि नई दिल्ली और हावड़ा के बीच ट्रेन तीन स्टेशनों पर रुकती है, हम उसकी औसत गति के विषय में बात कर सकते हैं।

इस प्रकार,

$$\text{औसत गति} = \frac{\text{तय की गई कुल दूरी}}{\text{लिया गया कुल समय}}$$

इस प्रकार, नई दिल्ली और हावड़ा के बीच राजधानी एक्सप्रेस की औसत गति $\frac{1458 \text{ कि.मी.}}{18 \text{ घंटे}}$, **अर्थात**, 81 कि.मी. प्रति घंटा है।

**टिप्पणी :** यहां से आगे, हम 'गति' शब्द का प्रयोग दोनों संदर्भों में करेंगे। उसका अर्थ क्या है यह स्वयं संदर्भ से ही स्पष्ट होगा।

**उदाहरण 2.** नितिन ने 250 कि.मी. दूरी की यात्रा कार द्वारा 4 घंटे में पूरी की। कार की गति ज्ञात कीजिए।

*हल :* कार द्वारा तय की गई दूरी (कि.मी. में) : 250
लिया गया समय (घंटो में) : 4

$$\text{गति} : \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} \text{ कि.मी./घंटा}$$

$$= \frac{250}{4} \text{ कि.मी./घंटा}$$

$$= 62.5 \text{ कि.मी./घंटा}$$

इस प्रकार, कार की गति 62.5 कि.मी./घंटा थी।

**आइए करें**

1. एक वायुयान 1200 कि.मी. की यात्रा 1 घंटा 30 मिनट में करता है। उसकी गति ज्ञात कीजिए।

2. भोपाल और नागपुर के बीच की दूरी 390 कि.मी. है। आन्ध्र एक्सप्रेस इस दूरी को तय करने में 6 घं 40 मिनट लेती है। ट्रेन की गति ज्ञात कीजिए।
3. एक साइकिल चालक 0.9 कि.मी. 3 मिनट में तय करता है। उसकी गति कि.मी. प्रति घंटा में ज्ञात कीजिए।
4. श्याम और गुलशन दोनों अपने अपने आफिस जाने के लिए कार का प्रयोग करते हैं। श्याम 1( कि.मी. की दूरी 30 मिनट में तय करता है जबकि गुलशन 12 कि.मी. की दूरी 20 मिनट में तय करत है। दोनों में से कौन अधिक तेज़ गाड़ी चलाता है?
5. एक धावक ने एक खेल-कूद सम्मेलन में 1.5 कि.मी. की दूरी 5 मिनट में तय की। उसकी गति क्या थी?

## III. गति की विभिन्न मात्रकों में अभिव्यक्ति

अभी तक, हमने गति को **कि.मी./घंटा** (या **कि.मी. प्रति घंटा**) में **अभिव्यक्त** किया है। गति को **मीटर प्रति मिनट या मीटर प्रति सैकंड** में भी अभिव्यक्त किया जा सकता है। अब हम यह सीखें कि हम कि.मी. प्रति घंटा में दी गई गति को मीटर प्रति मिनट या मीटर प्रति सेकंड की गति में कैसे बदलते हैं।

**उदाहरण 3.** एक कार की गति 60 कि.मी. प्रति घंटा है। उसकी गति मीटर प्रति सैकंड में ज्ञात कीजिए।

हल : हम यह जानते हैं कि

1 कि.मी. = 1000 मी.

और 1 घंटा = 60 मिनट या 3600 **सेकंड**।

साथ ही,

$$\text{गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

इस प्रकार,

$$\text{कार की गति} : \frac{60 \times 1000}{3600} \text{ मी./सेकंड}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ मी./सेकंड या } 16\frac{2}{3} \text{ मी./सेकंड}।$$

इसके विपरीत, हम मीटर प्रति सेकंड में दी गई गति को कि.मी. प्रति घंटा में भी बदल सकते हैं।

**उदाहरण 4.** एक ट्रेन 20 मी. प्रति सेकंड की गति से यात्रा करती है। कि.मी. प्रति घंटा में उसकी गति क्या है?

हल : ट्रेन द्वारा 1 सेकंड में तय की गई दूरी : 20 मी.

इसलिए, ट्रेन द्वारा 1 घंटा या 3600 सेकंड में तय की गई दूरी : (20 × 3600) मी.

= 72000 मी. या 72 कि.मी.

इस प्रकार, ट्रेन की गति 72 कि.मी. प्रति घंटा है।

या

हम जानते हैं कि

1 मी. $= \frac{1}{1000}$ कि.मी.

अत:, 20 मी. $= \frac{20}{1000}$ कि.मी. या $\frac{1}{50}$ कि.मी.

**साथ ही**

1 सैकंड $= \frac{1}{3600}$ घंटा

इस प्रकार, गति $= \dfrac{\frac{1}{50}}{\frac{1}{3600}}$ कि.मी. प्रति घंटा

$= \frac{1}{\cancel{50}} \times \cancel{3600}^{72}$ कि.मी. प्रति घंटा

= 72 कि.मी. प्रति घंटा

इस प्रकार, ट्रेन की गति 72 कि.मी. प्रति घंटा है।

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक गति को मीटर प्रति सेकंड में अभिव्यक्त कीजिए:
   (क) 36 कि.मी. प्रति घंटा (ख) 72 कि.मी. प्रति घंटा
   (ग) 14.4 कि.मी. प्रति घंटा
2. निम्न में से प्रत्येक गति को कि.मी. प्रति घंटा में अभिव्यक्त कीजिए:
   (क) 30 मी. प्रति सेकंड (ख) 12.5 मी. प्रति सेकंड
   (ग) 90 मी. प्रति मिनट
3. एक दौड़ में, रेनू ने 300 मी. की दौड़ 40 सेकडं में पूरी की। उसकी गति कि.मी. प्रति घंटा में ज्ञात कीजिए।
4. गुरमीत ने 108 कि.मी. दूरी की यात्रा कार द्वारा 2 घंटों में पूरी की। उसकी गति मीटर प्रति सेकंड में ज्ञात कीजिए।

## IV. गति दिए होने पर दूरी और समय ज्ञात करना

**उदाहरण 5.** एक ट्रेन की गति 60 कि.मी. प्रति घंटा है। वह लगातार 4 घंटों तक चलती है। वह कितनी दूरी तय करती है?

हल : ट्रेन की गति : 60 कि.मी. प्रति घंटा

अर्थात, ट्रेन द्वारा 1 घंटे में तय की गई दूरी : 60 कि.मी.

ट्रेन द्वारा 4 घंटों में तय की गई दूरी : 1 घंटे में तय की गई दूरी × घंटों की संख्या

$$= (60 \times 4) \text{ कि.मी.}$$
$$= 240 \text{ कि.मी.}$$

इस प्रकार ट्रेन ने 4 घंटों में 240 कि.मी. की दूरी तय की।

हमने दूरी किस प्रकार ज्ञात की? हमने ट्रेन द्वारा 1 घंटे में तय की गई दूरी को घंटों की संख्या से गुणा किया।

अर्थात, तय की गई दूरी = 1 घंटे में तय की गई दूरी × घंटों की संख्या

इस प्रकार, दूरी = गति × समय

**दूरी को किलोमीटरों या मीटरों में अभिव्यक्त किया जाता है।**

**उदाहरण 6.** नई दिल्ली और कोटा के बीच राजधानी एक्सप्रेस की औसत गति 95 कि.मी. प्रति घंटा है। नई दिल्ली से कोटा तक की यात्रा पूरी करने में ट्रेन 5 घंटे लेती है। नई दिल्ली और कोटा के बीच की दूरी क्या है?

*हल :* दूरी = गति × समय

$$= 95 \ \frac{\text{कि.मी.}}{\text{घंटा}} \times 5 \text{ घंटे}$$

$$= 475 \text{ कि.मी.}$$

अतः, नई दिल्ली और कोटा के बीच की दूरी 475 कि.मी. है।

**उदाहरण 7.** एक ट्रेन 90 कि.मी. प्रति घंटा की गति से चलती है। 360 कि.मी. की दूरी तय करने के लिए वह कितना समय लेगी?

*हल :* ट्रेन की गति : 90 कि.मी. प्रति घंटा

अर्थात, 90 कि.मी. तय करने में ट्रेन द्वारा लिया गया समय : 1 घंटा

1 कि.मी. तय करने में लिया गया समय : $\frac{1}{90}$ घंटा

इसलिए, 360 कि.मी. की दूरी तय करने में लिया गया समय : $\left(\frac{1}{90} \times 360\right)$ घंटे

$$= 4 \text{ घंटे}$$

360 कि.मी. की दूरी तय करने में लिया गया समय हमने कैसे ज्ञात किया?

हमने कुल तय की गई दूरी को 1 घंटे में तय की गई दूरी, अर्थात गति, से भाग दिया।

$$समय = \frac{दूरी}{गति}$$

समय को घंटों, मिनटों और सेकंड़ों में अभिव्यक्त किया जाता है।

**उदाहरण 8.** एक साइकिल चालक 250 मीटर प्रति मिनट की गति से यात्रा करता है। 2000 मीटर की दूरी तय करने में उसे कितना समय लगेगा?

**हल :**

हम जानते हैं कि

$$समय = \frac{दूरी}{गति}$$

$$= \frac{2000 \text{ मीटर}}{250 \text{ मीटर/मिनट}}$$

$$= \frac{2000}{250} \text{ मिनट}$$

$$= 8 \text{ मिनट}$$

इस प्रकार, साइकिल चालक 2000 मीटर की दूरी तय करने में 8 मिनट लेगा।

**आइए करें**

1. एक मोटर चालक 80 कि.मी. प्रति घंटा की गति से गाड़ी चलाता है। अपनी मंजिल तक पहुंचने के लिए वह अपनी कार 5 घंटे 30 मिनट चलाता है। वह कितनी दूरी तय करता है?
2. एक ऑटो रिक्शा की गति 45 कि.मी. प्रति घंटा है। वह लगातार 4 घंटे और 40 मिनट यात्रा करता है। उसके द्वारा कितनी दूरी तय की गई?
3. एक ट्रेन 80 कि.मी. प्रति घंटा की औसत गति से चलती है। यदि दिल्ली और अहमदाबाद के बीच की दूरी 1000 कि.मी. है, तो ट्रेन दिल्ली से अहमदाबाद पहुंचने में कितना समय लेगी?

**पुनरावलोकन प्रश्नावली**

1. एक कार 1 घंटे में 50 कि.मी. की दूरी तय करती है। कार की गति क्या है?
2. एक लड़का 3 मीटर की दूरी 1 सेकंड में दौड़ता है। उसकी गति क्या है?
3. एक तांगा 6 कि.मी. की दूरी 30 मिनट में तय करता है। उसकी गति कि.मी. प्रति घंटे में ज्ञात कीजिए।
4. दो गतियों में से कौन सी गति अधिक है : 20 मी. प्रति सेकंड या 92 कि.मी. प्रति घंटा?
5. यदि एक खिलाड़ी की गति 36 कि.मी. प्रति घंटा है, तो उसे 300 मी. दौड़ने में कितना समय लगेगा?

6. एक ट्रेन, जो कि 70 कि.मी. प्रति घंटा की गति से चलती है, एक स्टेशन से दूसरे स्टेशन पहुंचने में 2 घंटे 30 मिनट लेती है। दोनों स्टेशनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
7. एक बच्चा 10 मी. प्रति सेकंड की गति से दौड़ता है। वह 1 कि.मी. की दूरी तय करने में कितना समय लेगा?
8. एक वायुयान दिल्ली हवाई अड्डे से 600 कि.मी. प्रति घंटा की गति से प्रस्थान करता है और पटना हवाई अड्डे पर 40 मिनट में पहुंचता है। वायुयान द्वारा दिल्ली से पटना तक कितनी दूरी तय की जाती है?

# लाभ और हानि

दैनिक प्रयोग के लिए आवश्यक वस्तुएं हमें कहां से प्राप्त होती हैं ? उन्हें हम साधारणतया पास की दुकानों से प्राप्त करते हैं। क्या आप जानते हैं कि वे दुकानदार इन वस्तुओं को कहां से प्राप्त करते हैं? वे इनको थोक व्यापारियों से या उन कारखानों से प्राप्त करते हैं जो उनका उत्पादन करते हैं।

मान लीजिए, एक दुकानदार ने एक छाता 45.00 रु. में खरीदा। क्या वह छाते को ग्राहक को 45.00 रु. में ही बेचेगा? निश्चित ही नहीं। वह अपनी आजीविका केवल इसी व्यापार से कमाता है और उसके लिए कुछ लाभ होना अत्यावश्यक है। अत:, वह छाते को ऐसे दामों में बेचने की कोशिश करता है जो उस मूल्य से अधिक हो जितने में उसने उसे खरीदा था।

## I. क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ और हानि

जो रकम कोई दुकानदार थोक व्यापारी से कुछ वस्तुएं खरीदने में व्यय करता है वह दुकानदार के लिए वस्तुओं का **क्रय मूल्य** (क्र.मू.) कहलाती है। जिस रकम में वह उन वस्तुओं की बिक्री करता है वह उन वस्तुओं का **विक्रय मूल्य** (वि.मू.) कहलाती है।

मान लीजिए, उपरोक्त उदाहरण में, दुकानदार जिस छाते को 45 रु. में खरीदता है, उसे 55 रु. में बिक्री करता है। यह स्पष्ट है कि छाते का क्रय मूल्य 45.00 रु. है और विक्रय मूल्य 55 रु. है।

''विक्रय मूल्य'' और ''क्रय मूल्य'' (विक्रय मूल्य–क्रय मूल्य) का अन्तर **लाभ** कहलाता है।

इस प्रकार,

लाभ = विक्रय मूल्य–क्रय मूल्य

या लाभ = वि.मू. – क्र.मू.

उपरोक्त उदाहरण में, जो लाभ दुकानदार को प्राप्त होता है उसकी गणना निम्न भांति की गई है:

लाभ = (55 — 45) रु. = 10 रु.

हम कुछ और उदाहरणों का अध्ययन करें।

**उदाहरण 1.** एक व्यापारी ने एक रेडियो 550 रु. में खरीदा और उसको 625 में बेचा। उसका लाभ ज्ञात कीजिए।

**हल :** रेडियो का क्रय मूल्य (क्र.मू.) : 550.00 रु.

रेडियो का विक्रय मूल्य (वि.मू.) : 625.00 रु.

लाभ = विक्रय मूल्य–क्रय मूल्य

= (625 — 550) रु.

= 75 रु.

अत:, दुकानदार का इस सौदे में लाभ 75 रु. है।

कभी-कभी दुकानदार को अपनी वस्तुएं क्रय मूल्य से कम मूल्य में बिक्री करने के लिए मजबूर होना पड़ता है। ऐसा इस कारण से हो सकता है कि वस्तुएं पुरानी हो गई हैं, पुराने फैशन की हो गई हैं या खराब हो गई हैं। **जब वह अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य से कम मूल्य में बिक्री करता है तब उसे हानि होती है।**

क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य का अन्तर कहलाता है।

अर्थात, हानि= क्रय मूल्य–विक्रय मूल्य

या, हानि= क्र.मू.–वि.मू.

**उदाहरण 2.** एक सौदागर ने एक टेबिल फैन 275.00 रु. में खरीदा और 250.75 रु. में उसको बेचा। सौदे में हुई हानि को ज्ञात कीजिए।

*हल :* टेबिल फैन का क्रय मूल्य : 275.00 रु.

टेबिल फैन का विक्रय मूल्य : 250.75 रु.

हानि = क्रय मूल्य–विक्रय मूल्य

= (275.00 — 250.75) रु.

= 24.25 रु.

इस प्रकार, सौदागर की हानि 24.25 रु. है।

*टिप्पणी :* जब विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से अधिक है, तब लाभ होता है। दूसरी ओर, जब विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से कम है तब हानि होती है।

कभी-कभी दुकानदार को कुछ अतिरिक्त खर्चे उठाने पड़ते हैं, जैसे कि मज़दूर की मज़दूरी, माल भाड़ा, और उसके सामान के रख-रखाव का खर्च। इस प्रकार के अतिरिक्त खर्चों को उपरि व्यय (ऊपरी खर्चा) कहा जाता है और वे वस्तुओं के क्रय मूल्य का एक भाग बन जाते हैं। इसलिए, वह अपने क्रय मूल्य का निर्धारण इन उपरि व्ययों को उन दामों में जोड़कर करता है जो उसने वस्तुओं को खरीदते समय चुकाए हैं।

**उदाहरण 3.** एक व्यापारी ने एक सोफा सैट 1120.00 रु. में खरीदा। उसने 20 रु. उसके अपनी दुकान पर लाने के लिए मजदूरी में खर्च किए। उसने सोफा सैट को 1375.00 रु. में बेचा। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

*हल :* **सोफा सैट का क्रय मूल्य** : (1120.00 + 20.00) रु. = 1140.00 रु.

सोफा सैट का विक्रय मूल्य : 1375.00 रु.

क्योंकि विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से अधिक है, इसलिए व्यापारी को लाभ प्राप्त होता है।

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= (1375.00 — 1140.00) रु.

= 235.00 रु.

अतः, व्यापारी को इस सौदे में 235.00 रु. का लाभ हुआ।

हमने अभी तक उस अवस्था में लाभ या हानि ज्ञात करना सीखा है जबकि वस्तुओं का क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य दिया हुआ है।

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक उदाहरण में लाभ या हानि ज्ञात कीजिए:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (क) | क्रय मूल्य : | 140.00 रु. | विक्रय मूल्य : | 160.00 रु. |
| (ख) | क्रय मूल्य : | 80.00 रु. | विक्रय मूल्य : | 75.00 रु. |
| (ग) | क्रय मूल्य : | 550.75 रु. | विक्रय मूल्य : | 475.30 रु. |
| (घ) | क्रय मूल्य : | 112.25 रु. | विक्रय मूल्य : | 121.00 रु. |

2. एक व्यापारी ने 20 दर्जन केले 100.00 में खरीदे। उसने केलों को 5.50 रु. प्रति दर्जन की दर से बेचा। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
3. एक व्यक्ति ने 72.00 रु. प्रति कुर्सी की दर से 40 कुर्सियां खरीदीं। उसने उनमें से 4 कुर्सियां अपने प्रयोग के लिए रख लीं और बाकी को 84.00 रु. प्रति कुर्सी की दर से बिक्री कर दिया। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
4. बशीर ने एक वस्तु 2225.00 रु. में खरीदी और उसकी माल ढुलाई पर 75.00 रु. व्यय किए। उसने उसे 2250.00 रु. में बेचा। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
5. एक दुकानदार ने 50.00 रु. प्रत्येक की दर से 15 मेजें और 30.00 रु. प्रत्येक की दर से 20 कुर्सियां खरीदीं। उसने माल ढुलाई पर 40 रु. व्यय किए। उसने मेजों और कुर्सिओं को 38.00 रु. प्रत्येक की समान दर से बिक्री किया। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

## II. विक्रय मूल्य और क्रय मूल्य का निर्धारण

मान लीजिए एक छाते का क्रय मूल्य 75.00 रु. है। विक्रेता छाते की बिक्री में 10.00 रु. का लाभ कमाना चाहता है। उसे किन दामों में छाता बेचना चाहिए?

उसे छाते की बिक्री (75.00 + 10.00) रु., अर्थात, 85.00 रु. में करनी चाहिए।

छाते का विक्रय मूल्य, उसके क्रय मूल्य में विक्रेता द्वारा वांछित लाभ जोड़ कर, प्राप्त किया जाता है। इस प्रकार,

विक्रय लाभ = क्रय मूल्य + लाभ

यदि विक्रेता किसी कारणवश छाते को हानि उठा कर बेचने का निश्चय करता है, तो विक्रय मूल्य का निर्धारण क्रय मूल्य में से उस हानि को घटा कर किया जाता है जो विक्रेता उठाना चाहता है, अर्थात,

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य – हानि

इस प्रकार, हम किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उस अवस्था में निर्धारित कर सकते हैं जबकि उसका क्रय मूल्य और विक्रेता का लाभ या हानि दिये हुए हैं।

**उदाहरण 4.** एक व्यापारी ने सीमेन्ट की एक बोरी 75.50 रु. में खरीदी। उसने उसे 7.50 रु. के लाभ पर बिक्री कर दिया। सीमेंट की बोरी का विक्रय मूल्य का ज्ञात कीजिए।

हल : सीमेन्ट की बोरी का क्रय मूल्य : 75.50 रु.
लाभ : 7.50 रु.

इसलिए, सीमेन्ट की बोरी का विक्रय मूल्य : क्रय मूल्य + लाभ
= (75.50+7.50) रु.
= 83.00 रु.

इस प्रकार, सीमेंट की बोरी का विक्रय मूल्य 83.00 रु. है।

**उदाहरण 5.** एक दुकानदार ने एक मेज 125.00 रु. में खरीदी। उसने उसे 5.00 रु. की हानि उठा कर बिक्री किया। मेज़ का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : **मेज का मूल्य** : 125.00 रु.

हानि : 5.00 रु.
इसलिए, मेज का विक्रय मूल्य : क्रय मूल्य–हानि
= (125.00 – 5.00) रु.
= 120.00 रु.

इस प्रकार, मेज का **विक्रय** मूल्य 120.00 रु. था।

हम किसी वस्तु का क्रय मूल्य भी निर्धारित कर सकते हैं यदि उसका विक्रय मूल्य और लाभ या हानि दिए हुए हैं। इसका निर्धारण निम्न दो सम्बंधों में से किसी एक के प्रयोग द्वारा किया जा सकता है :

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ
क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य + हानि

**उदाहरण 6.** एक दुकानदार ने एक साड़ी की बिक्री 7.00 रु. की हानि के साथ 180.00 रु. में की। साड़ी का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : साड़ी का विक्रय मूल्य। : 180.00 रु.
हानि : 7.00 रु.
इसलिए, साड़ी का क्रय मूल्य : विक्रय मूल्य + हानि
= (180.00 + 7.00) रु.
=187.00 रु.

इस प्रकार, साड़ी का क्रय मूल्य 187.00 रु. था।

**उदाहरण 7.** हरी ने अपनी वस्तुओं को 9300.00 रु. में बेच कर 875.00 रु. का लाभ कमाया। वस्तुओं का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : वस्तुओं का विक्रय मूल्य : 9300.00 रु.
लाभ : 875.00 रु.
इसलिए, वस्तुओं का क्रय मूल्य : विक्रय मूल्य–लाभ

= (9300.00 − 875.00) रु.

= 8425.00 रु.

इस प्रकार, वस्तुओं का क्रय मूल्य 8425.00 रु. है।

[illegible]

स्कूल में एक दिवाली मेले का आयोजन कीजिए। उसमें खिलौनों, चाट और पौधों की बिक्री, पुराने खिलौनों की मरम्मत, पुतली प्रदर्शन, फिल्म शो और अन्य चीजों के लिए स्टाल लगाइए। बच्चों को प्रयोग में लायी गई विभिन्न वस्तुओं के क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य का हिसाब (लेखा) रखने के लिए कहिए। स्टाल अनुसार लाभ ज्ञात कीजिए और उसके बाद उपरि व्यय निकाल कर कुल लाभ ज्ञात कीजिए।

**आइए करें**

1. सारणी को पूरा कीजिए।

| | क्रय | विक्रय मूल्य | लाभ | हानि |
|---|---|---|---|---|
| (क) | 376.50 रु. | —— | 20.00 रु. | |
| (ख) | —— | 400.00 रु. | | 15.50 रु. |
| (ग) | 240.00 रु. | —— | 30.00 रु. | |
| (घ) | —— | 560.25 रु. | | 6.25 रु. |
| (ङ) | 1130.75 रु. | —— | | 40.00 रु. |
| (च) | —— | 1000.00 रु. | 100.00 रु. | |

2. एक पुस्तक विक्रेता ने 100 पुस्तकें 990.00 रु. में बेचीं और उन पर 99.00 रु. का लाभ कमाया। 100 पुस्तकों का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
3. नीरु ने 20 दर्जन केले 3.75 रु. प्रति दर्जन की दर से खरीदे। सभी केलों को बेचने से, उसने 20 रु. का लाभ कमाया। 20 दर्जन केलों का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
4. एक व्यक्ति ने 4100.00 रु. में एक रेफ्रीजरेटर बेचा और 300.00 रु. का घाटा उठाया। रेफ्रीजरेटर का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
5. सुभाष ने 100 अण्डे 61.00 में खरीदे। उनमें से 12 अण्डे टूटे पाए गए। उसने बाकी अण्डों को ऐसे मूल्य पर बिक्री किया कि उसे 5.00 रु. का लाभ हुआ। एक अण्डे का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

**शिक्षक के लिए टिप्पणी :** हमें ऐसे प्रश्न नहीं लेने चाहिए जिनमें विक्रेता ने वस्तुओं को बिक्री करने से पहले उनसे कोई लाभ उठाया हो।

## [illegible]

1. निम्न अवस्थाओं में से किन में हानि होती है?
   - (क) किसी वस्तु को 636.00 रु. में खरीदना और उसे 663.00 रु. में बेचना।
   - (ख) एक घोड़े को 800.00 रु. में खरीद कर उसे 780 रु. में बेचना।
   - (ग) एक पुराने मकान को 37500.00 रु. में खरीदना, उसकी मरम्मत में 5500.00 रु. खर्च करना, और तब उसे 42000.00 रु. में बेचना।
   - (घ) 100 कि.ग्रा. सेबों को 350.00 रु. में खरीदना और उनको 4.00 रु. प्रति कि.ग्रा. की दर से बेचना।

2. कोष्ठक में दिए गए शब्दों में से उपयुक्त शब्द चुन कर रिक्त स्थानों को भरिए।
   - (क) जब किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उसके क्रय मूल्य से अधिक होता है, तब विक्रेता को ------ होता है (लाभ या हानि)।
   - (ख) जब किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उसके क्रय मूल्य से कम होता है, तब विक्रेता को ------ होती है। (लाभ या हानि)

| | | | |
|---|---|---|---|
| (ग) | क्रय मूल्य | = विक्रय मूल्य – ______ | (लाभ या हानि) |
| (घ) | क्रय मूल्य | = विक्रय मूल्य + ______ | (लाभ या हानि) |
| (ङ) | विक्रय मूल्य | = क्रय मूल्य + ______ | (लाभ या हानि) |

3. एक दुकानदार ने एक सिलाई मशीन 750.00 रु. में खरीदी और उसको 830.00 रु. में बेचा। सौदे में हुए उसके लाभ या हानि को ज्ञात कीजिए।
4. एक घड़ीसाज़ ने एक पुरानी घड़ी 85.00 रु. में खरीदी। उसने उसकी मरम्मत में 8.00 रु. व्यय किए और तब उसको 100.00 रु. में बेच दिया। उसका लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
5. कारों के एक व्यापारी ने एक कार 43000.00 रु. में बिक्री की जिसमें 3000.00 रु. का लाभ हुआ। कार का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
6. एक व्यक्ति ने 9500.00 रु. में एक विडियो खरीदा और उसे 250.00 रु. के लाभ में बेचा। यदि उसने विडियो को 10000.00 रु. में बेचा होता, तो उसने कितना अधिक लाभ कमाया होता?

# प्रतिशतता

[illegible]

1. निम्न में से प्रत्येक को दशमलव में अभिव्यक्त कीजिए:

   (क) $\frac{3}{10}$ (ख) $\frac{13}{10}$ (ग) $\frac{9}{100}$ (घ) $\frac{35}{100}$ (ङ) $\frac{131}{100}$ (च) $\frac{181}{100}$

2. निम्न में से प्रत्येक को भिन्न में और दशमलव में अभिव्यक्त कीजिए:
   (क) एक सौवां (ख) नौ सौवें (ग) तेरह सौवें
   (घ) तेतालीस सौवें (ङ) दो सौ सौवें।

3. निम्न में प्रत्येक को एक ऐसी तुल्य भिन्न में बदलिए जिसका हर 10 या 100 हो:

   (क) $\frac{1}{2}$ (ख) $\frac{3}{4}$ (ग) $\frac{2}{5}$ (घ) $\frac{4}{25}$ (ङ) $\frac{13}{50}$ (च) $\frac{17}{20}$

4. निम्न में से प्रत्येक भिन्न को लघुतम भिन्न में बदलिए:

   (क) $\frac{75}{100}$ (ख) $\frac{15}{10}$ (ग) $\frac{150}{100}$ (घ) $\frac{26}{100}$ (ङ) $\frac{88}{100}$

## I. प्रतिशतता की संकल्पना

पिछली कक्षाओं में, हमने भिन्नात्मक संख्याओं को भिन्नों और दशमलवों में अभिव्यक्त किया था। दशमलवों के प्रयोग को इसलिए अधिक महत्व दिया गया था कि चार मूलभूत संक्रियाओं को भिन्नों की अपेक्षा दशमलवों की सहायता से अधिक आसानी से किया जा सकता है।

याद कीजिए हमने विभिन्न हरों वाली भिन्नों, जैसे $\frac{11}{16}$, $\frac{33}{40}$ और $\frac{8}{10}$, की तुलना करने के लिए क्या किया था। हमने उनको समान हर की तुल्य भिन्नों में बदला था। इस प्रकार, उपरोक्त भिन्नात्मक संख्याओं को निम्न भिन्नात्मक संख्याओं में बदला जाता है:

$$\frac{55}{80}, \qquad \frac{66}{80}, \qquad \frac{64}{80}$$

अब हम आसानी से कह सकते हैं कि, इन भिन्नों के अंशों की तुलना के अनुसार, दी गई भिन्नों में $\frac{33}{40}$

सबसे बड़ी है और $\frac{11}{16}$ सबसे छोटी है।

हम 100 या अन्य कोई संख्या को हर के रूप में ले सकते थे। उस अवस्था में भी हमें दी गई भिन्नात्मक संख्याओं में वही क्रम संबंध प्राप्त होता।

अब हम भिन्नात्मक संख्याओं को लिखने की एक और विधि सीखेंगे जिससे उनकी तुलना और गणना और भी अधिक सरल हो जाएंगे।

नीचे कुछ भिन्नात्मक संख्याएं दी गई हैं जिनको भिन्नों और दशमलवों में अभिव्यक्त किया गया है :

| भिन्नात्मक संख्या | भिन्न | दशमलव |
|---|---|---|
| एक सौवां | $\frac{1}{100}$ | 0.01 |
| दो सौवें | $\frac{2}{100}$ | 0.02 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| नौ सौवें | $\frac{9}{100}$ | 0.09 |
| दस सौवें | $\frac{10}{100}$ | 0.10 या 0.1 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| उन्नीस सौवें | $\frac{19}{100}$ | 0.19 |
| बीस सौवें | $\frac{20}{100}$ | 0.20 या 0.2 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| इकतालिस सौवें | $\frac{41}{100}$ | 0.41 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| अट्ठासी सौवें | $\frac{88}{100}$ | 0.88 |

| | | |
|---|---|---|
| एक सौ सौवें | $\frac{100}{100}$ | 1.00 |
| दौ सौवें | $\frac{200}{100}$ | 2.00 |
| | | ⋮ |

जब किसी भिन्न को 100 अंश के साथ अभिव्यक्त किया जाता है, तब हम उसका वर्णन करने के लिए **प्रतिशत** शब्द का प्रयोग करते हैं।

इस प्रकार,

$$\frac{60}{100} = \overline{60} \times \frac{1}{100} = 60 \text{ प्रतिशत या } 60\%$$

इसी प्रकार,

नौ सौवें = 9 प्रतिशत या 9%

सुविधा के लिए, % चिह्न 'प्रतिशत' शब्द के स्थान पर प्रयोग किया जाता है।

अतः, यदि हम 'सौवां (सौवें)' का पुनर्नामांकन 'प्रतिशत' में करते हैं और उपर्युक्त भिन्नात्मक संख्याओं को दोबारा लिखते हैं, तो हमें निम्न प्राप्ति होती हैं :

| **भिन्नात्मक संख्या** | **प्रतिशतता** |
|---|---|
| एक सौवां | 1 प्रतिशत (1%) |
| दो सौवें | 2 प्रतिशत (2%) |
| | ⋮ |
| नौ सौवें | 9 प्रतिशत (9%) |
| दस सौवें | 10 प्रतिशत (10%) |
| ⋮ | ⋮ |
| उन्नीस सौवें | 19 प्रतिशत (19%) |
| बीस सौवें | 20 प्रतिशत (20%) |
| ⋮ | ⋮ |
| इकतालीस सौवें | 41 प्रतिशत (41%) |
| ⋮ | ⋮ |
| अट्ठासी सौवें | 88 प्रतिशत (88%) |
| ⋮ | ⋮ |

एक सौ सौवें 100 प्रतिशत (100%)

⋮ ⋮

दो सौ सौवें 200 प्रतिशत (200%)

⋮ ⋮

मान लीजिए एक कक्षा के विद्यार्थियों को एक गणित की परीक्षा दी गई जिसमें 100 प्रश्न थे।

श्याम ने 100 में से 69 प्रश्न ठीक किए। इसका अर्थ है कि श्याम ने प्रश्नों के $\frac{69}{100}$ के उत्तर ठीक दिए। इस प्रकार हम कहते हैं कि श्याम की कोशिश का 69% सही था।

संगीता ने सभी 100 प्रश्नों के उत्तर सही दिए। इसका अर्थ है संगीता ने प्रश्नों के $\frac{100}{100}$ का ठीक उत्तर दिया। इस प्रकार हम कहते हैं कि संगीता की कोशिश का 100% सही था।

इस प्रकार से,

$\frac{35}{100}$ , 35% है

अर्थात, 35% का अर्थ है '100 में से 35'।

इसी प्रकार,

$\frac{61}{100}$ , 61% है और 61% का अर्थ है '100 में से 61'।

मान लीजिए दो विद्यार्थियों, किरन और मधु, ने एक परीक्षा में क्रमश: 55% और 65% अंक प्राप्त किए। क्या आप तुरंत बता सकते हैं कि किसने अच्छे अंक प्राप्त किए?

निश्चित रूप से, मधु ने किरन की अपेक्षा अच्छे अंक प्राप्त किए क्योंकि उसने '100 में से 65' अंक प्राप्त किए जबकि किरन ने '100 में से 55' अंक प्राप्त किए।

*टिप्पणी :* यहां पर तुलना करना आसान हो जाता है क्योंकि केवल प्रतिशतताओं में संख्याओं की तुलना करनी होती है।

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता के रूप में लिखिए:
   (क) 32 सौवें | 32 प्रतिशत (32%) |
   (ख) 2 सौवें
   (ग) 13 सौवें
   (घ) 70 सौवें

2. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता के रूप में लिखिए:

(क) $\frac{70}{100}$ $\boxed{70\%}$ (ख) $\frac{53}{100}$ (ग) $\frac{27}{100}$ (घ) $\frac{93}{100}$

(ङ) $\frac{4}{100}$ (च) $\frac{145}{100}$ (छ) $\frac{99}{100}$ (ज) $\frac{112}{100}$

3. निम्न में प्रत्येक को भिन्न के रूप में लिखिए जिसका हर 100 हो :

(क) 7% $\boxed{\frac{7}{100}}$ (ख) 18% (ग) 93% (घ) 47%

(ङ) 50% (च) 250% (छ) 300% (ज) 315%

4. निम्न में से प्रत्येक को पहले 100 हर वाली भिन्न के रूप में और फिर प्रतिशतता में लिखिए:

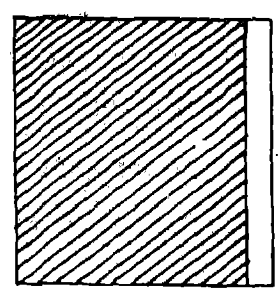
(क) 0.57 $\boxed{\frac{57}{100} \text{ या } 57\%}$ (ख) 0.25 (ग) 0.74 (घ) 0.90

(ङ) 0.02 (च) 0.09 (छ) 0.07

5. 100 शब्दों की एक वर्तनी (हिज्जे) परीक्षा में, रेनुका ने 78 शब्दों की ठीक वर्तनी की।
(क) उसके द्वारा कितने शब्दों की गलत वर्तनी (हिज्जे) की गई?
(ख) उसने कितने प्रतिशत शब्दों की वर्तनी ठीक की?
(ग) उसने कितने प्रतिशत शब्दों की वर्तनी गलत की?

6. एक ग्राफ कागज लीजिए। उस पर क और ख दो वर्ग इस प्रकार से अंकित कीजिए कि प्रत्येक में 100 छोटे वर्ग हों। निम्नानुसार पेंसिल से छायांकित कीजिए :
(क) वर्ग क का 14%.
(ख) वर्ग ख का 90%

7. दाईं ओर दी गई आकृति में, वर्ग का 90% छायांकित है। वर्ग का कितना प्रतिशत छायांकित है?



आकृति 1

8. 100 विद्यार्थियों की एक कक्षा में नव वर्ष दिवस पर एक भी विद्यार्थी अनुपस्थित नहीं था। उस दिन विद्यार्थियों की कितनी प्रतिशतता उपस्थित थी?

9. रिक्त स्थानों को भरिए :
(क) 'शत' शब्द का अर्थ ______________ है।
(ख) 35 प्रतिशत का अर्थ ______________ है।

(ग) $\frac{37}{100}$ वही है जो कि ______________ % है।

(घ) % चिन्ह ______________ का चिन्ह है।

## II.प्रतिशतता को लघुतम भिन्न और दशमलव में बदलना

हमने प्रतिशत का अर्थ सीख लिया है। अब हम किसी प्रतिशतता को 100 हर की भिन्न में और दशमलव में भी अभिव्यक्त करें।

**उदाहरण :**

(i) $75\% = \frac{75}{100} = 0.75$

(ii) $3\% = \frac{3}{100} = 0.03$

(iii) $150\% = \frac{150}{100} = 1.50$ या $1.5$

हम किसी प्रतिशतता को लघुतम भिन्न में भी बदल सकते हैं।

**उदाहरण :**

(i) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{\cancel{75}^{3}}{\cancel{100}_{4}} = \frac{3}{4}$

(ii) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{\cancel{20}^{1}}{\cancel{100}_{5}} = \frac{1}{5}$

(iii) $160\% = \frac{160}{100} = \frac{\cancel{160}^{8}}{\cancel{100}_{5}} = \frac{8}{5}$ या $1\frac{3}{5}$

अधिक अच्छी तरह समझने के लिए, निम्न सारणी का अध्ययन कीजिए:

| प्रतिशतता | 100 हर की भिन्न | दशमलव | लघुतम रूप में भिन्न |
|---|---|---|---|
| 50% | $\frac{50}{100}$ | 0.50 या 0.5 | $\frac{1}{2}$ |
| 25% | $\frac{25}{100}$ | 0.25 | $\frac{1}{4}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10% | $\frac{10}{100}$ | 0.10 या 0.1 | $\frac{1}{10}$ |
| 1% | $\frac{1}{100}$ | 0.01 | $\frac{1}{100}$ |
| 5% | $\frac{5}{100}$ | 0.05 | $\frac{1}{20}$ |
| 200% | $\frac{200}{100}$ | 2.00 या 2 | 2 |
| 355% | $\frac{355}{100}$ | 3.55 | $\frac{71}{20}$ या $3\frac{11}{20}$ |

टिप्पणी : 1. प्रतिशतता को भिन्न में बदलने के लिए, प्रतिशतता संख्यांक को 100 से भाग करते हैं और तब इस प्रकार प्राप्त भिन्न को लघुतम भिन्न में बदलते हैं।

2. प्रतिशतता को दशमलव में बदलने के लिए, प्रतिशतता के संख्यांक को लिखते हैं और दशमलव बिन्दु को दो स्थान बाईं ओर हटा देते हैं।

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक को लघुतम भिन्न में लिखिए :

(क) 20% $\boxed{\frac{20}{100} \text{ या } \frac{1}{5}}$ (ख) 50% (ग) 75% (घ) 8%

(ङ) 26% (च) 65% (छ) 88%

2. निम्न में से प्रत्येक को लघुतम भिन्न में लिखिए :

(क) 3.5% $\boxed{\frac{3.5}{100} = \frac{35}{1000} = \frac{7}{200}}$ (ख) 12.6% (ग) 37.1% (घ) $6\frac{1}{4}\%$

(ङ) $12\frac{1}{2}\%$ (च) $16\frac{2}{3}\%$ (छ) $33\frac{1}{3}\%$

3. निम्न में से प्रत्येक को दशमलव में लिखिए :

(क) 53% $\boxed{0.53}$ (ख) 74% (ग) 8% (घ) 111%

(ङ) 5.3% (च) 25.5% (छ) 1.5%

4. निम्न में से कौन 5% के समतुल्य हैं?

(क) 5 (ख) 0.5 (ग) 0.05 (घ) 0.005

## III. भिन्न और दशमलव को प्रतिशतता में बदलना

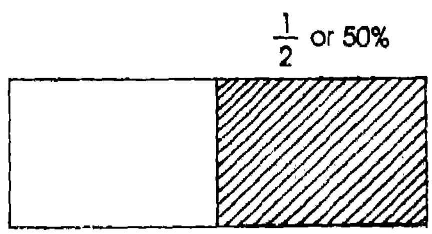
हम यह जानते हैं कि ऐसी भिन्न को किस प्रकार प्रतिशतता में बदला जाए जिसका हर 100 है।

1. अब हम एक ऐसी भिन्न को प्रतिशतता में बदलना सीखेंगे जिसका हर 100 से अलग किन्तु 100 का कोई गुणनखण्ड है।

एक भिन्न, मान लीजिए $\frac{1}{2}$, पर विचार कीजिए। स्पष्टतया, 2, 100 का एक गुणनखण्ड है, क्योंकि $2 \times 50 = 100$ ।

अतः, $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100}$

$= 50\%$



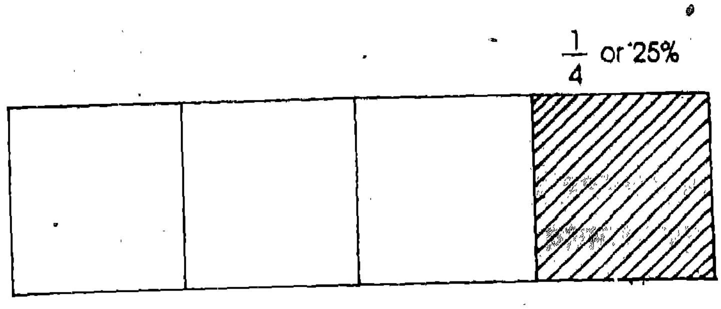

आकृति 2

इस प्रकार, $\frac{1}{2} = 50\%$

पुनः, एक और भिन्न, मान लीजिए $\frac{1}{4}$, पर विचार कीजिए। स्पष्टतया, 4, 100 का एक गुणनखण्ड है, क्योंकि $4 \times 25 = 100$ ।

अतः $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$

$= 25\%$




इस प्रकार, $\frac{1}{4} = 25\%$

आकृति 3

इसी प्रकार, $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 20}{5 \times 20} = \frac{20}{100} = 20\%$

और

$$\frac{1}{20} = \frac{1 \times 5}{20 \times 5} = \frac{5}{100} = 5\%$$

**उदाहरण 1** $\frac{7}{25}$ को प्रतिशतता में बदलिए।

**हल :** क्योंकि 25,100 का एक गुणनखण्ड है, हम लिख सकते हैं कि

$$\frac{7}{25} = \frac{7 \times 4}{25 \times 4} = \frac{28}{100} = 28$$

इस प्रकार, $\frac{7}{25} = 28\%$

**उदाहरण 2.** $2\frac{3}{4}$ को प्रतिशतता में बदलिए।

**हल :** क्योंकि 4, 100 का एक गुणनखण्ड है, हम लिख सकते हैं कि

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} = \frac{11 \times 25}{25 \times 4} = \frac{275}{100} = 275\%$$

इस प्रकार, $2\frac{3}{4} = 275\%$

2. हम पूर्ण संख्या को प्रतिशतता में कैसे बदल सकते हैं?

एक पूर्ण संख्या, मान लीजिए 3, पर विचार कीजिए। हम 3 को निम्न भांति लिख सकते

$$3 = \frac{3 \times 100}{100} = \frac{300}{100} = 300\%$$

इसी प्रकार,

$$4 = 400\%$$
$$5 = 500\%$$
$$10 = 1000\%$$

3. हम दशमलव को भी प्रतिशतता में बदल सकते हैं।

एक दशमलव, मान लीजिए 0.2, पर विचार कीजिए। हम 0.2 को निम्न भांति लिख सकते हैं :

$$0.2 = \frac{2}{10}$$
$$= \frac{2 \times 10}{10 \times 10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

इस प्रकार, 0.2 = 20%

इसी प्रकार,

0.3 = 30%

6.7 = 670%

0.02 = 2%

*टिप्पणी :*

1. पूर्ण संख्या को प्रतिशतता में बदलने के लिए, हम पूर्ण संख्या के अन्त में दो शून्य लगाते हैं और चिन्ह % लगाते हैं।
2. दशमलव को प्रतिशतता में बदलने के लिए, हम दशमलव को इस प्रकार लिखते हैं कि उसके दशमलव वाले भाग में दो अंक रहें और उसके लिए, आवश्यक हो तो, दशमलव के अन्त में शून्य लगाते हैं। हम दशमलव बिन्दु पर ध्यान न देते हुए दशमलव के संख्यांक को ले लेते हैं और चिन्ह % लगाते हैं।

[illegible]

1. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता में बदलिए :

(क) $\frac{2}{5}$ $\boxed{\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%}$ (ख) $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{3}{4}$

(घ) $\frac{9}{20}$ (ङ) $1\frac{2}{5}$ (च) $2\frac{3}{10}$ (छ) $9\frac{3}{4}$

2. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता में बदलिए :

(क) 7 $\boxed{700\%}$ (ख) 8 (ग) 13 (घ) 4.9

3. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता में बदलिए :

(क) 1.7 $\boxed{1.7 = 1.70 = 170\%}$ (ख) 0.45 (ग) 0.08

(घ) 2.55 (ङ) 1.03 (च) 2.05 (छ) 0.01

4. निम्न में से कौन सा 1.01 के समतुल्य है?

(क) 101% (ख) 10.1% (ग) 1.01% (घ) 1010%

## IV. मुद्रा और मीटरी मापन प्रतिशतता के रूप में

(i) क्योंकि

1 पैसा = एक रुपये का $\frac{1}{100}$,

इसलिए

1 पैसा = एक रुपये का 1%

अतः,

2 पैसे = एक रुपये का 2%

3 पैसे = एक रुपये का 3%

⋮

10 पैसे = एक रुपये का 10%

⋮

50 पैसे = एक रुपये का 50%

(ii) क्योंकि, 1 सेंटीमीटर (सें.मी.) = एक मीटर (मी.) का $\frac{1}{100}$,

इसलिए

1 सेंटीमीटर (से.मी.) = एक मीटर (मी.) का 1%

2 सेंटीमीटर (से.मी.) = एक मीटर (मी.) का 2%

3 सेंटीमीटर (से.मी.) = एक मीटर (मी.) का 3%

⋮

10 सेंटीमीटर (से.मी.) = एक मीटर (मी.) का 10%

30 सेंटीमीटर (से.मी.) = एक मीटर (मी.) का 30%

(iii) क्योंकि 1 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का $\frac{1}{1000}$

= एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का $\frac{0.1}{100}$

इसलिए,

1 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का 0.1%

2 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का 0.2%

3 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का 0.3%

⋮

10 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का 1%

⋮

50 ग्राम (ग्रा.) = एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) का 5%

(iv) क्योंकि

1 मिलीलिटर (मि.लि.) = एक लिटर (लि.) का $\frac{1}{1000}$

अतः = एक लिटर (लि.) का $\frac{0.1}{100}$,

अतः,

| | |
|---|---|
| 1 मिलीलिटर (मि.लि.) | = एक लिटर (लि.) का 0.1% |
| 2 मिलीलिटर (मि.लि.) | = एक लिटर (लि.) का 0.2% |
| 3 मिलीलिटर (मि.लि.) | = एक लिटर (लि.) का 0.3% |
| ⋮ | |
| 10 मिलीलिटर (मि.लि.) | = एक लिटर (लि.) का 1% |
| ⋮ | |
| 50 मिलीलिटर (मि.लि.) | = एक लिटर (लि.) का 5% |
| ⋮ | |

**आइए करें**

1. निम्न में से प्रत्येक को एक रुपये की प्रतिशतता मे लिखिए:

   (क) 30 पैसे (ख) 65 पैसे (ग) 78 पैसे (घ) 90 पैसे

2. निम्न में से प्रत्येक को एक सेंटीमीटर की प्रतिशतता में लिखिए:

   (क) 10 मि.मी. (ख) 15 मि.मी. (ग) 25 मि.मी. (घ) 50 मि.मी.

3. निम्न में से प्रत्येक को किलोमीटर की प्रतिशतता में लिखिए:

   (क) 100 मी. (ख) 50 मी. (ग) 400 मी. (घ) 550 मी.

## V. किसी संख्या की प्रतिशतता ज्ञात करना

किसी संख्या की प्रतिशतता ज्ञात करना ठीक ऐसा ही है जैसे संख्या का एक भाग ज्ञात करना।

**उदाहरण** :25 का 40% ज्ञात कीजिए।

25 का 40% ज्ञात करने के लिए हम निम्न प्रक्रिया का पालन करते हैं:

$$25 \text{ का } 40\% = 25 \times \frac{40}{100}$$

$$= 25 \times \frac{\cancel{40}^{\cancel{4}\ 2}}{\cancel{100}_{\cancel{10}\ 5}} = \frac{\cancel{50}^{10}}{\cancel{5}} = 10$$

इस प्रकार, 25 का 40%, 10 है।

**अन्य विधि**

25 का 40% = 25 का 0.40

= 25 × 0.40

= 10.00 या 10 (25 को 0.40 से गुणा करने पर)

इस प्रकार, 25 का 40%, 10 है।

**उदाहरण 3.** 200 का 25% ज्ञात कीजिए।

हल :

$$200 \text{ का } 25\% = 200 \times \frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = \frac{200}{4} = 50$$

इस प्रकार, 200 का 25%, 50 है।

**उदाहरण 4.** 20 का 150% ज्ञात कीजिए।

हल :

$$20 \text{ का } 150\% = 20 \times \frac{\overset{\overset{3}{\cancel{15}}}{\cancel{150}}}{\underset{\underset{2}{\cancel{10}}}{\cancel{100}}} = \frac{\cancel{60}}{\cancel{2}} = 30$$

इस प्रकार, 20 का 150%, 30 है।

**उदाहरण 5.** 700 रु. का 20% ज्ञात कीजिए।

हल :

700 रु. का 20% = (700 × 0.20) रु. = 140 रु.

इस प्रकार 700 रु. का 20% 140 रु. है।

**उदाहरण 6.** 365 दिन का 80% ज्ञात कीजिए।

हल :

365 दिन का 80% = 365 दिन × 0.80 = 292 दिन

इस प्रकार, 365 दिन का 80% 292 दिन है।

**आइए करें**

1. मान ज्ञात कीजिए

| | | |
|---|---|---|
| (क) 100 का 50% | (ख) 100 का 25% | (ग) 100 का $12\frac{1}{2}$% |
| (घ) 700 का 7% | (ङ) 200 का 8% | (च) 1200 का 75% |
| (छ) 20 का 100% | (ज) 5 का 200% | (झ) 100 का 100% |

2. कौन अधिक है?

(क) 200 का 10% या 300 का 20%
(ख) 300 का 15% या 200 का 30%
(ग) 1000 का 5% या 750 का 10%

3. मान ज्ञात कीजिए

| | |
|---|---|
| (क) 250 रुपये का 3% | (ख) 20 रुपये का 50% |
| (ग) 900 रुपये का 75% | (घ) 100 रुपये का 1% |
| (ङ) 200 ग्राम का 8% | (च) 350 किलोग्राम का 90% |
| (छ) 100 मिलीलिटर का 70% | (ज) 500 अंकों का 90% |
| (झ) 5 किलोमीटर का 20% | |

## VI. प्रतिशतता पर आधारित दैनिक जीवन से संबंधित प्रश्न

हमारे दैनिक जीवन में हमारे सामने कुछ ऐसी परिस्थितियां आती हैं जिनमें प्रतिशतता की संकल्पना काम में आती है। इस प्रकार की कुछ परिस्थितियां नीचे दी गई हैं। हम उन पर विचार करें और अपने दैनिक जीवन में प्रतिशतता के विस्तृत व्यवहार के महत्व को समझें।

1. पंजाब राज्य की हाल की बाढ़ में राज्य के 80% गांवों को प्रभावित किया है।
2. एक परिवार अपनी आय का 10% मकान किराए पर खर्च करता है।
3. वार्षिक परीक्षा में एक कक्षा में 50% विद्यार्थियों ने गणित में विशेष योग्यता प्राप्त की।
4. वहीदा ने सभी विषयों में 80% से अधिक अंक प्राप्त किए।

समाचार पत्रों, टी.वी. या रेडियो से ऐसी रिपोर्टें एकत्रित कीजिए जिनमें प्रतिशतताओं का प्रयोग किया गया है। उन रिपोर्टों में दी गई प्रतिशतताओं का अर्थ समझिए।

**उदाहरण 7.** एक कक्षा में 40 विद्यार्थी हैं। उनमें से 90% क्षेत्र भ्रमण पर गए। कितने विद्यार्थी क्षेत्र भ्रमण के लिए गए? कितने विद्यार्थी नहीं गए?

हल : क्षेत्र भ्रमण पर जाने वाले विद्यार्थियों की संख्या :

$$40 \text{ का } 90\% = 40 \times 0.90 = 36$$

इस प्रकार, उन विद्यार्थियों की संख्या जो क्षेत्र भ्रमण पर गए 36 है।
उन विद्यार्थियों की संख्या जो क्षेत्र भ्रमण पर नहीं गए (40-36), अर्थात् 4 है।

**उदाहरण 8.** एक टीम ने 10 खेलों में भाग लिया और उनमें से 80% में विजय पाई। उसने कितने खेलों में विजय पाई? यह मानते हुए कि कोई भी खेल अनिर्णित नहीं रहा, उसकी कितने खेलों में पराजय हुई?

हल : टीम द्वारा जीते गए खेलों की संख्या : 10 का 80%

$$= 10 \times \frac{80}{100}$$

$$= 8$$

इस प्रकार, टीम को 8 खेलों में विजय प्राप्त हुई और (10–8) या 2 खेलों में पराजय।

**उदाहरण 9.** एक दुकानदार ने एक ग्राहक द्वारा उसकी दुकान से खरीदी गईं वस्तुओं के लिए उनके मूल्य से 5% अतिरिक्त दाम वसूल किए। यदि खरीदी गई वस्तुओं का मूल्य 700 रु. है, तो उसमें वह कितने अतिरिक्त दाम वसूल करता है?

हल : अतिरिक्त दाम जो दुकानदार वसूल करता है : 700 रु. का 5%

$$= (700 \times \frac{5}{100}) \text{ रु.}$$

$$= 35 \text{ रु.}$$

इस प्रकार, दुकानदार द्वारा वसूल किये गये अतिरिक्त दाम 35 रु. हैं।

**आइए करें**

1. सार्वजनिक परीक्षा में प्रथम स्थान प्राप्त परीक्षार्थी ने 1000 में से 950 अंक प्राप्त किए। उसने अंकों की क्या प्रतिशतता प्राप्त की?
2. अनिल ने 96% अंक प्राप्त किए। परीक्षा के लिए उच्चतम अंक 1100 थे। अनिल ने कितने अंक प्राप्त किए?
3. अमिता ने एक विज्ञान की परीक्षा में, जिसमें 20 प्रश्न थे और सभी प्रश्नों के लिए बराबर अंक निर्धारित थे, 80% अंक प्राप्त किए। उसने कितने प्रश्नों के सही उत्तर दिए?
4. एक स्कूल ने बाढ़ पीड़ितों की सहायता के लिए 3000 रु. का चन्दा दिया। रकम के 10% का अंशदान अकेले सुधीर ने किया। उसने अकेले कितने रुपये चन्दे में दिए?
5. श्री ब्राउन अपने वेतन का 30% भोजन और कपड़ों पर व्यय करता है। यदि उनका वार्षिक वेतन 36000 रु. है, तो वह भोजन और कपड़ों पर कितना व्यय करता है?

6. दिल्ली से कलकत्ता की हवाई यात्रा का भाड़ा 1150 रु. और उस पर 10% टैक्स है। जाने और वापस आने का कुल हवाई भाड़ा ज्ञात कीजिए।

7. पवन के पिता जी ने एक मकान 54000 रु. में खरीदा। उन्होंने मूल्य के 40% का नकद भुगतान किया और बाकी राशि का भुगतान 5 समान किश्तों में किया। नकद के रूप में कितनी राशि का भुगतान किया गया? प्रत्येक किश्त में उन्होंने कितनी राशि का भुगतान किया?

[illegible]

1. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशतता में लिखिए :
(क) 65 सौवें (ख) $\frac{102}{100}$ (ग) $\frac{157}{100}$ (घ) 0.47 (ङ) 0.03 (च) $\frac{3}{25}$ (छ) $\frac{4}{5}$
(ज) $\frac{17}{50}$ (झ) $2\frac{1}{2}$

2. निम्न में से प्रत्येक को दशमलव में लिखिए :
(क) 7% (ख) 17% (ग) 70% (घ) 100% (ङ) 170% (च) 300%

3. निम्न में से प्रत्येक को भिन्न के लघुतम रूप में लिखिए :
(क) 5% (ख) 10% (ग) $12\frac{1}{2}\%$ (घ) $33\frac{1}{3}\%$ (ङ) $16\frac{2}{3}\%$ (च) 150%

4. कौन अधिक है : 160 का 25% या 200 का 22% ?

5. निम्न में से कौन 0.245 के समतुल्य है?
(क) 245% (ख) 24.5% (ग) 2.45% (घ) 0.245%

6. निम्न का मान ज्ञात कीजिए :
(क) 300 कि.ग्रा. का 15% (ख) 4 मी. का 50% (ग) 200 लि. का 100%

7. एक व्यक्ति ने 500 अंडे बिक्री करने के लिए खरीदे। उसे उनमें से 10% टूटे हुए मिले। कितने अंडे टूटे पाए गए?

8. एक प्रतियोगिता में, पारितोषिक की राशि 50 रु. है। यदि रमेश पारितोषिक की राशि का 40% जीतता है, तो वह कितने रुपये जीतता है?

9. एक मिश्र धातु में 30% जस्ता और बाकी तांबा है। 30 कि.ग्रा. मिश्र धातु में जस्ते की कितनी मात्रा है? तांबे की कितनी मात्रा है?

10. एक कम्पनी ने अपने सभी कर्मचारियों के लिए, उनके वेतन के 15% के बोनस की घोषणा की। श्री अॅलेक्ज़ेन्डर को कितना बोनस मिलेगा, यदि उसका मासिक वेतन 3000 रु. है?

11. एक कार का मूल्य मार्च में 67000 रु. था। अप्रैल में वह 10% अधिक था। अप्रैल में कार का मूल्य क्या था?

12. किसी बर्तन में 20 से.मी. की ऊंचाई तक भरे पानी में जब एक ठोस को डुबाया जाता है, तब पानी का स्तर उसकी ऊंचाई का $\frac{1}{5}$ ऊपर उठ जाता है। ऊँचाई में वृद्धि की प्रतिशतता क्या है? वर्तमान ऊंचाई क्या है?

# साधारण ब्याज

## I. ब्याज की संकल्पना

जब हम ऐसे मकान में रहते हैं, जिसके मालिक हम स्वयं नहीं हैं, तो हमें मकान मालिक को इसलिए कुछ रकम देनी पड़ती है क्योंकि हमने उसके मकान का उपयोग किया है। यह रकम मकान का किराया कहलाती है। इसी प्रकार, जब हम एक स्थान से दूसरे स्थान जाने के लिए कोई ऑटोरिक्शा लेते हैं, तब हम कुछ रकम अदा करते हैं जिसको ऑटोरिक्शा के उपयोग के लिए भाड़ा कहा जाता है। ऐसे ही, जब हम किसी व्यक्ति या वित्त-दाता कम्पनी से कुछ रकम उधार लेते हैं, तब हमें उस व्यक्ति या कम्पनी को कुछ रकम इसलिए देनी होती है क्योंकि हमने उस व्यक्ति या कम्पनी के रुपये का उपयोग किया है। यह रकम ब्याज कहलाती है। जब रकम उधार ली जाती है, तब इस रकम को प्रयोग करने वाला व्यक्ति उस व्यक्ति को ब्याज अदा करता है जिसने रकम उधार दी है, क्योंकि उसकी रकम प्रयोग की गई है।

यदि, हम कोई रकम बैंक या पोस्ट आफिस के बचत बैंक खाते में जमा करें, तो हम बैंक या पोस्ट आफिस को ऋण दे रहे होते हैं। क्योंकि बैंक या पोस्ट आफिस हमारी रकम का उपयोग करता है, वह हमें ब्याज अदा करता है। मान लीजिए, हम पोस्ट आफिस के बचत बैंक खाते में 1 वर्ष के लिए 500 रु. जमा करते हैं। रकम जमा करने के एक वर्ष बाद, पोस्ट आफिस हमें रकम जमा करने के बदले में ब्याज के रूप में 25 रु. देता है।

जैसे कि मकान का किराया अदा करने पर भी मकान, मकान-मालिक की ही सम्पत्ति बना रहता है, ठीक उसी प्रकार हमारे द्वारा बैंक या पोस्ट आफिस में जमा की गई रकम हमारी रकम बनी रहती है। किराया और ब्याज तो दूसरे व्यक्ति के मकान या रकम के प्रयोग के बदले में केवल उचित भुगतान हैं।

ऋण में दी गई या ली गई राशि मूलधन कहलाती है और उसके उपयोग किए जाने के लिए वसूल की गई अतिरिक्त रकम ब्याज कहलाती है। यदि देय ब्याज को मूलधन में जोड़ दिया जाए, तो कुल रकम जो हमें प्राप्त होती है या हम अदा करते हैं वह मिश्रधन कहलाता है।

मान लीजिए कि कुलदीप सिंह एक बचत बैंक खाते में 500 रु. एक वर्ष के लिए जमा करता है। मान लीजिए वह एक वर्ष के लिए 25.50 रु. ब्याज में प्राप्त करता है। यहां पर 500.00 रु. मूलधन है और 25.50 रु. ब्याज है। वर्ष के अन्त में वह कितनी रकम प्राप्त करेगा?

कुल रकम जो कुलदीप सिंह को एक वर्ष बाद प्राप्त होगी वह (500.00 + 25.50) रु., अर्थात् 525.50 रु. है जो कि मिश्रधन है।

इस प्रकार, मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

ब्याज दो प्रकार का होता है —साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज। जब ब्याज की गणना केवल प्रारम्भ में लगाए गए मूलधन के आधार पर उसके उपयोग के प्रत्येक वर्ष के लिए की जाती है तब वह **साधारण ब्याज**

कहलाता है। इस एकक में हम केवल साधारण ब्याज पर विचार विमर्श करेंगे। दूसरे प्रकार का ब्याज, अर्थात् **चक्रवृद्धि ब्याज**, इस पुस्तक के क्षेत्र से बाहर है। क्योंकि हम केवल साधारण ब्याज के विषय में विचार विमर्श कर रहे हैं, इसलिए इस प्रसंग के बाद से 'ब्याज' शब्द से हमारा तात्पर्य केवल साधारण ब्याज होगा।

## II. ब्याज की दर

बैंक, बचत बैंक खाते पर 5% प्रति वर्ष और सावधि जमा खाते पर 6% से 10% **प्रतिवर्ष तक** ब्याज देती है। इसके क्या अर्थ हैं? **5% प्रतिवर्ष ब्याज का अर्थ है कि 100 रु. पर प्रत्येक वर्ष के उपयोग के लिए 5 रु. ब्याज है।**

इसी प्रकार, $6\frac{1}{2}\%$ प्रतिवर्ष ब्याज का अर्थ है कि 100 रु. पर प्रत्येक वर्ष के उपयोग के लिए 6.50 रु. ब्याज है।

ब्याज की दर कभी-कभी निम्न भांति भी अभिव्यक्त की जाती है :

1. 5 पैसे प्रति रुपया प्रतिमास।
2. 50 पैसे प्रति 10 रुपया प्रतिमास।
3. 5 रुपये प्रति 100 रुपये प्रतिवर्ष।

## III. ब्याज को निर्धारित करने वाले घटक

वे कौन से घटक हैं जो ब्याज को निर्धारित करते हैं? निम्न सारणी को देखिए :

| **जमाकर्ता का नाम** | **जमा की गई राशि (मूलधन)** | **ब्याज की दर** | **जमा की अवधि** | **ब्याज** |
|---|---|---|---|---|
| गुरदीप | 1000.00 रु. | 6% | 1 वर्ष | 60.00 रु. |
| वीना | 2000.00 रु. | 6% | 1 वर्ष | 120.00 रु. |
| अशोक | 1500.00 रु. | 8% | 2 वर्ष | 240.00 रु. |
| नवीन | 1500.00 रु. | 6% | 2 वर्ष | 180.00 रु. |
| सरला | 3000.00 रु. | 7% | 1 वर्ष | 210.00 रु. |
| हनीफ | 3000.00 रु. | 7% | 2 वर्ष | 420.00 रु. |

1. श्री गुरदीप और सुश्री वीना ने समान अवधि, अर्थात् 1 वर्ष के लिए समान ब्याज की दर, अर्थात् 6% पर क्रमशः 1000 रु. और 2000 रु. जमा किए। किसको अधिक ब्याज प्राप्त हुआ? क्यों हुआ?
   सुश्री वीना को अधिक ब्याज प्राप्त हुआ क्योंकि उसने अधिक रकम जमा की थी।
   इस प्रकार, ब्याज जमा की गई राशि पर, अर्थात् मूलधन पर, निर्भर करता है।

2. श्री अशोक और श्री नवीन दोनों ने समान राशि, अर्थात् 1500 रु., समान अवधि, अर्थात् 2 वर्ष, के लिए किन्तु भिन्न ब्याज की दर पर जमा किए।
किसको अधिक ब्याज प्राप्त हुआ? क्यों हुआ?
श्री अशोक को अधिक ब्याज प्राप्त हुआ क्योंकि उसने ब्याज की ऊंची दर पर राशि जमा की थी। इस प्रकार, **ब्याज, ब्याज की दर पर निर्भर करता है।**

3. सुश्री सरला और श्री हनीफ दोनों ने समान राशि, अर्थात् 3000 रु., समान ब्याज की दर पर किन्तु भिन्न अवधिओं के लिए जमा की।
किसको अधिक ब्याज प्राप्त हुआ? क्यों हुआ?
श्री हनीफ को अधिक ब्याज प्राप्त हुआ क्योंकि उसने राशि अधिक अवधि के लिए जमा की।
इस प्रकार, **ब्याज उस अवधि पर निर्भर करता है जिसके लिए राशि जमा की गई है।**
उपरोक्त से हम क्या निष्कर्ष निकालते हैं?
उपरोक्त से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि ब्याज तीन घटकों पर निर्भर करता है, अर्थात्
(क) मूलधन पर
(ख) ब्याज की दर पर
(ग) समय-अवधि पर

## IV. ब्याज की गणना

अब हम साधारण ब्याज या ब्याज की गणना करना सीखेंगे। पहले हम एकिक विधि का प्रयोग करेंगे और उसके बाद ब्याज की गणना की संक्षिप्त विधि विकसित करेंगे।

**उदाहरण 1 .** श्याम ने अपने मित्र रमेश से 500.00 रु. 1 वर्ष के लिए 12% प्रतिवर्ष ब्याज पर उधार लिए। वह ब्याज ज्ञात कीजिए जो उसे 1 वर्ष बाद रमेश को अदा करना पड़ेगा।

*हल :*

100.00 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज : 12.00 रु.

1.00 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज : $\left(\frac{12}{100}\right)$ रु.

500.00 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज : $\left(\frac{12}{\cancel{100}} \times \overset{5}{\cancel{500}}\right)$

$= 60$ रु.

इस प्रकार, श्याम ने जो राशि उधार ली उसके उपयोग के लिए 60 रु. ब्याज के रूप में रमेश को अदा करने हैं।

**उदाहरण 2 .**

श्रीमती माथुर ने 16000.00 रु. का ऋण एक ऐसे बैंक से लिया जो 10% प्रतिवर्ष की ब्याज वसूल करता है। यदि वह उस राशि को दो वर्ष बाद लौटाती है, तो उसे कितना ब्याज अदा करना होगा?

*हल :*

100.00 पर 1 वर्ष का ब्याज : 10.00 रु.

1.00 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज : $\left(\frac{10}{100}\right)$ रु.

16000.00 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज : $\left(\frac{10}{100} \times 16000\right)$ रु.

16000.00 रु. पर 2 वर्ष का ब्याज : $\left(\frac{10}{\cancel{100}} \times \overset{160}{\cancel{16000}} \times 2\right) = 3200$ रु.

इस प्रकार, श्रीमती माथुर को 3200 रु. ब्याज के रूप में अदा करने पड़ेंगे।

*टिप्पणी :* यहां पर हम देखते हैं कि

मूलधन : 16000.00 रु.

ब्याज की दर : 10% या $\frac{10}{100}$ प्रतिवर्ष

अवधि : 2 वर्ष

ब्याज : (16000 × 10% × 2) रु., अर्थात् मूलधन, प्रतिशत दर और अवधि (वर्षों में) का गुणनफल।

**इसलिए .**

**ब्याज = मूलधन × दर × अवधि**

जहां पर 'दर' को प्रतिशत प्रति वर्ष के रूप में और 'अवधि' को वर्षों में व्यक्त किया जाता है।

**उदाहरण 3 .**

1800 रु. पर $3\frac{1}{2}\%$ प्रतिवर्ष पर $2\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

*हल :*

यहां पर,

मूलधन : 1800 रु.

दर : $3\frac{1}{2}\%$ प्रति वर्ष

अवधि : $2\frac{1}{2}$ या $\frac{5}{2}$ वर्ष

अतः,

ब्याज = (1800 × 7 $\frac{5}{2}$ = 157 .50 रु.

इस प्रकार, साधारण ब्याज 157.50 रु. है।

**उदाहरण 4 ·** गीता ने एक महाजन से 1500 रु. 9% प्रतिवर्ष पर 5 वर्ष के लिए ऋण में लिए। वह ब्याज ज्ञात कीजिए जो उसे महाजन को 5 वर्ष बाद अदा करना पड़ा। वह मिश्रधन भी ज्ञात कीजिए जो उसे महाजन को 5 वर्ष बाद अदा करना पड़ा।

हल :

मूलधन : 1500 रु.
दर : 9% प्रतिवर्ष
अवधि : 5 वर्ष
अतः, ब्याज = $\left(\overset{15}{\cancel{1500}} \times \frac{9}{\cancel{100}} \times 5\right)$ = 675 रु.

अतः गीता द्वारा महाजन को 675 रु. ब्याज के रूप में अदा करने पड़े।
साथ ही, मिश्रधन = मूलधन + ब्याज
= 1500 रु. + 675 रु. = 2175 रु.

इस प्रकार, गीता द्वारा महाजन को 2175 रु. मिश्रधन के रूप में अदा करने पड़े।

**उदाहरण 5 ·** अहमद ने अपने मित्र से 1200 रु. 8% प्रतिवर्ष ब्याज पर ऋण में लिए। उसने 8 मास बाद राशि लौटा दी। उसने अपने मित्र को कितना ब्याज अदा किया? मिश्रधन भी ज्ञात कीजिए।

हल :

मूलधन : 1200 रु.
दर : 8% प्रतिवर्ष
अवधि : 8 मास या $\frac{2}{3}$ वर्ष

अतः ब्याज = $\left(1200 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{3}\right)$
= 64 रु.
साथ ही, मिश्रधन = 1200 रु. + 64 रु.
= 1264 रु.

इस प्रकार, अहमद ने अपने मित्र को 64 रु. ब्याज के रूप में और 1264.00 रु. मिश्रधन के रूप में अदा किए।

**आइए करें**

1. ब्याज ज्ञात कीजिए :

(क) 1000 रु. पर 2 वर्ष के लिए 7 % प्रतिवर्ष की दर से
(ख) 3500 रु. पर 3 वर्ष के लिए 9% प्रतिवर्ष की दर से
(ग) 500 रु. पर 5 वर्ष के लिए $7\frac{1}{2}\%$ प्रतिवर्ष की दर से
(घ) 1400 रु. पर $2\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए $4\frac{1}{2}$ प्रतिवर्ष की दर से
(ङ) 2200 रु. पर 6 मास के लिए 3% प्रतिवर्ष की दर से

2. एक व्यक्ति अपने मित्र से 400 रु. ऋण में लेता है। वह उसे 1 वर्ष में 5% प्रतिवर्ष ब्याज के साथ वापस करने के लिए सहमत होता है। वह कितना मिश्रधन अदा करेगा?

3. चार्ली ने सावधि जमा खाते में 3000 रु. जमा किए। बैंक 6% प्रतिवर्ष की दर से ब्याज देती है। 2 वर्ष के अन्त में चार्ली को कितना ब्याज प्राप्त होगा? 2 वर्ष बाद उसे कुल कितनी रकम प्राप्त होगी?

4. एक व्यक्ति ने 500 रु. 6% प्रतिवर्ष ब्याज की दर पर उधार लिया। $3\frac{1}{2}$ वर्ष के अन्त में, उसने 350 रु. की रकम वापस की और शेष रकम के बदले में अपना रेडियो दिया। रेडियो का मूल्य ज्ञात कीजिए।

5. एक व्यक्ति ने एक महाजन से 3000 रु० ऋण में लिए। वह उस में से प्रत्येक वर्ष के अन्त में 1000 रु० उस वर्ष के ब्याज के साथ वापस करने के लिए सहमत हो गया। ब्याज की दर 4% है। निम्न बातें ज्ञात कीजिए:

(क) ब्याज जो उसने पहले वर्ष के अन्त में अदा किया;
(ख) कुल रकम जो उसने पहले वर्ष के अन्त में अदा की;
(ग) दूसरे वर्ष के लिए मूलधन;
(घ) ब्याज जो उसने दूसरे वर्ष के लिए अदा किया;
(ङ) तीसरे वर्ष के लिए मूलधन; और
(च) वह रकम जो उसने तीसरे वर्ष के अन्त में अदा की।

1. यदि मूलधन 500 रु० है और ब्याज 20 रु० है तो मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

2. यदि मिश्रधन 450 रु० है और मूलधन 415 रु० है, तो ब्याज ज्ञात कीजिए।

3. यदि मिश्रधन 535 रु० है और ब्याज 35 रु० है, तो मूलधन ज्ञात कीजिए।

(क) 6% प्रतिवर्ष की दर से 500 रु० पर 8 मास के लिए

(ख) $6\frac{1}{2}$% प्रतिवर्ष की दर से 2000 रु० पर 8 वर्ष के लिए

5. सुरेश ने शमीम से 650 रु० 8% प्रतिवर्ष की दर पर उधार लिए। उसने 6 मास बाद रकम लौटाई। उसने कुल कितनी रकम शमीम को दी?

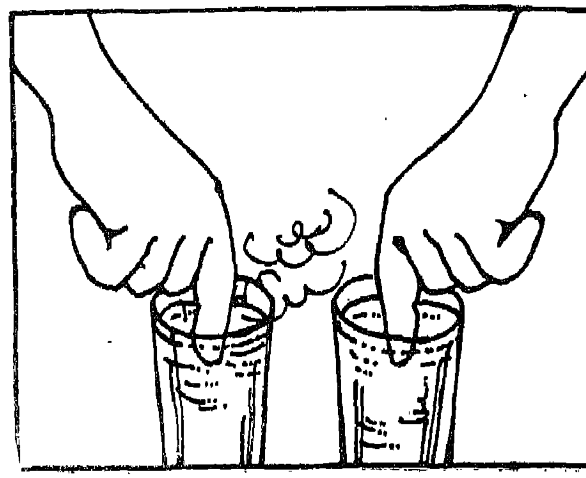
6. एक व्यक्ति ने एक वित्त कम्पनी में 7200 रु० लगाए। यदि कम्पनी 14% प्रतिवर्ष की दर से ब्याज देती है, तो उस रकम का निर्धारण कीजिए जो उसे 5 वर्ष 4 मास बाद प्राप्त होगी।

# तापमान

हमने विभिन्न प्रकार के मापों, अर्थात् लम्बाई, द्रव्यमान, धारिता और समय, के विषय में सीखा है। अब हम एक और माप के विषय में सीखेंगे जिसे **तापमान** कहते हैं।

## I. तापमान की संकल्पना

दो पानी के गिलास लीजिए, एक गर्म पानी से भरा और दूसरा ठण्डे पानी से। एक हाथ की उंगलियां गर्म पानी के गिलास में डालिए और दूसरे हाथ की उंगलियां ठण्डे पानी के गिलास में।



आकृति 1

क्या आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि गिलासों में पानी कितना गरम या ठण्डा है?

यद्यपि आप संभवतया यह अनुभव कर सकते हैं कि यह या तो गरम है या ठण्डा, किन्तु यह कहना शायद कठिन होगा कि वह कितना गरम या कितना ठण्डा है।

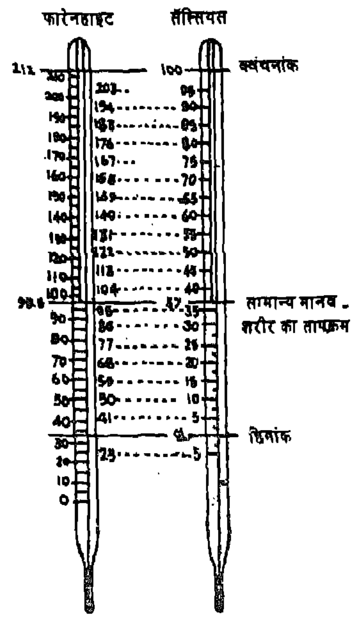
कोई वस्तु/तरल कितना गरम या कितना ठण्डा है इसे व्यक्त करने के लिए प्रयोग किए जाने वाले कुछ सामान्य शब्द हैं 'गरम', 'अधिक गरम नहीं', 'ठण्डा', 'अधिक ठण्डा नहीं', आदि। किन्तु कई अवसरों पर गरमी के बिल्कुल ठीक माप की आवश्यकता होती है। उदाहरण के लिए जब हम को ज्वर होता है, तो हम उसकी गर्मी का अनुभव करते हैं। हमारा इलाज करने के लिए यह जानने की आवश्यकता होती है कि गर्मी का बिल्कुल ठीक माप क्या है।

यह जानने के लिए कि पानी कितना गरम या कितना ठण्डा है, हमें गरमपन या ठण्डेपन के किसी माप की आवश्यकता है। **तापमान इसी प्रकार का एक माप है कि कोई शरीर, वस्तु या पदार्थ कितना गरम या ठण्डा है।** प्रतिदिन प्रातः काल हम समाचार पत्र में पढ़ते हैं, रेडियो पर सुनते हैं या टेलीविजन में देखते हैं कि विभिन्न शहरों का दैनिक अधिकतम और न्यूनतम तापमान क्या है। हमारे दिन-प्रति-दिन के क्रिया-कलापों में यह जानना हमारे लिए बहुत उपयोगी होता है कि दिन में विभिन्न समयों पर तापमान क्या है। उदाहरण के लिए, किसी विशेष दिन प्रातः कालीन तापमान जानने के बाद हम घर से बाहर निकलते समय उसी के अनुसार उपयुक्त कपड़े पहन सकते हैं।

## II. थर्मामीटर (तापमापी)

उन उपकरणों को याद कीजिए जिनका उपयोग हम किसी वस्तु की लम्बाई, किसी वस्तु के द्रव्यमान, किसी पात्र की धारिता, आदि के मापन के लिए करते हैं। हम किसी वस्तु की लम्बाई मापने के लिए मीटर रॉड या रूलर का, और किसी वस्तु का द्रव्यमान ज्ञात करने के लिए स्प्रिंगदार तुला का, प्रयोग करते हैं। इसी प्रकार, किसी वस्तु का तापमान मापने के लिए हम एक विशेष उपकरण का प्रयोग करते हैं जिसको थर्मामीटर कहते हैं।

थर्मामीटर में एक मापक्रम (स्केल) होता है। हमें उपलब्ध अधिकांश थर्मामीटरों में हमें दो प्रकार के मापक्रम मिलते हैं। कुछ थर्मामीटरों में मापक्रम अंशांक (डिग्री) फारेनहाइट ($^0$ फा.) में होता है और कुछ दूसरों में अंशांक (डिग्री) सेल्सियस ($^0$ सॅ.) में होता है। दाईं ओर दी गई आकृति में, दो थर्मामीटर दिए गए हैं जिनमें एक में अंशांक फारेनहाइट में और दूसरे में अंशांक सेल्सियस में मापक्रम दिए गए हैं। दो थर्मामीटरों को देखने से हमें ज्ञात होता है कि सेल्सियस मापक्रम में $0^0$ पानी के हिमांक (जमाव बिन्दु) के रूप में और $100^0$ पानी के क्वथनांक (उबाल बिन्दु) के रूप में दिया गया है। फारेनहाइट मापक्रम में $32^0$ पानी के हिमांक के रूप में और $212^0$ पानी के क्वथनांक के रूप में होता है। आजकल, अधिकांश देशों मे अशाक सेल्सियस मापक्रम युक्त थर्मामीटर प्रयोग किए जाते हैं। हमारे देश में, दोनों प्रकार के मापक्रमों से युक्त थर्मामीटर पाए जाते और प्रयोग किए जाते हैं।




आकृति 2

## III. एक मापक्रम का दूसरे मापक्रम में परिवर्तन

एक मापक्रम में तापक्रम दिया होने पर, हम उसको दूसरे मापक्रम में अभिव्यक्त कर सकते हैं। नीचे दिए गए आरेख की सहायता से हम यह परिवर्तन करना सीखें:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| अंशांक सॅल्सियस में तापमान | 9 से गुणा कीजिए → | 5 से भाग कीजिए → | 32 जोड़िए → | अंशांक फारेनहाइट में तापमान |
| | ← 9 से भाग कीजिए | ← 5 से गुणा कीजिए | ← 32 घटाइए | |

उपरोक्त आरेख की सहायता से हम (i) $40^0$ सॅ. तापक्रम को $^0$फा. में और (ii) $122^0$ फा. तापक्रम को $^0$सॅ. में बदलना सीखें

(i) 40 —9 से गुणा कीजिए→ 360 —5 से भाग कीजिए→ 72 —32 जोड़िए→ 104

इस प्रकार, $40^0$ सॅ. = $104^0$ फा.

(ii) 122 —32 घटाइए→ 90 —5 से गुणा कीजिए→ 450 —9 से भाग कीजिए→ 50

इस प्रकार, $122^0$ फा. = 50 सॅ।

1. तापमान मापने के लिए किस उपकरण का प्रयोग किया जाता है?
2. अंशांक सॅल्सियस में पानी का क्वथनांक क्या होता है?
3. अंशांक फारेनहाइट में पानी का हिमांक क्या होता है?
4. सॅल्सियस मापक्रम में दिए गए निम्न तापमानों को फारेनहाइट मापक्रम में अभिव्यक्त कीजिए :
   (क) $30^0$ सॅ. (ख) $20^0$ सॅ. (ग) $45^0$ सॅ. (घ) $100^0$ सॅ.
5. फारेनहाइट मापक्रम में दिए गए निम्न तापमानों को सॅल्सियस मापक्रम में अभिव्यक्त कीजिए:
   (क) $95^0$ फा. (ख) $113^0$ फा. (ग) $131^0$ फा. (घ) $203^0$ फा.

## IV. ज्वरमापी (क्लिनिकल) थर्मामीटर का पठन

मानव शरीर के तापक्रम को मापने के लिए डाक्टर द्वारा प्रयोग किया जाने वाला थर्मामीटर **ज्वरमापी या डाक्टरी थर्मामीटर** कहलाता है। नीचे फारेनहाइट मापक्रम युक्त थर्मामीटर का एक आरेख दिया गया है। इसी थर्मामीटर को हम घर में रखते हैं और उसका प्रयोग परिवार के सदस्यों को ज्वर होने पर उनके शरीर का तापमान मापने के लिए करते हैं।

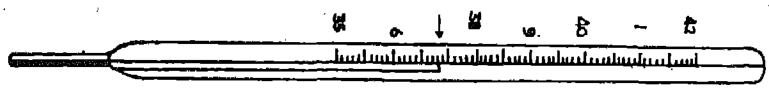


फॉरेनहाइट में अंकित ज्वरमापी थर्मामीटर

आकृति 3

यह अंशांक फारेनहाइट में अंकित होता है। अंशांक छोटी और बड़ी लाइनों द्वारा दर्शाए जाते हैं। पहली बड़ी लाइन पर 94 की संख्या अंकित होती है। स्थान की कमी के कारण केवल एक = एक छोड़ कर संख्याएं अंकित होती हैं, जिससे संख्याएं इस प्रकार होती हैं : 94, 96, 98, 100, 102, 104, 106 और 108। प्रत्येक दो बड़ी खड़ी रेखाओं के बीच में चार खड़ी छोटी रेखाएं होती है जो अंशांक को पांच बराबर भागों में विभाजित करती हैं। इस प्रकार प्रत्येक खडी छोटी रेखा $\frac{1}{5}$ या 0.2 अंशांक को दर्शाती है।

*टिप्पणी :* आजकल, डाक्टरों द्वारा सैल्सियस मापक्रम युक्त थर्मामीटर भी प्रयोग किए जाते हैं। नीचे सैल्सियस मापक्रम युक्त थर्मामीटर का चित्र दिया गया है :



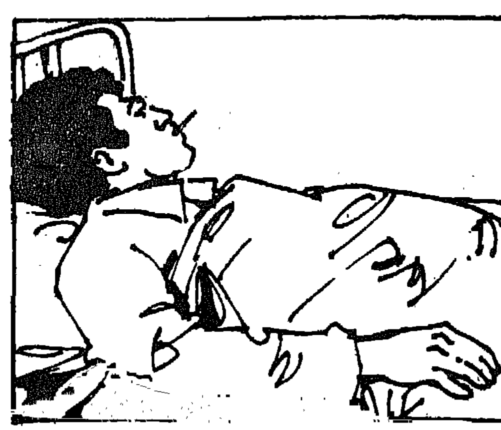
सैल्सियस मापक्रम युक्त थर्मामीटर

आकृति 4

**थर्मामीटर पढ़ना**

**शरीर का तापमान मापने के लिए, हम सामान्यतया रोगी के मुंह में थर्मामीटर लगाते हैं। छोटे बच्चों के रोगी होने पर उसे कांख में लगाते हैं।**

**जब थर्मामीटर को मुंह में रखा जाता है तब तापक्रम में वृद्धि होने के कारण पारा फैलता है और उसके कारण पारे का स्तर नली में ऊपर चढ़ता है। कुछ समय बाद हम देखते हैं कि पारे का स्तर ऊपर चढ़ना रुक जाता है और वह एक स्थान पर स्थिर रहता है। तब हम थर्मामीटर मुंह से निकाल लेते हैं। छोटी या बड़ी रेखा जिस पर पारा चढ़ना रुक जाता है शरीर के तापमान को दर्शाती है। उदाहरण के लिए, यदि पारा 102 अंकित अंशांक के बाद की पहली छोटी रेखा पर रुकता है तो, तापमान फारेनहाइट मापक्रम में 102 और 0.2 या 102.02 है।**



आकृति 5

**सावधानी :** थर्मामीटर को प्रयोग करने से पहले, हमें झटका दे कर ऐसी स्थिति में लाना चाहिए कि नली में पारे का स्तर 98 अंकित अंशांक के नीचे आ जाए जो कि सामान्य अवस्था में शरीर का अनुमानित तापक्रम होता है।

दो थर्मामीटर लीजिए, जिनमें से एक में फारेनहाइट मापक्रम अंकित हो और दूसरे में सॅल्सियस मापक्रम। फारेनहाइट मापक्रम वाले थर्मामीटर के बल्ब को हाथ में इतनी देर तक पकड़िए कि पारे का स्तर चढ़ना रुक जाए। तामपान को पढ़िए और अपनी नोटबुक में लिखिए। अब, सॅल्सियस मापक्रम थर्मामीटर को हाथ में तब तक पकड़िए जब तक कि पारे का स्तर चढ़ना न रुक जाए। तापमान को पढ़िए और उसको अपनी नोट बुक में लिखिए। खण्ड III में जो प्रक्रिय समझाई गई थी उसकी सहायता से, इस बात की जांच कीजिए कि दोनों पाठ्यांक समान हैं।

*मनुष्य के शरीर के तापमान के विषय में निम्न तथ्यों की जांच की जा सकती है:*

1 किसी वयस्क के शरीर का सामान्य तापमान लगभग $98.6^0$ फा, ($37^0$ सें.) होता है। बच्चों में यह कुछ अधिक होता है।

2. दिन के समय में शरीर का सामान्य तापमान $1.8^0$ फा. ($1^0$ सें.) बढ़ जाता है। प्रभातकाल में तापमान निम्नतम होता है और देर अपरान्ह में अधिकतम होता है।

3. ज्वर से पीड़ित मनुष्य के शरीर का तापमान $98.6^0$ फा. ($37^0$ सें.) से अधिक होता है।

4. मनुष्य के शरीर का तापमान $94^0$ फा. ($34.4^0$ सें.) से कम और $108^0$ फा. ($42.2^0$ सें.) से अधिक नहीं होता है। एक वयस्क व्यक्ति का तापमान कभी भी $105^0$ फा. ($40.5^0$ सें.) से अधिक नहीं होता और एक बच्चे का तापमान कभी भी $107^0$ फा. ($41.6^0$ सें.) से अधिक नहीं होता।

1. किसी वस्तु का गरमपन या ठण्डापन मापने के लिए हम किस उपकरण का प्रयोग करते हैं?

2. थर्मामीटर को अंकित करने की दो सामान्य विधियां क्या हैं?

3. रिक्त स्थानों को भरिए:
   (क) जमे हुए पानी का तापमान $32^0$ फा. या — $^0$ सें. होता है।
   (ख) उबलते हुए पानी का तापमान $100^0$ सें. या — $^0$ फा. होता है।
   (ग) एक स्वस्थ वयस्क का तापमान —$^0$ सें. होता है।
   (घ) दिन में मनुष्य का तापमान में —$^0$ सें. का परिवर्तन होता है।

4. निम्न तापमानों को दूसरे मापक्रम में व्यक्त कीजिए:
   (क) $122^0$ फा. (ख) $95^0$ फा. (ग) $80^0$ सें. (घ) $70^0$ सें.

# बीजक (बिल)

पहले कई बार हमने वस्तुएं खरीदने और बिक्री करने के विषय में चर्चा की है। पिछले एककों में से एक में हमने क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ और हानि के विषय में सीखा है। अब हम उन गतिविधियों के विषय में और अधिक सीखेंगे जो बाजार में होती हैं।

जब आपके माता-पिता खरीदारी के लिए बाजार जाएं तब आप उनके साथ-साथ जाइए। इस बात को ध्यान से देखिए कि वस्तुएं किस प्रकार दुकानदार द्वारा बिक्री की जाती हैं और ग्राहकों और आपके माता-पिता द्वारा खरीदी जाती हैं। आप शायद निम्न गतिविधियां देखेंगे :

1. दुकानदार ग्राहकों से यह पूछता है कि उनको कौन-कौन सी वस्तुएं चाहिए और किस मात्रा में चाहिए।
2. जो वस्तुएं ग्राहक खरीदना चाहते हैं वे उनके दामों के विषय में पूछते हैं।
3. दुकानदार एक पुस्तक में कागज की परची पर उन वस्तुओं को लिखता है जिनकी ग्राहकों को आवश्यकता है।
4. दुकानदार ग्राहकों द्वारा खरीदी गई प्रत्येक वस्तु के दाम का हिसाब लगाता है।
5. दुकानदार कागज की परची ग्राहकों को दे देता है जिससे वे यदि चाहें तो, उसकी विभिन्न प्रविष्टिओं की जांच कर लें।
6. ग्राहक खरीदी गई वस्तुओं से मिला कर इस बात की पुष्टि करते हैं कि कागज की परची की विभिन्न प्रविष्टियां सही हैं या नहीं, और दाम चुकता करते हैं।

कागज की इस परची को क्या कहते हैं? इसके अन्दर क्या होता है? जब कोई ग्राहक उसकी दुकान से सामान खरीदता है तब वह अपने ग्राहक को इस प्रकार की परची क्यों देता है?

इस परची पर दुकानदार द्वारा ग्राहक की आवश्यकता की वस्तुएं लिखी जाती हैं और तब ग्राहक द्वारा खरीदी गई सभी वस्तुओं के कुल मूल्य का हिसाब लगाया जाता है और लिखा जाता है। उसके बाद वह इस परची को पुस्तक में से फाड़ कर ग्राहक को देता है जिससे वह, यदि चाहे तो, विभिन्न प्रविष्टियों की जांच कर सके। इस विक्रय परची पर लिखी गई रकम के अनुसार ग्राहक भुगतान करता है।

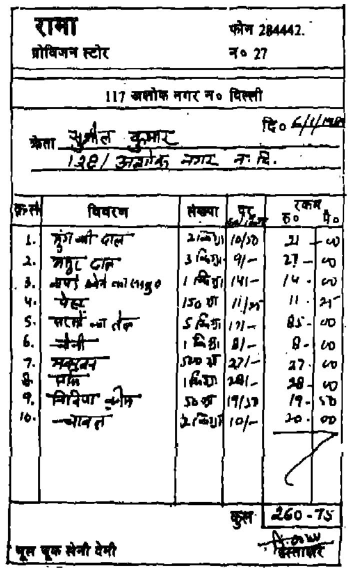
## I. बीजक की संकल्पना

कोई भी दुकानदार गणना में भूल नहीं करना चाहता। यदि दुकानदार अधिक दाम वसूल करता है तो उसे अपना ग्राहक खोना पड़ सकता है; यदि वह कम दाम वसूल करता है तो उसे धन हानि होती है। दिन-प्रति-दिन की बिक्री का लेखा रखने के लिए वह **विक्रय पुस्तक** का प्रयोग करता है जिसे **बिल पुस्तक** भी कहते हैं। इस पुस्तक का प्रत्येक पृष्ठ **विक्रय परची** या **बिल** (बीजक) कहलाता है।

## II. बीजक को पढ़ना

नीचे ऐसे बिल का एक नमूना दिया गया है जो एक परचून भण्डार से कुछ वस्तुएं खरीदने पर एक ग्राहक

को दिया गया :




आकृति 1

उपरोक्त बिल का हम ध्यानपूर्वक निरीक्षण करें और ज्ञात करें कि उसमें कौन सी सूचनाएं दी गई हैं।

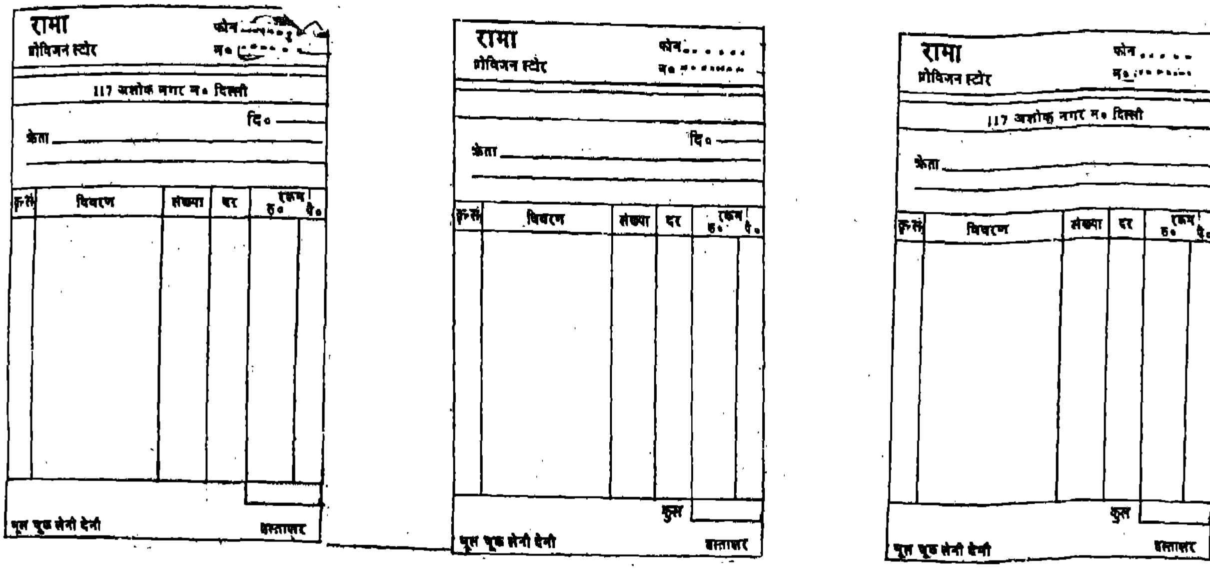
1. दुकान/भण्डार का नाम।
2. स्थान जहां पर दुकान/भण्डार स्थित है।
3. वह तारीख जिस दिन ग्राहक वस्तुएं खरीदता है।
4. वस्तुओं के नाम और उनका परिमाण।
5. प्रत्येक वस्तु का प्रति इकाई मूल्य।
6. प्रत्येक वस्तु का वह मूल्य जो एक इकाई के मूल्य को खरीदी गई वस्तुओं की इकाइयों की संख्या से गुणा करने पर प्राप्त होता है।
7. खरीदी गई विभिन्न वस्तुओं का कुल मूल्य।
8. उस व्यक्ति के हस्ताक्षर जो बिल तैयार करता है।

जैसा कि ऊपर कहा गया है, परची या बिल ग्राहक को प्रविष्टियों की जांच व पुष्टि के लिए दे दी जाती है।

दिन-प्रति-दिन के जीवन में हमें विभिन्न प्रकार के बिल प्राप्त होते हैं, जैसे कि गैस बिल, टेलीफोन बिल, परचून का बिल, राशन का बिल, आदि। उनका ध्यान-पूर्वक निरीक्षण कीजिए। क्या वे देखने में एक जैसे लगते हैं। नहीं, वे देखने में एक जैसे नहीं हैं, अर्थात्, विभिन्न बिलों में की गई प्रविष्टियां बिल्कुल एक जैसी नहीं हैं। ऐसा इसलिए है कि विभिन्न एजेन्सियों या दुकानों की आवश्यकताएं भिन्न होती हैं।

घर पर आने वाले विभिन्न प्रकार के बिलों को एकत्रित कीजिए। उनका ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए। उनकी समानताओं और असमानताओं का निरीक्षण कीजिए। उन समानताओं और असमानताओं के कारण ज्ञात कीजिए।

नीचे बिलों के कुछ नमूने दिए गए हैं। इनके अन्दर कुछ गलतियाँ हैं। बिलों को पढ़िए और गलतियों को ज्ञात कीजए।

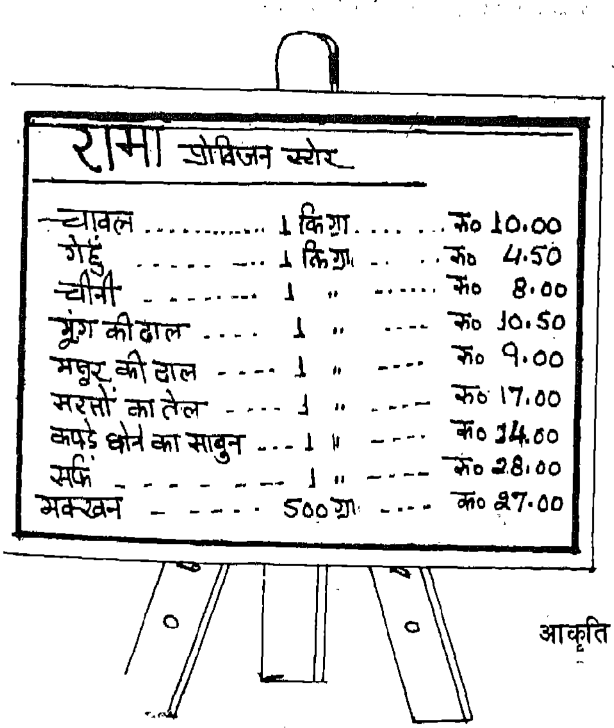



आकृति 2

## II. बीजक तैयार करना

अब हम यह सीखें कि बिल कैसे तैयार किया जाता है।

नीचे राम प्रॉविजन स्टोर, 177 अशोक नगर, नई दिल्ली-110016 में प्रदर्शित एक मूल्य सूची दी गई है।

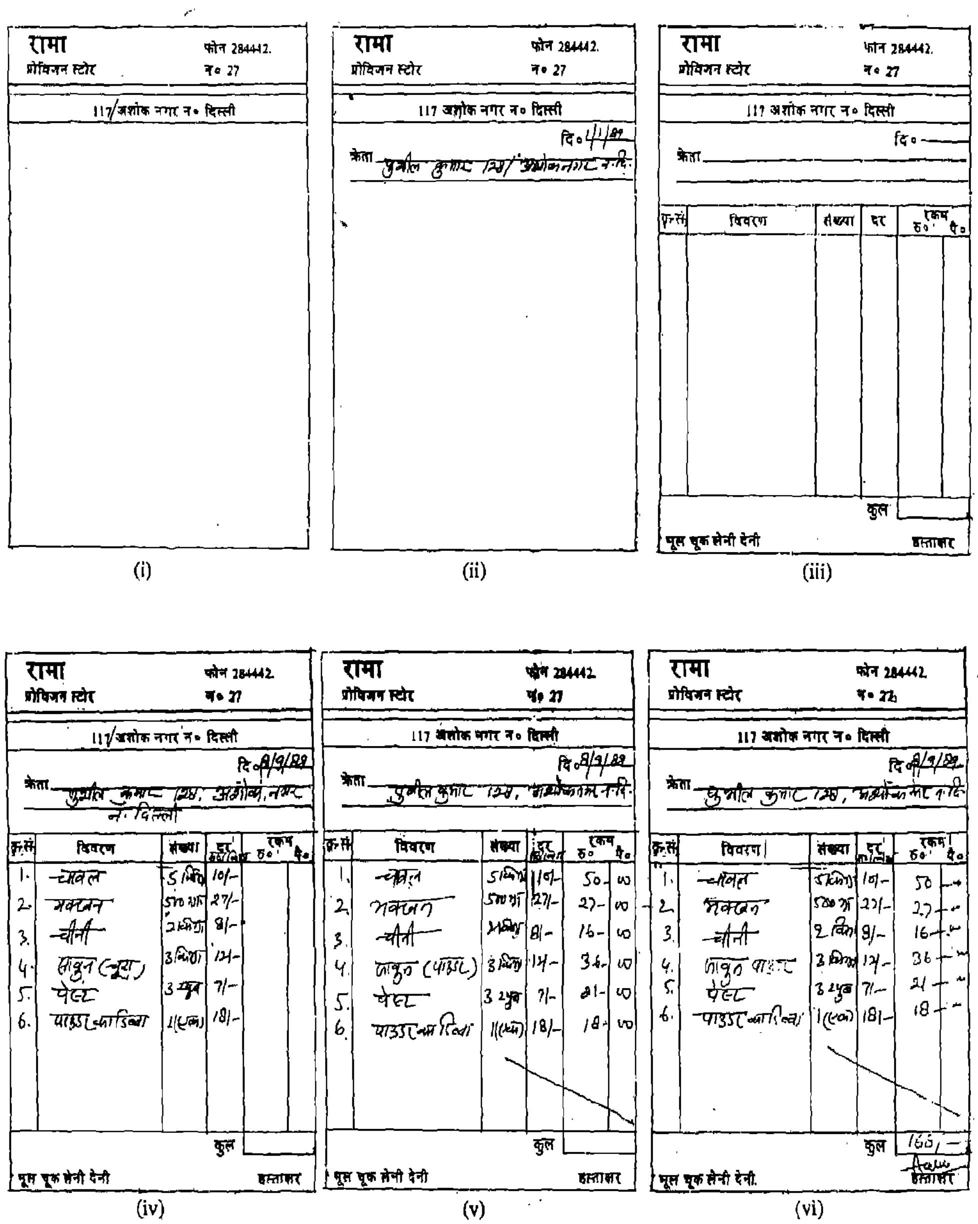



आकृति 3

सितम्बर 8, 1988 को, एक ग्राहक श्री सुशील कुमार ने उस प्रॉविजन स्टोर से निम्न वस्तुएं खरीदीं :

5 कि.ग्रा. चावल, 500 ग्रा. मक्खन, 2 कि. ग्रा. चीनी, 3 कि. ग्रा. साबुन का पाउडर, टूथपेस्ट के 3 ट्यूब और एक टिन पाउडर।

हम श्री सुशील कुमार के लिए एक सादा कागज पर बिल तैयार करें।




आकृति 4

**चरण 1.** आकृति 4 (i) में दर्शाए अनुसार, स्टोर का नाम और पता/स्थान लिखिए।

**चरण 2.** तारीख जिस दिन वस्तुएं खरीदी गईं और ग्राहक का नाम और पता आकृति 4(ii) में दर्शाए अनुसार लिखिए।

**चरण 3.** जैसा कि आकृति 4(iii) में दर्शाया गया है, पांच कालम खींचिए, अर्थात् क्रम संख्या, वस्तु का नाम, मात्रा, मूल्य प्रति इकाई और दाम।

**चरण 4.** जैसा कि आकृति 4(iv) में दर्शाया गया है, उपरोक्त कालमों में सुशील कुमार द्वारा खरीदी गई वस्तुओं के नाम, उनकी मात्रा और एक इकाई का मूल्य लिखिए।

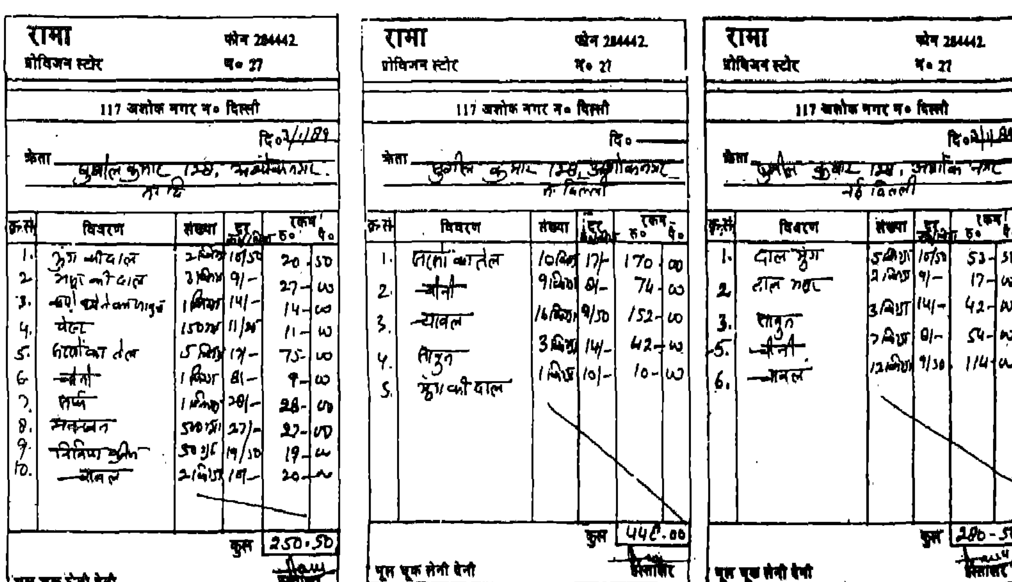
**चरण 5.** जैसा कि आकृति 4(v) में दर्शाया गया है, प्रत्येक वस्तु के दामों की गणना कीजिए।

**चरण 6.** जैसा कि आकृति 4(vi) में दर्शाया गया है, सुशील कुमार द्वारा खरीदी गई वस्तुओं के कुल दामों की गणना कीजिए।

आकृति 4(vi) उस बिल (बीजक) के नमूने को दर्शाता है जो कि दुकानदार ग्राहक सुशील कुमार को देगा।

**आइए करें**

1. निम्न बिलों में से प्रत्येक की गलती/गलतियां ज्ञात कीजिए :



रामा प्रोविजन स्टोर — फोन 284442 — मं० 27 — 117 अशोक नगर न० दिल्ली

दि० 2/1/89

क्रेता सुशील कुमार, [illegible], अशोक नगर, नई दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० | पै० |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | मूंग की दाल | 2 किलो | 10/50 | 20 | 50 |
| 2. | अरहर की दाल | 3 किलो | 9/- | 27 | 00 |
| 3. | [illegible] | 1 किलो | 14/- | 14 | 00 |
| 4. | [illegible] | 150 ग्राम | 11/50 | 11 | 00 |
| 5. | सरसों का तेल | 5 किलो | 15/- | 75 | 00 |
| 6. | चीनी | 1 किलो | 8/- | 9 | 00 |
| 7. | मिर्च | 1 किलो | 28/- | 28 | 00 |
| 8. | मक्खन | 500 ग्रा | 27/- | 27 | 00 |
| 9. | [illegible] | 500 ग्रा | 19/50 | 19 | 00 |
| 10. | चावल | 2 किलो | 10/- | 20 | 00 |

कुल 250.50

भूल चूक लेनी देनी — हस्ताक्षर

(क)

रामा प्रोविजन स्टोर — फोन 284442 — मं० 27 — 117 अशोक नगर न० दिल्ली

दि० ——

क्रेता सुशील कुमार, [illegible], अशोक नगर, नई दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० | पै० |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | तिलों का तेल | 10 किलो | 17/- | 170 | 00 |
| 2. | चीनी | 9 किलो | 8/- | 74 | 00 |
| 3. | चावल | 16 किलो | 9/50 | 152 | 00 |
| 4. | साबुन | 3 किलो | 14/- | 42 | 00 |
| 5. | मूंग की दाल | 1 किलो | 10/- | 10 | 00 |

कुल 448.00

भूल चूक लेनी देनी — हस्ताक्षर

(ख)

रामा प्रोविजन स्टोर — फोन 284442 — मं० 27 — 117 अशोक नगर न० दिल्ली

दि० 2/1/89

क्रेता सुशील कुमार, [illegible], अशोक नगर, नई दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० | पै० |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | दाल मूंग | 5 किलो | 10/50 | 53 | 50 |
| 2. | दाल [illegible] | 2 किलो | 9/- | 17 | 00 |
| 3. | साबुन | 3 किलो | 14/- | 42 | 00 |
| 5. | चीनी | 7 किलो | 8/- | 54 | 00 |
| 6. | चावल | 12 किलो | 9/50 | 114 | 00 |

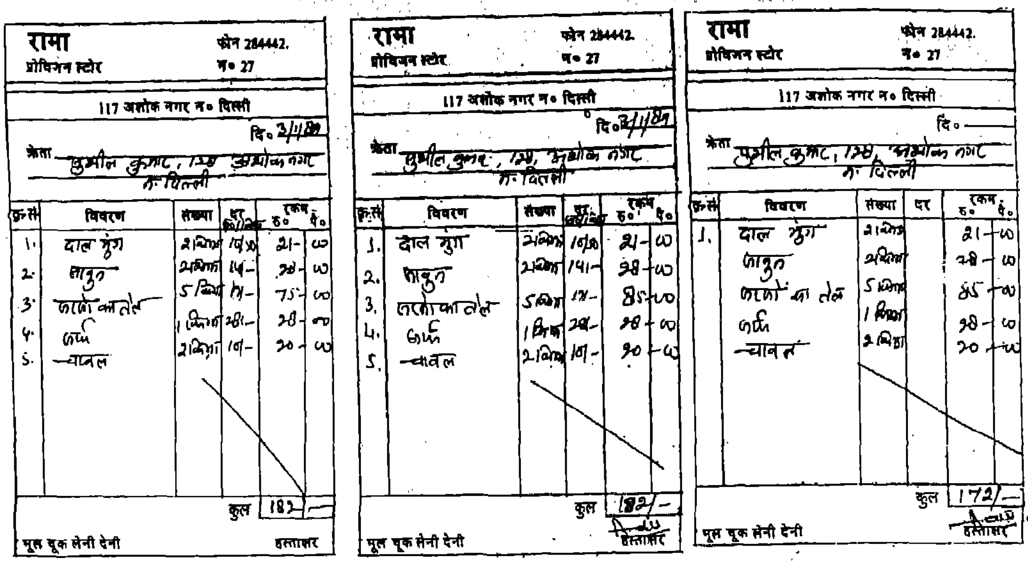
कुल 280-50

भूल चूक लेनी देनी — हस्ताक्षर

(ग)

आकृति 5

2. निम्न बिलों में से किन में सभी प्रविष्टियां सही हैं :



(क)

रामा प्रोविजन स्टोर फोन 284442. नं० 27
117 अशोक नगर न० दिल्ली
दि० 3/1/89
क्रेता सुशील कुमार, 129 अशोक नगर न० दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० पै० |
|---|---|---|---|---|
| 1. | दाल मूंग | 2 कि० | 10.50 | 21-00 |
| 2. | साबुन | 2 टिकिया | 14- | 28-00 |
| 3. | सरसों का तेल | 5 कि० | 15- | 75-00 |
| 4. | सर्फ | 1 कि० | 28- | 28-00 |
| 5. | चावल | 2 कि० | 10- | 20-00 |
| | | | कुल | 182- |

भूल चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

(ख)

रामा प्रोविजन स्टोर फोन 284442. नं० 27
117 अशोक नगर न० दिल्ली
दि० 3/1/89
क्रेता सुशील कुमार, 129, अशोक नगर न० दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० पै० |
|---|---|---|---|---|
| 1. | दाल मूंग | 2 कि० | 10.50 | 21-00 |
| 2. | साबुन | 2 टिकिया | 14- | 28-00 |
| 3. | सरसों का तेल | 5 कि० | 17- | 85-00 |
| 4. | सर्फ | 1 कि० | 28- | 28-00 |
| 5. | चावल | 2 कि० | 10- | 20-00 |
| | | | कुल | 182- |

भूल चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

(ग)

रामा प्रोविजन स्टोर फोन 284442. नं० 27
117 अशोक नगर न० दिल्ली
दि०
क्रेता सुशील कुमार, 129, अशोक नगर न० दिल्ली

| क्र.सं. | विवरण | संख्या | दर | रकम रु० पै० |
|---|---|---|---|---|
| 1. | दाल मूंग | 2 कि० | | 21-00 |
| | साबुन | 2 टिकिया | | 28-00 |
| | सरसों का तेल | 5 कि० | | 85-00 |
| | सर्फ | 1 कि० | | 28-00 |
| | चावल | 2 कि० | | 20-00 |
| | | | कुल | 172- |

भूल चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

आकृति 6

3. अगस्त 26, 1988 को, गंगा जनरल स्टोर ने निम्न वस्तुएं सुश्री सुधा को बिक्री कीं :
   1. 36 रु. प्रति दर्जन की दर से 3 दर्जन साबुन की टिकियां।
   2. 31 रु. प्रति कि. ग्रा. की दर से 2 कि. ग्रा. तेल।
   3. 2.50 रु. प्रति पैकिट की दर से 2 पैकिट दियासलाई डिब्बी के।
   4. 6.20 रु. प्रति कि. ग्रा. की दर से 500 ग्रा. चीनी।

उपरोक्त वस्तुओं का बिल तैयार कीजिए। यदि सुश्री सुधा ने 100 रुपये के दो नोट दिए तो उसे कितने रुपए वापस मिले?

4. जगदीश मेहता ने युसुफ जनरल स्टोर, कोलाबा से 5.8.1988 को निम्न वस्तुएं खरीदीं :

   3.50 रु. प्रति स्लेट की दर से 1 स्लेट
   1.50 रु. प्रति रबड़ की दर से 2 रबड़ें
   2.50 रु. प्रति नोट बुक की दर से 6 नोट बुक
   5.50 रु. प्रति कलर-बॉक्स की दर से 1 कलर बॉक्स

   (i) उपरोक्त वस्तुओं का बिल तैयार कीजिए।
   (ii) यदि जगदीश मेहता ने युसुफ जनरल स्टोर के मालिक को 50 रुपये का एक नोट दिया, तो उसे कितने रुपये वापस मिले।

1. बिल कौन बनाता है, किसके लिए बनाता है?
2. ग्राहक को बिल से क्या सहायता मिलती है?

3. क्या सभी बिल एक जैसे दिखाई देते हैं? यदि नहीं, तो क्यों?
4. दो भिन्न दुकानदारों से कम से कम दो अलग-अलग बिल एकत्रित कीजिए। दोनों बिलों में क्या अन्तर है इसका अवलोकन कीजिए। अन्तर का कारण बताइए।
5. सुश्री गुरमीत कौर ने लाला जनरल स्टोर, 39 त्रिनगर, दिल्ली से निम्न वस्तुएं खरीदीं। खरीदी गई वस्तुओं का बिल तैयार कीजिए।

   6.50 रु. में 100 ग्रा. मक्खन
   14.00 रु. में 2 कि. ग्रा. चीनी
   9.50 रु. में 1 बोतल जैम (मुरब्बा)
   32.00 रु. में चावल के 2 पैकिट

एकक बीस

# रेलवे और बस समय सारणियां

## I. रेलवे समय सारणी

आपने ट्रेन द्वारा यात्रा अवश्य की होगी।

क्या आप जानते हैं कि हमारे देश में एक दिन में कितनी ट्रेनें चलती हैं? कितने व्यक्ति प्रतिदिन ट्रेन द्वारा यात्रा करते हैं? इसके विषय में कुछ आंकड़ों की ओर हम ध्यान दें।

हमारे देश में प्रतिदिन 1 करोड़ 10 लाख से अधिक व्यक्ति ट्रेन द्वारा यात्रा करते हैं। भारतीय रेलवे एक दिन में लगभग 7000 ट्रेनें चलाती है। वास्तव में, भारतीय रेलवे संसार का दूसरे नम्बर का सबसे बड़ा रेलों का उपक्रम है। यह सचमुच में एक बहुत जटिल संस्थान है।

यात्रियों और पर्यटकों को अपनी यात्रा की योजना बनाने के लिए कुछ अत्यावश्यक बातें पहले से जानने की आवश्यकता होती है। उनको दो स्थानों के बीच में चलने वाली ट्रेनों, उनके किसी स्टेशन पर आगमन और वहां से प्रस्थान का समय, दो स्टेशनों की बीच दूरी, आदि बातों की जानकारी किस प्रकार होती है? यह विस्तृत जानकारी रेलवे समय सारणी से उपलब्ध होती है। हम रेलवे समय सारणी को ध्यान से देखें जिसमें अनेक सारणी होती हैं।

यात्रियों और पर्यटकों की सुविधा के लिए, भारतीय रेलवे अनेक सारणियां प्रकाशित करती है। इनमें विभिन्न स्थानों को मिलाने वाली ट्रेनों, विभिन्न स्टेशनों से प्रस्थान व वहां आगमन के उनके समय, स्टेशनों के बीच की दूरी, विभिन्न दूरियों का रेल भाड़ा, स्थान और आरक्षण की उपलब्धता, भोजन और पेय की सुविधा, आदि के विषय में जानकारी दी गई होती है।

**यदि आपके घर में रेलवे समय सारणी है तो उसे लीजिए, या किसी अन्य व्यक्ति से उसे प्राप्त कीजिए और यह देखिए कि समय सारणी में क्या-क्या जानकारियां दी गई हैं। इस बात पर विचार कीजिए कि इन जानकारियों से यात्रियों को अपनी यात्रा की योजना बनाने और यात्रा को सुखद बनाने में किस प्रकार सहायता मिलेगी।**

## II. रेलवे समय सारणी से सारणी पढ़ना

नीचे एक सारणी का नमूना दिया गया है जिसे अखिल भारतीय रेलवे संक्षिप्त समय-सारणी से लिया गया है।

सारणी– 69 गुवाहाटी–लुमडिंग–धर्मनगर–सिलचर एम० जी०

| किमी गुवाहाटी से | 204 त्रिपुरा एक्स | 11 बारक घाटी एक्स | 201 कछार एक्स | ↓ स्टेशन ↑ | 202 कछार एक्स | 12 बारक घाटी एक्स | 203 त्रिपुरा एक्स |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [illegible] | | 2230 | 1230 | छू० गुवाहाटी प० | 1215 | 615 | |
| 99 | | 030 | 1440 | छू० छपरमुख प० | 940 | 250 | |
| | | 035 | 1445 | छू० प० | 905 | 245 | |
| 181 | | 340 | 1725 | प० लुमडिंग छू० | 720 | 0015 | |
| | 500 | 415 | 1745 | छू० प० | 700 | 2340 | 22 00 |
| 285 | 1040 | 920 | 2255 | प० लोअर हाफ छू० | 135 | 1830 | 15 15 |
| | 1055 | 935 | 2310 | छू० लौंग प० | 125 | 1815 | 15 00 |
| 387 | 1700 | 1455 | 435 | प० बदरपूर छू० | 2045 | 1310 | 9 30 |
| | 1730 | [illegible] | 805 | छू० प० | 2015 | 1240 | 9 00 |
| 387 | 1830 | | | प० करीमगंज छू० | | | 8 05 |
| | 1900 | | | छू० प० | | | 7 45 |
| 452 | | ↓ | ↓ | प० धर्मनगर छू० | ↑ | ↑ | 6 00 |
| | 2200 | | | छू० प० | | | |
| 387 | | 1655 | 630 | प० सिलचर छू० | 1900 | 1130 | . |

आकृति 1

आइए हम सारणी की जांच करें और यह ज्ञात करें कि इस सारणी से हमें क्या-क्या जानकारियां प्राप्त होती हैं।

1. सारणी की एक संख्या दी गई है। यह सारणी 69 है।
2. सारणी का एक शीर्षक है जो मार्ग को दर्शाता है। यह शीर्षक ''गुवाहाटी-लुमडिंग-धर्मनगर-सिलचर'' मार्ग को दर्शाता है।
3. यहां पर कुल 8 कालम हैं।
4. कालम 5 में, मार्ग में पड़ने वाले स्टेशन दर्शाए गए हैं।
5. कालम 1 मार्ग में पड़ने वाले विभिन्न स्टेशनों की गुवाहाटी से दूरी दर्शाता है। इस कालम की सहायता से हम मार्ग के किन्हीं भी दो स्टेशनों की दूरी भी ज्ञात कर सकते हैं।
6. कालम 2 से 4 तक अधोगामी दिशा ( ↓ ), अर्थात् गुवाहाटी से सिलचर की ओर जाने वाली ट्रेनों तथा विभिन्न स्टेशनों पर उनके पहुंचने व प्रस्थान के समय दर्शाए गए हैं। इनको डाउन (डा.) ट्रेन कहा जाता है।
7. कालम 6 से 8 तक ऊर्ध्वगामी दिशा ( ↑ ), अर्थात् सिलचर से गुवाहाटी की ओर जाने वाली ट्रेनों तथा विभिन्न स्टेशनों पर उनके पहुंचने व प्रस्थान के समय दर्शाए गए हैं। इनको अप ट्रेन कहा जाता है।

ऊपर दिखाई गई सारणी यह दर्शाती है कि "गुवाहाटी-लुमडिंग - धर्मनगर-सिल्चर" मार्ग पर तीन ट्रेनें चलती हैं। कालम 2 में दी गई '204 त्रिपुरा एक्स' ट्रेन लुमडिंग और धर्मनगर के बीच चलती है। वह लुमडिंग से 0500 बजे (5:00 पूर्वाह्न) प्रस्थान करती है और 271 कि.मी. की दूरी तय करके 2200 बजे (10:00 अपराह्न) धर्मनगर पहुंचती है। गुवाहाटी और सिल्चर के बीच में, प्रत्येक दिशा में दो ट्रेनें उपलब्ध हैं। अधोगामी दिशा की दो ट्रेनें '11 बारक घाटी एक्सप्रेस' और '201 कछार एक्सप्रैस' हैं और ऊर्ध्वगामी ट्रेनें '12 बारक घाटी एक्सप्रैस' और '202 कछार एक्सप्रैस' हैं।

'11 बारक घाटी एक्सप्रेस' गुवाहाटी से 22:30 बजे (10:30 अपराह्न) प्रस्थान करती है और 39 कि.मी. की दूरी तय करके सिल्चर दूसरे दिन 16:55 बजे (4:55 अपराह्न) पहुंचती है। यह ट्रेन बदरपुर 14:55 बजे (2:55 अपराह्न) पहुंचती है और आगे की यात्रा के लिए बदरपुर से 15:25 बजे (3:25 अपराह्न) प्रस्थान करती है।

ट्रेन बदरपुर पर कितनी देर ठहरती है?

*टिप्पणी :* रेल मार्ग, वायु मार्ग, सड़क मार्ग, आदि के लिए समय सारणी तैयार करने में संसार भर में 24 घंटे वाली घड़ी के समय का प्रयोग किया गया है।

**उदाहरण 1.** नीचे दी गई सारणी को पढ़िए और बाद में पूछे गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

सारणी– 68 अलीपुरद्वार–न्यूबोनगाईगाँव–रांगीया–तेजपुर–मुर्कोंगसलक एम० जी०

| किमी | 173 पैसेंजर | 13 अरुणाचल फास्ट पैसेंजर/एक्सप्रेस | 9 एक्सप्रेस | ↓ स्टेशन ↑ | 10 एक्सप्रेस | 14 अरुणाचल फास्ट पैसेंजर/एक्सप्रेस | 174 पैसेंजर |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | | गुवाहाटी से छु० 20-35 | 1100 | छु० अलीपुरद्वार जं० प० | 900 | गुवाहाटी को प० 7-00 | |
| 119 | | | 1335 | प० न्यूबोनगाईगाँव छु० | 5 55 | | |
| | | | 1340 | छु० प० | 5 50 | | |
| 218 | | 2145 | 1720 | प० रांगीया छु० | 205 | 540 | |
| | 900 | 2210 | 1745 | छु० प० | 145 | 515 | 1715 |
| 242 | 1305 | 140 | 2215 | प० रंगपरा उत्तरी छु० | 2100 | 145 | 1310 |
| | 1330 | 215 | | छु० प० | | 055 | 1250 |
| 388 | 1500 | ↓ | | प० तेजपुर छु० | | ↑ | 1130 |
| 407 | | 645 | | छु० उत्तरी प० | | 2015 | |
| | | 715 | | छु० लखिमपुर प० | | 1945 | |
| 560 | | 1315 | | प० मुर्कोंगसलक छु० | | 1400 | |

आकृति 2

1. सारणी में कौन सा मार्ग दर्शाया गया है?
2. रांगीया से तेज़पुर कितनी दूर है?
3. न्यू बोनगाईगांव से रांगीया के लिए कौन सी ट्रेन उपलब्ध है? यह 'अप' ट्रेन है या 'डा.' ट्रेन? यह न्यू बोनगाईगांव से किस समय प्रस्थान करती है और रांगीया किस समय पहुंचती है?
4. मुर्कोंगसलक से रांगीया की यात्रा करने के लिए कितनी ट्रेनें उपलब्ध हैं?

हल :

1. सारणी "अलीपुरद्वार-न्यू बोनगाईगांव-रांगीया-तेज़पुर-मुर्कोंगसलक" मार्ग को दर्शाती है।
2. रांगीया से तेज़पुर 150 कि.मी. दूर है।
3. न्यू बोनगाईगांव से रांगीया के लिए "9 एक्सप्रेस" ट्रेन उपलब्ध है। यह 'डा.' ट्रेन है। यह न्यू बोनगाईगांव से 1405 बजे (2:05 अपराह्न) प्रस्थान करती है और रांगीया 1730 बजे (5:30 अपराह्न) पहुंचती है।
4. मुर्कोंगसलक से रांगीया की यात्रा करने के लिए केवल एक ट्रेन, अर्थात् "14 अरुणाचल फास्ट पैसेंजर/एक्सप्रेस" उपलब्ध है।

**आइए करें**

1. सारणी को पढ़िए और बाद में दिए गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

सारणी– 30 हैदराबाद–विजयवाड़ा–गन्टुर | बी० जी०

| किमी | 20 कोणार्क एक्स * | 6 कृष्णा एक्स | 325 फास्ट पास | 2 गोल कुण्डा एक्स | 324 फास्ट पास | ↓ स्टेशन ↑ | 323 फास्ट पास | 1 गोल कुण्डा एक्स | 326 फास्ट पास | 5 कृष्णा एक्स | 19 कोणार्क एक्स * |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | | | 17 30 | | सिरपुर कागज नगर से घु० 13-45 | घु० हैदराबाद प० | सिरपुर कागज नगर को प० 13-45 | | 9 50 | | |
| 10 | 12 40 | 5 45 | 17 55<br>18 00 | 14 15 | ↓ | प० सिकन्दराबाद घु०<br>घु० प० | ↑ | 13 30 | 9 10<br>9 05 | 21 05 | 16 10 |
| 141 | 14 50<br>15 00 | 8 30<br>8 50 | 21 05<br>21 10 | 16 40<br>1 55 | 18 00<br>18 20 | प० काजीपेट घु०<br>घु० प० | 9 25<br>9 05 | 10 52<br>10 37 | 5 45<br>5 35 | 18 10<br>17 55 | 12 40<br>12 25 |
| 162 | 15 16<br>15 19 | 9 04<br>9 07 | 21 30 | 17 11<br>17 14 | 18 43<br>18 46 | प० वरंगल घु०<br>घु० प० | 8 29<br>8 26 | 10 17<br>10 14 | 5 20 | 17 34<br>17 31 | 12 09<br>12 06 |
| 205 | ... | 10 27<br>10 29 | | 18 32<br>18 34 | 20 55<br>21 00 | प० डोरनाकल घु०<br>घु० प० | 6 28<br>6 20 | 8 30<br>8 28 | | 15 44<br>15 42 | ... |
| 259 | ...<br>16 46 | 10 48 | | 18 55 | | घु० खम्माम घु० | | 8 04 | | 15 10 | ...<br>10 04 |
| 301 | 18 40<br>19 00 | 13 00<br>13 25 | | 21 00<br>21 15 | | प० विजयवाड़ा घु०<br>घु० प० | | 6 35<br>6 20 | | 13 45<br>13 25 | 8 45<br>8 25 |
| 304 | | | | 22 25 | | प० गन्टुर घु० | | 5 25 | | | |
| | भुवनेश्वर को टे.न. 31 | तिरुपति को प० 21-30 टे.न. 7 | | | भद्राचलम रोड को प० 22-30 | | भद्राचलम रोड से घु० 5-00 | | | तिरुपति से घु० 5-30 टे.नं. 7क | भुवनेश्वर से टे.न. 31 |

आकृति 3

(क) सारणी में कौन सा मार्ग दर्शाया गया है?

(ख) सिकंदराबाद से विजयवाड़ा कितनी दूर है?

(ग) काज़ीपेट से खम्माम के लिए कितनी ट्रेनें उपलब्ध हैं? वे 'अप' ट्रेन हैं या 'डा.'?

(घ) '6 कृष्णा एक्सप्रेस' ट्रेन विजयवाड़ा कितने बजे पहुंचती है? वह विजयवाड़ा कितनी देर ठहरती है? वह 'अप' ट्रेन है या 'डा.'?

2. सारणी को पढ़िए और बाद में पूछे गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

सारणी–64 इलाहाबाद सिटी–वाराणसी–सोनपुर–कठियार–जोनबानी

एन० जी०

| किमी | 72 इलाहाबाद-सोनपुर फास्ट पास. | 30 भागीरथी एक्स | 78 फास्ट पास (क) | 16 वाराणसी गुवाहाटी एक्स. | ↓ स्टेशन ↑ | 15 गुवाहाटी-वाराणसी एक्स | 77 फास्ट पास | 29 भागीरथी एक्स. | 71 इलाहाबाद-सोनपुर पास्ट पास |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | 1500 | 1330 | | | घु० ALLAHABAD CITY घु० | | | 1315 | 1115 |
| 63 | 1718 | 1505 | | | घु० ज्ञानपुर रोड घु० | | | 1131 | 718 |
| 76 | 1750<br>1805 | 1525<br>1535 | | | प० माधो सिंह घु०<br>घु० प० | | | 1115<br>1104 | 657<br>640 |
| 124 | 2025<br>2050 | 1645<br>1735 | 1230 | 1915 | प० वाराणसी घु०<br>घु० प० | 550 | 1320 | 1010<br>930 | 515<br>445 |
| 132 | 2117 | ... | 1258 | | घु० सारनाथ घु० | ... | 1230 | ... | |
| 159 | 2225<br>2240 | 1828<br>1830 | 1355<br>1405 | 2015<br>2017 | प० औनिहार घु०<br>घु० प० | 422<br>420 | 1135<br>1125 | 822<br>820 | 306<br>255 |
| 199 | 2348<br>0000 | 1920<br>1930 | 1505<br>1520 | 2115<br>2120 | प० गाजीपुर घु०<br>घु० सिटी प० | 315<br>310 | 955<br>940 | 730<br>720 | 145<br>133 |
| 265 | 230<br>250 | 2100<br>2115 | 1800<br>1845 | 2250<br>2255 | प० बलिया घु०<br>घु० प० | 140<br>135 | 715<br>700 | 600<br>545 | 2350<br>2330 |
| 332 | 600<br>630 | 2315 | 2140 | 100<br>200 | प० छपरा घु०<br>घु० प० | 2345<br>2310 | 500 | 400 | 2100<br>2030 |
| 386 | 905 | | | 320<br>340 | प० सोनपुर घु०<br>घु० प० | 2050<br>2030 | | | 1815 |
| 496 | | | | 441 | घु० साहपुर पटोरी घु० | 1915 | | | |
| 479 | | | | 755<br>830 | प० समस्तीपुर घु०<br>घु० प० | 1700<br>1630 | | | |
| 538 | | | | 1035<br>1045 | प० खगारिया घु०<br>घु० प० | 1404<br>1354 | | | |
| 543 | | | | 1105<br>1110 | प० मन्सी घु०<br>घु० प० | 1334<br>1329 | | | |
| 586 | 37 फास्ट पास | | | 1300<br>1340 | प० सहरसा घु०<br>घु० प० | 1155<br>1120 | | | 38 फास्ट पास |
| 658 | 1405 | | | ↓ | प० कठियार घु०<br>घु० प० | ↑ | | | 1955 |
| 690 | 1455<br>1500 | | | 1715<br>1725 | प० पुरनिया घु०<br>घु० प० | 845<br>835 | | | 1825<br>1820 |
| 770 | 1830 | | | ↓ | प० जोनबानी घु०<br>घु० प० | ↑ | | | 1530 |
| | | | | 1815<br>1900<br>(क) | प० कठियार घु०<br>घु० प० | 730<br>630<br>(ख) | | | |

आकृति 4

(क) गुवाहटी से टे.न. 22 (ख) गुवाहटी टे.न. 22 ए

(क) सारणी में कौन सा मार्ग दर्शाया गया है?

(ख) इलाहाबाद सिटी और सारनाथ के बीच कितनी दूरी है?

(ग) वाराणसी और बलिया के बीच कितनी ट्रेनें चलती हैं? कौन-सी ट्रेन सबसे अधिक समय लेती है? वह 'अप' ट्रेन है या 'डा.'?

(घ) '902 त्रिवेन्द्रम एक्सप्रेस' भुवनेश्वर से मद्रास सैंट्रल के लिए कितने बजे प्रस्थान करती है? यह 'अप' ट्रेन है 'डा.'?

(सतत्)

## III. बस समय-सारणी

आप जानते है कि हमारे देश में 25 राज्य हैं और 7 केन्द्र शासित प्रदेश हैं। नागरिकों को यात्रा की सुविधाएं प्रदान करने के लिए, प्रत्येक राज्य में बस सेवाओं का एक जालक्रम है। सामान्यतया, दो प्रकार की बस सेवाएं होती हैं – स्थानीय बस सेवा और अन्तर्राज्यीय बस सेवा। स्थानीय बसें व्यक्तियों को एक ही शहर/कस्बा/गांव में एक स्थान से दूसरे स्थान को ले जाती हैं। अन्तर्राज्यीय बस सेवा के अंतर्गत चलने वाली बसें व्यक्तियों को राज्य के अन्दर एक शहर/कस्बा/गांव से दूसरे शहर/कस्बा/गांव को और एक राज्य से दूसरे राज्य को भी ले जाती हैं।

आप अक्सर बस अड्डे गए होंगे। हम इस बात को देखें कि बस सेवाओं का परिचालन कैसे होता है।

सड़क परिवहन बस सेवा के अन्तर्गत चलने वाली बसों का परिचालन बस अड्डे से होता है। यात्रियों की सुविधा के लिए, विभिन्न बसों का बस अड्डों से प्रस्थान के समय और वहां पहुंचने के समय एक बड़े बोर्ड (पट्ट) पर प्रदर्शित किए जाते हैं। विभिन्न बसों के आगमन और प्रस्थान के समय के अतिरिक्त, विभिन्न बसों के मार्ग और प्रत्येक मार्ग का यात्री भाड़ा भी दर्शाए जाते हैं। इस बोर्ड पर दर्शाई गई सारणी **बस समय-सारणी** कहलाती है। बस समय-सारणियां कई रूपों में दी जाती हैं। उनके कुछ रूप इस एकक में दिए गए हैं।

## IV. बस समय-सारणी पढ़ना

हम में से प्रत्येक के लिए बस समय-सारणी पढ़ सकना बहुत लाभदायक है। यदि हम बस अड्डे पर बस समय-सारणी पढ़ सकते हैं तो हम उन विभिन्न बसों के प्रस्थान और आगमन का समय ज्ञात कर सकते हैं जो हमारी रुचि के दो स्थानों को मिलाती हैं। हम विभिन्न बसों के मार्गों और विभिन्न मार्गों के यात्री किरायों की जानकारी भी ज्ञात कर सकते हैं।

नीचे हरियाणा सड़क परिवहन बस सेवा की एक बस समय-सारणी का नमूना दिया गया है। इसका प्रदर्शन अन्तर्राज्यीय बस अड्डा, दिल्ली पर किया गया है।

**हरियाणा सड़क परिवहन बस सेवा**
**बस समय-सारणी**

| मार्ग | दिल्ली से प्रस्थान समय | दूसरी दिशा में प्रस्थान समय | दूरी (कि.मी. में) | किराया (रु. में) |
|---|---|---|---|---|
| दिल्ली—बल्लभगढ़ | 0715, 2115 | - | 46 | 5.00 |
| दिल्ली—होडल | 1110, 1330 | 1430, 1735 | 92 | 10.00 |
| दिल्ली—कुरुक्षेत्र | 0808 | 1510 | 164 | 20.50 |
| दिल्ली—पानीपत | 0610, 0730 | 0735, 0836 | 88 | 10.50 |
| | 1010, 1100 | 1030, 1310 | | |
| | 1315, 1630 | 1400, 1655 | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| दिल्ली–रेवाड़ी | 0658, 0940 | 1228, 1425 | 97 | 10.50 |
| दिल्ली–यमुनानगर | 0713, 0852 | 1230, 1450 | 191 | 22.00 |
| दिल्ली–फरीदाबाद | 0500 से 2110 (10-10 मिनट बाद) | | 40 | 4.00 |
| दिल्ली-जीन्द | 0715, 0815 | 1221, 1235 | 146 | 16.00 |

समय-सारणी निम्न सूचनाओं को दर्शाती है :

1. एक स्थान और दूसरे स्थान के बीच चलने वाली बसें।
2. दिल्ली से प्रस्थान का समय।
3. दूसरी दिशा से प्रस्थान का समय।
4. दो स्थानों के बीच की दूरी।
5. किराया।

सारणी से हमें ज्ञात होता है कि दिल्ली और यमुना नगर के बीच दिन में दो बसें चलती हैं। ये दिल्ली से 0713 बजे और 0852 बजे तथा यमुनानगर से 1230 बजे और 1450 बजे प्रस्थान करती हैं। सारणी से हम दिल्ली और यमुनानगर के बीच की दूरी और किराया भी ज्ञात कर सकते हैं।

*टिप्पणी :* बसों के प्रस्थान का समय और उनका किराया हमेशा एक ही नहीं रहता। वे समय-समय पर बदलते रहते हैं।

**उदाहरण 2.** नीचे दी गई सारणी को पढ़िए और बाद में पूछे गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

**हिमाचल प्रदेश सड़क परिवहन बस सेवा**

**बस समय-सारणी**

| मार्ग | दिल्ली से प्रस्थान समय | दूसरी दिशा में प्रस्थान समय | दूरी (कि.मी. में) | किराया (रु. में) |
|---|---|---|---|---|
| दिल्ली–बैजनाथ | 1815 | 1730 | 539 | 77.00 |
| दिल्ली–चम्बा | 2000 | 1400 | 626 | 84.00 |
| दिल्ली–धर्मशाला | 2145 | 1930 | 513 | 71.50 |
| दिल्ली–हमीरपुर | 1830 | 1730 | 472 | 65.00 |
| दिल्ली–मण्डी | 0525 | 0545 | — | 68.00 |
| दिल्ली–शिमला | 2000, 0850 | 0430, 0923 | 374 | 54.75 |

1. बस समय-सारणी का शीर्षक क्या है?
2. समय-सारणी में कितने मार्ग सूचित किए गए हैं?
3. मण्डी के लिए दिल्ली से बस किस समय प्रस्थान करती है?
4. दिल्ली के लिए चम्बा से बस किस समय प्रस्थान करती है?
5. शिमला दिल्ली से कितना दूर है?

6. दिल्ली–हमीरपुर का यात्री किराया कितना है?

हल :

1. बस समय-सारणी का शीर्षक "हिमाचल प्रदेश सड़क परिवहन बस सेवा" है।
2. समय-सारणी में 6 मार्ग सूचित हैं।
3. मण्डी के लिए दिल्ली से बस 0525 बजे, अर्थात्, 5:25 पूर्वाह्न में प्रस्थान करती है।
4. दिल्ली के लिए चम्बा से बस 1400 बजे, अर्थात् 2:00 अपराह्न में प्रस्थान करती है।
5. शिमला दिल्ली से 374 कि. मी. दूर है।
6. दिल्ली हमीरपर का यात्री किराया 65.00 रु. है।

**आइए करें**

1. नीचे दी गई समय-सारणी को पढ़िए और बाद में दिए गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए:

**पंजाब सड़क परिवहन बस सेवा**
**समय-सारणी**

| मार्ग | दिल्ली से प्रस्थान समय | दूसरी दिशा में प्रस्थान समय | दूरी (कि.मी. में) | किराया (रु. में) |
|---|---|---|---|---|
| दिल्ली–अमृतसर | 1635, 2100 | 1610, 2020 | 469 | 56.50 |
| दिल्ली–भटिंडा | 0640 | 0600 | 425 | 48.00 |
| दिल्ली–बांगा | 0949 | 0830 | 360 | 44.50 |
| दिल्ली–बटाला | 1037 | 0745 | 307 | 38.50 |
| दिल्ली–चण्डीगढ़ | 1006, 1130 | 0707, 0900 | 256 | 33.00 |
| | 1340, 1800 | 1740, 1820 | | |
| दिल्ली–धुरी | 1200 | 0500 | 319 | 36.00 |
| दिल्ली–होशियारपुर | 2015 | 2020 | 402 | 45.00 |
| दिल्ली–जम्मू | 0710, 0810 | 0555, 0640 | 617 | 71.00 |
| दिल्ली-कपूरथला | 1125 | 0435 | 408 | 46.00 |
| दिल्ली–लुधियाना | 1450 | 0500 | 317 | 40.00 |
| दिल्ली-पटियाला | 1130, 1445 | 0650, 1850 | 254 | 33.50 |

1. समय-सारणी का शीर्षक क्या है?
2. चन्डीगढ़ के लिए दिन में कितनी बसें हैं?
3. दिल्ली से जम्मू के लिए पहली बस कितने बजे उपलब्ध है?
4. दिल्ली से बटाला कितनी दूर है?
5. निम्न मार्गों के लिए किराये क्या हैं?

(क) दिल्ली – लुधियाना (ख) दिल्ली – भटिण्डा (ग) दिल्ली – अमृतसर

6. अपने शहर/कस्बे के बस अड्डे को देखने जाइए और वहां पर प्रदर्शित बस समय-सारणी को पढ़िए।

1. दिए गए रेलवे समय-सारणी को पढ़िए और बाद में दिए गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए:

| कि.मी. | 313 इन्द्रायणी एक्स. (बी.जी.) | 301 डक्कन क्वीन (बी.जी.) | 305 डक्कन एक्स. (बी.जी.) | 309 सिंहगढ़ एक्स. (बी.जी.) | 303 महालक्ष्मी एक्स. (बी.जी.) | 311 सह्याद्री एक्स. (बी.जी.) | 307 कोयना एक्स. (बी.जी.) | 323 सिद्धेश्वर एक्स. (बी.जी.) | ↓ स्टेशन ↑ | 324 सिद्धेश्वर एक्स. (बी.जी.) | 308 कोयना एक्स. (बी.जी.) | 304 महालक्ष्मी एक्स. (बी.जी.) | 312 सह्याद्री एक्स. (बी.जी.) | 309 सिंहगढ़ एक्स. (बी.जी.) | 308 डक्कन एक्स. (बी.जी.) | 302 डक्कन क्वीन (बी.जी.) | 314 इन्द्रायणी एक्स. (बी.जी.) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | 6 00 | 17 10 | 6 45 | 14 35 | 17 50 | 20 25 | 8 45 | 22 05 | प्र. बम्बई वी.टी. आ. | 6 05 | 21 15 | 12 05 | 8 20 | 10 15 | 19 45 | 10 40 | 22 15 |
| 9 | 6 12<br>6 15 | ...<br>... | 6 57<br>7 02 | 14 50<br>14 55 | 18 03<br>18 08 | 20 40<br>20 45 | 8 59<br>9 04 | 22 20<br>22 25 | आ. दादर आ.<br>प्र. प्र. | 5 35<br>5 30 | 20 50<br>20 45 | 11 45<br>11 40 | 7 58<br>7 50 | 9 58<br>9 55 | 19 26<br>19 20 | 10 25<br>10 23 | 21 55<br>21 53 |
| 54 | ...<br>... | ...<br>... | 7 47<br>7 52 | 15 40<br>15 45 | 19 00<br>19 05 | 21 35<br>21 55 | 9 58<br>10 03 | 23 15<br>23 30 | आ. कल्याण आ.<br>प्र. प्र. | 4 35<br>4 20 | 19 55<br>19 45 | 10 55<br>10 50 | 7 05<br>6 55 | 9 07<br>9 05 | 18 30<br>18 25 | ...<br>... | ...<br>... |
| 128<br>192 | 8 15<br>9 25 | 19 22<br>20 35 | 9 50<br>11 15 | 17 40<br>19 05 | 20 48<br>22 25<br>22 45 | 23 35<br>1 00<br>1 20 | 11 50<br>13 30<br>13 50 | 1 20<br>2 55<br>3 15 | प्र. लोनावला प्र.<br>प्र. पुणे प्र. | 2 35<br>1 15<br>0 55 | 17 40<br>16 30<br>16 05 | 8 45<br>7 25<br>6 55 | 6 00<br>4 00<br>3 40 | 7 20<br>6 05 | 16 23<br>15 15 | 8 10<br>7 15 | 19 40<br>18 45 |
| 335 | | | | | 1 50<br>1 55 | 3 50<br>3 52 | 16 50<br>16 55 | | आ. सतारा प्र.<br>प्र. आ. | | 12 15<br>12 10 | 1 55<br>1 45 | 23 52<br>23 50 | | | | |
| 464 | | | | | 4 25<br>4 30 | 5 47<br>5 50 | 19 35<br>19 40 | आ. कोल्हापुर 7 10 | आ. सांगली प्र.<br>प्र. आ. | प्र. कोल्हापुर [illegible] 10 | 9 45<br>9 40 | 22 59<br>22 56 | 21 44<br>21 41 | | | | |
| 472 | | | | | 5 00<br>5 15 | 6 30<br>6 45 | 20 00<br>20 25 | | आ. मिराज प्र.<br>प्र. आ. | | 8 25<br>8 10 | 22 45<br>22 15 | 21 30<br>21 15 | | | | |
| 520 | | | | | 6 45 | 7 55 | 21 55 | | आ. कोल्हापुर प्र. | | 8 00 | 21 00 | 20 00 | | | | |

| कि.मी. | | 284 सवारी/मेल | 208 कुर्ला एक्स. (मी.जी.) | 202 कुर्ला एक्स. (मी.जी.) | 204 महालक्ष्मी एक्स. (मी.जी.) | 298 एक्स. (मी.जी.) | 206 गोमन्तक एक्स. (मी.जी.) | 238 एक्स. (मी.जी.) | स्टेशन | 237 एक्स. (मी.जी.) | 205 गोमन्तक एक्स. (मी.जी.) | 203 गोमन्तक एक्स. (मी.जी.) | 297 एक्स. (मी.जी.) | 201 सवारी/मेल (मी.जी.) | 207 कुर्ला एक्स. (मी.जी.) | 283 एक्स./सवारी | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 472 | | | 13 30 | | 5 45 | 7 00 | 21 10 | 21 10 | प्र. मिराज आ. | 8 30 | 8 20 | 22 10 | 20 10 | | 14 30 | | |
| 610 | | | 16 45<br>16 55 | | 8 25<br>8 32 | 10 30<br>10 40 | 1 25<br>1 35 | 1 25<br>1 35 | आ. बेलगांव प्र.<br>प्र. आ. | 4 10<br>4 00 | 4 10<br>4 00 | 19 20<br>19 10 | 18 30<br>18 20 | | 10 35<br>10 25 | | |
| 661 | | | ↓ | | ↓ | 12 15<br>12 35 | 3 15<br>3 30 | 3 15<br>3 45 | आ. लोंडा प्र.<br>प्र. आ. | 2 15<br>1 15 | 2 15<br>2 00 | ↑ | 16 20<br>16 00 | | ↑ | | |
| 769 | | | | 7 15 | | 17 25 | 9 00 | ↓ | आ. वास्कोडिगामा प्र.<br>प्र. आ. | ↑ | 21 00 | | 10 00 | 19 15 | | | |
| 661 | | | 18 00<br>18 10 | 12 00<br>12 25 | 9 35<br>9 40 | 241 Gol Gumbaz Exp. | | 3 15<br>3 45 | आ. लोंडा प्र.<br>प्र. आ. | 2 15<br>1 15 | | 17 55<br>17 50 | 242 Gol Gumbaz Exp. | 14 00<br>13 40 | 9 05<br>8 55 | | |
| 695 | | | 18 58<br>19 00 | 13 30<br>13 32 | 10 23<br>10 25 | | | 4 35<br>4 40 | आ. आलनावर प्र.<br>प्र. आ. | 0 10<br>0 05 | | 17 03<br>17 01 | | 12 12<br>12 10 | 8 08<br>8 06 | | |
| 731 | | | 19 50<br>19 55 | 14 45<br>14 57 | 11 15<br>11 20 | | | 5 50<br>5 55 | आ. धारवाद प्र.<br>प्र. आ. | 23 20<br>23 15 | | 16 13<br>16 08 | | 11 01<br>10 59 | 7 28<br>7 23 | | |
| 456<br>749 | | | ↓ | ↓ | ↓ | 20 00<br>4 00 | | ↓ | आ. सोलापुर प्र. | ↑ | | ↑ | 7 10<br>23 45 | ↑ | ↑ | | |
| 751 | | | 20 25<br>20 50<br>↓ | 15 30<br>17 25<br>↓ | 11 50<br>12 10<br>↓ | 4 15<br>5 50<br>6 45<br>↓ | | 6 25<br>7 50 | प्र. गदग आ.<br>आ. हुबली प्र.<br>प्र. आ. | [illegible]<br>22 05 | | 16 40<br>15 25<br>↑ | 23 30<br>22 10<br>21 45<br>↑ | 10 15<br>9 35<br>↑ | 6 45<br>6 15<br>↑ | | |
| 749 | | | | | | | | 9 30 | आ. गदग प्र. | 20 35 | | | | | | | |
| 881 | | | 23 30<br>23 35 | 20 40<br>20 50 | 14 55<br>15 00 | 9 15<br>9 20 | | | प्र. हरीहर आ. | | | 12 40<br>12 30 | 18 40<br>18 35 | 6 30<br>6 20 | 3 10<br>3 05 | | |
| ...<br>... | | (A)<br>17 10<br>21 20<br>21 45 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | | | आ. तालगुप्पा प्र.<br>प्र. सिमोगा कस्बा आ.<br>आ. बीरपुर प्र.<br>प्र. आ. | | | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | (B)<br>9 10<br>5 20<br>5 00 | |
| 1010<br>1056 | | 23 35<br>23 40<br>1 25<br>1 35 | 2 30<br>2 35<br>3 35<br>3 45 | 0 10<br>0 15<br>2 30<br>2 55 | 17 30<br>17 35<br>18 35<br>18 40 | 12 00<br>12 05<br>13 15<br>13 45 | | | आ. आरसिकेरे प्र.<br>प्र. आ. | | | 10 05<br>10 00<br>9 10<br>9 00 | 15 35<br>15 30<br>14 35<br>14 10 | 1 40<br>1 35<br>0 40<br>0 05 | 0 25<br>0 20<br>23 20<br>23 05 | 3 05<br>3 00<br>1 55<br>1 40 | |
| 1211 | | 5 45 | 7 50 | 7 20 | 22 15 | 17 40 | | | आ. बंगलौर प्र. | | | 6 00 | 10 30 | 20 05 | 19 35 | 22 00 | |

आकृति 5

(क) सारणी का शीर्षक क्या है?
(ख) मुम्बई और पुणे के बीच में कितनी ट्रेनें हैं? 'अप' और 'डा.' ट्रेनों की पहचान कीजिए।
(ग) पुणे से मिराज कितनी दूर है?
(घ) क्या पुणे से सायंकाल मुम्बई के लिए कोई ट्रेन उपलब्ध है? वह 'अप' ट्रेन है या 'डा.'?
(ङ) '301 डैकन क्वीन' या '305 डैकन एक्सप्रेस' इन दो ट्रेनों में से कौन सी ट्रेन बम्बई और पूना के बीच अधिक समय लेती है?

2. नीचे दी गई बस समय-सारणी को पढ़िए और बाद में दिए गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

**उत्तर प्रदेश सड़क परिवहन बस सेवा**
**बस समय-सारणी**

| मार्ग | दिल्ली से प्रस्थान समय | दूरी (कि.मी. में) | किराया (रु. में) |
|---|---|---|---|
| दिल्ली–मुरादाबाद | 0725, 0840, 1025 1140, 1840 | 177 | 24.50 |
| दिल्ली–कानपुर | 0030, 0430, 0630 1030, 1200 | 457 | 63.50 |
| दिल्ली–एटा | 1400, 1620 0130, 2320 | 230 | 31.00 |
| दिल्ली–देहरादून | 0930, 2130 | 259 | 34.00 |
| दिल्ली–नैनीताल | 1100, 1400 | 319 | 45.50 |
| दिल्ली-मैनपुरी | 1330, 1430, 2100 | 290 | 39.00 |
| दिल्ली-लखनऊ | 0913, 1520 | 526 | 71.50 |
| दिल्ली-रायबरेली | 0740, 1215, 1520 | 650 | 82.00 |

क. दिल्ली से कानपुर के लिए कितनी बसें हैं?
ख. दिल्ली और एटा के बीच कितनी दूरी है?
ग. लखनऊ या कानपुर में से कौन सा शहर दिल्ली से अधिक दूर है?
घ. दिल्ली से नैनीताल के लिए क्या रात्रि में कोई बस उपलब्ध है?

# उत्तर

**एकक एक** **पृष्ठ 1**

[illegible]

1. (क) आठ लाख, सैंतालीस हजार, दो सौ, इकतीस
   (ख) सात लाख, एक हजार नौ
   (ग) चार लाख, आठ सौ, सतानबे
   (घ) छिहत्तर लाख, पैंतीस हजार छः सो बावंन
   (ङ) अठासी लाख दस हजार सात सौ नौ
   (च) निन्यानबे लाख सात सौ सात
   (छ) पचास लाख दो हजार तीन
   (ज) सैंतीस लाख अठारह हजार छः सौ दस
   (झ) अड़तालीस लाख सात हजार
2. (क) लाख, एक लाख
   (ख) इकाई सैकड़े
   (ग) इकाई, दहाइयां
   (घ) इकाइयां इकाइयां
   (ङ) लाख, दस लाख
   (च) हजार, दस हजार
   (छ) हजार, एक हजार
   (ज) लाख, दस लाख
3. (क) 5 64 227
   (ख) 14 02 063
   (ग) 88 00 509
   (घ) 99 10 114
   (ङ) 70 00 008
4. (क) 9 00 000
   (ख) 4 000
   (ग) 90 000
   (घ) 100
   (ङ) 40
   (च) 400
   (छ) 70 000 00
   (ज) 20 000
5. इकाइयां, हजार, मिलियन
6. इकाइयां, दहाइयां, सैंकड़े, एक हजार, दस हजार, सौ हजार तथा एक मिलियन
7. (क) 545 302 (ख) 999 999
   (ग) 603 015 (घ) 810 610
8. (क) 18 745 (ख) 60 985
   (ग) 33 391 (घ) 28 125
9. (क)
   8389
   + 1446
   + 9427
   19262

   (ख)
   3493
   + 85684
   + 77708
   + 2265
   169150

   (ग)
   5156
   + 97895
   + 63324
   + 157648
   324023
10. (क) 69 875 (ख) 8 959
    (ग) 82 214
11. (क)
    47342
    - 2928
    44414

    (ख)
    73456
    - 37289
    36167

(ग)
$$\begin{array}{r} 64742 \\ -15369 \\ \hline -49373 \\ \hline \end{array}$$

12. (क) 36096 (ख) 57000
(ग) 58825 (घ) 65448
(ङ) 63963 (च) 186876

3. (क) 3, शेष 65
(ख) 5, शेष 895
(ग) 85, शेष 15
(घ) 161, शेष 25
(ङ) 334, शेष 8
(च) 271, शेष 8

14. 643494 बच्चे
15. 4554 स्कूल
16. 43068 साईकिल
17. 48 ट्रक

**अभ्यास प्रश्न** पृष्ठ 4

1. (क) पांच करोड़, पैंतालीस लाख, सैंतीस हजार, छः सौ उन्नीस
(ख) सात करोड़, दस
(ग) साठ करोड़, सत्तरह हजार नौ
(घ) चौंसठ करोड़, तिरानबे लाख, अठासी हजार, सात सौ, सड़सठ
(ङ) पिंचानबे करोड़ ग्यारह हजार, पैंतीस
(च) अस्सी करोड़, एक लाख, दस
(छ) इकानबे करोड़, तीस लाख, दस हजार, चार सौ
(ज) सत्तर करोड़, चार लाख, तीन हजार, नौ
(झ) नब्बे करोड़, नौं

2. (क) अड़सठ करोड़, इक्यावन लाख, चौरासी हजार, छः सौ, बानबे
(ख) छः करोड़, सत्ताईस लाख, चौरासी हजार, एक सौ, इकहत्तर
(ग) आठ करोड़, छियासठ लाख, तिरासी हजार, दो सौ नवासी.

3. (क) 11 08 62 013 (ख) 2 72 00 656

**आइए करें** पृष्ठ 6

1. (क) हजार, दस हजार
(ख) लाख, दस लाख
(ग) करोड़, एक करोड़
(घ) हजार, एक हजार
(ङ) लाख, एक लाख
(च) करोड़, एक करोड़
(छ) इकाइयां, सैकड़े
(ज) इकाइयाँ दहाइयां
(झ) करोड़, एक करोड़

2. (क) 2 00 00 000 (ख) 5 00 000
(ग) 800 (घ) 90 00 00 000
(ङ) 70 000 (च) 20
(छ) 6 000 (ज) 6
(झ) 6000000

**अभ्यास प्रश्न** पृष्ठ 7

1. 8 66 24 411
2. 55 01 00 041
3. 16 00 00 580
4. 3 10 10 010
5. 44 00 00 071
6. 5 05 05 505
7. 77 77 777
8. 9 00 01 001
9. 70 404
10. 1 00 01 001
11. 10 00 10 010

12. 5 00 52 109
13. 90 00 00 099
14. 91 00 07 040
15. 80 08 515

[illegible] **पृष्ठ 9**

1. 743 589 162
   सात सौ तेतालीस मिलियन, पांच सौ नवासी हजार, एक सौ बासठ
2. 650 014 580
   छः सौ पचास मिलियन, चौदह हजार, पांच सौ अस्सी
3. 60 415 709
   साठ मिलियन, चार सौ पन्द्रह हजार, सात सौ नौ
4. 30 100 279
   तीस मिलियन, एक सौ हजार, दो सौ उनासी
5. 941 000 035
   नौं सौ इकतालीस मिलियन, पैंतीस
6. 504 409 008
   पांच सौ चार मिलियन, चार सौ नौ हजार, आठ
7. 900 029 109
   नौ सौ मिलियन, उनतीस हजार, एक सौ नौ
8. 280 000 010
   दोसौ अस्सी मिलियन, दस
9. 90 909 099
   नब्बे मिलियन, नौ सौ नौ हजार, निन्यानबे

अभ्यास प्रश्न **पृष्ठ 10**

1. 82 224 539
2. 708 005 065
3. 66 000 290
4. 305 105 063
5. 715 009 043
6. 15 000 099
7. 492 010 100
8. 90 090 090

आइए करें **पृष्ठ 13**

1. (क) 6 99 668 (ख) 93 38 219
   (ग) 71 03 985 (घ) 97 21 182
2. 36 92 751 अध्यापक
3. (क) 14 98 789 (ख) 12 22 357
   (ग) 3 54 322 (घ) 10 32 547
4. 21 54 708

आइए करें **पृष्ठ 17**

1. (क) 1 23 52 200 (ख) 26 51 220
   (ग) 94 64 350 (घ) 51 47 334
   (ङ) 57 64 704 (च) 45 85 544
2. (क) 8 530 ; शेष 2
   (ख) 29 558 ; शेष 87
   (ग) 8 389 ; शेष 36
   (घ) 13 529 ; शेष 115
   (ङ) 1 00 1
   (च) 1 00 1
3. 70 98 000 लिटर पानी
4. 45 675

[illegible] **पृष्ठ 18**

1. (क) 76 09 095 (ख) 73 81 079
   (ग) 28 02 467 (घ) 9 87 640
   (ङ) 7 49 281

2. (क)

$$\begin{array}{r} 492558 \\ +\ 919043 \\ \hline 1411601 \\ \hline \end{array}$$

(ख)

$$\begin{array}{r} 4276430 \\ -3043709 \\ \hline 1232721 \\ \hline \end{array}$$

3. (क) 31 07 087 (ख) 4235956
(ग) 36 86 645 (घ) 10 18 886
(ङ) 28 27 913 (च) 4 67 388

4. 9 45 673

5. 12 54 250

6. (क) 69 63 500 (ख) 78 38 532
(ग) 46 26 850 (घ) 1 48 06 623
(ङ) 1 39 52 885 (च) 91 38 031

7. (क) 21 237
(ख) 2 929 ; शेष 46
(ग) 3 831 ; शेष 61
(घ) 7 409 ; शेष 620
(ङ) 19 351 ; शेष 166
(च) 10 010 ; शेष 9

8. (क) 68 50 000 (ख) 74 00 000
(ग) 17 05 000 (घ) 85 00 000
(ङ) 1 68 000 (च) 19 90 000

9. (क) 1 757 ; शेष 65
(ख) 6 474 ; शेष 740
(ग) 523 ; शेष 78
(घ) 5 400 ; शेष 50
(ङ) 88 ; शेष 88 888
(च) 961 ; शेष 275

10. 68 24 877

11. 4 94 000 टन

12. 39 58 449 लड़कियाँ

13. 85 242 वोट

14. 5 87 902 परीक्षार्थी

15. 19 26 475 बोल्ट

16. 4 71 600 सेब

17. 1 470 मिनट या
24 घंटे 30 मिनट

18. 2 875 डिब्बे

## एकक दो

[illegible] **पृष्ठ 20**

1. (क) $2\frac{1}{4}$ (ख) $4\frac{4}{9}$ (ग) $11\frac{7}{8}$
(घ) $14\frac{3}{7}$ (ङ) $10\frac{3}{5}$

2. (क) $\frac{35}{4}$ (ख) $\frac{22}{3}$ (ग) $\frac{11}{6}$
(घ) $\frac{85}{9}$ (ङ) $\frac{87}{8}$

3. (क) $\frac{3}{4}$ (ख) 2 (ग) 25 (घ) $15\frac{2}{3}$

4. (क) 2 (ख) $3\frac{1}{3}$ (ग) $8\frac{1}{3}$
(घ) $5\frac{4}{8}$ (ङ) $8\frac{1}{3}$ (च) 10

5. (क) $\frac{3}{5}$ (ख) 2 (ग) 5

(घ) $\frac{14}{4}$ या $\frac{7}{2}$ (ङ) $\frac{33}{15}$ या $\frac{11}{5}$

**आइए करें** **पृष्ठ 23**

1. (क) 3 (ख) $\frac{9}{4}$ या $2\frac{1}{4}$ (ग) 38

(घ) 18 (ङ) 156 (च) $\frac{303}{2}$ या $151\frac{1}{2}$

2. (क) $\frac{9}{2}$ या $4\frac{1}{2}$ (ख) $\frac{81}{2}$ या $40\frac{1}{2}$

(ग) 86 (घ) $\frac{65}{4}$ या $16\frac{1}{4}$ (ङ) $\frac{17}{5}$ या $3\frac{2}{5}$

(च) 252

3. $3\frac{1}{2}$ घंटे

4. $\frac{21}{4}$ घंटे या $5\frac{1}{4}$ घंटे

[illegible] **पृष्ठ 29**

1. (क) $\frac{1}{40}$ (ख) $\frac{1}{36}$ (ग) $\frac{1}{12}$

2. (क) $\frac{1}{21}$ (ख) $\frac{1}{32}$ (ग) $\frac{1}{90}$ (घ) $\frac{1}{27}$

3. (क) $\frac{1}{10}$ कि० ग्रा० टाफियां

**आइए करें** **पृष्ठ 34**

1. (क) $\frac{7}{10}$ (ख) $\frac{2}{9}$ (ग) $\frac{11}{2}$ या $5\frac{1}{2}$ (घ) $\frac{43}{10}$ या $4\frac{3}{10}$

2. (क) $\frac{7}{9}$ (ख) $\frac{93}{8}$ या $11\frac{5}{8}$ (ग) $\frac{255}{4}$ या $63\frac{3}{4}$

(घ) $\frac{225}{4}$ या $56\frac{1}{4}$ (ङ) $\frac{1}{2}$ (च) $\frac{5}{24}$

3. $\frac{1}{5}$

[illegible] **पृष्ठ 38**

1. (क) 30 (ख) $\frac{3}{2}$ (ग) 162
(घ) 32

2. (क) 49 (ख) 44 (ग) 75 (घ) 475
(ङ) $\frac{450}{4}$ या $112\frac{1}{2}$

3. 31.50 रु०

**आइए करें** **पृष्ठ 39**

1. (क) $\frac{7}{3}$ (ख) 65 (ग) 300 (घ) 147

2. 98 कि० ग्रा०

3. 955 कि० ग्रा०

**आइए करें** **पृष्ठ 43**

1. $\frac{6}{7}$ 2. $\frac{5}{8}$ 3. 5 4. $\frac{8}{9}$

5. $7\frac{1}{4}$ 6. $\frac{1}{2}$ 7. $\frac{1}{4}$ 8. $8\frac{3}{4}$

9. $\frac{1}{3}$ 10. 1 11 0 12. 0

**आइए करें** **पृष्ठ 47**

1. (क) हाँ (ख) हाँ (ग) नहीं
(घ) नहीं (ङ) हाँ (च) नहीं
(छ) हाँ (ज) हाँ (झ) नहीं

2. (क) 12 (ख) 1 (ग) $\frac{8}{3}$

(घ) $\frac{12}{5}$ (ङ) $\frac{15}{8}$ (च) 1

(छ) 1 (ज) $\frac{2}{13}$ (झ) $\frac{2}{15}$

3. (क) 14 (ख) $\frac{7}{8}$ (ग) 20 (घ) $\frac{2}{25}$

(ङ) 5 (च) $\frac{4}{25}$ (छ) $\frac{4}{41}$ (ज) $\frac{40}{21}$

(झ) $\frac{9}{14}$ (ञ) $\frac{5}{24}$ (ट) $\frac{12}{11}$

**आइए करें** पृष्ठ 52

1. (क) $\frac{1}{5}$ (ख) $\frac{9}{50}$ (ग) $\frac{2}{15}$
2. (क) $\frac{11}{4}$ (ख) $\frac{15}{4}$ (ग) $\frac{27}{8}$
3. (क), (ख) और (ङ)

**आइए करें** पृष्ठ 56

1. (क) 24 (ख) 60 (ग) 100
(घ) 4 (ङ) 6 (च) 48
(छ) 32 (ज) 28
2. (क) और (ग)
3. 18 टुकड़े

**आइए करें** पृष्ठ 59

1. (क) 1 (ख) $\frac{2}{7}$ (ग) $\frac{34}{7}$
(घ) 11 (ङ) 2 (च) 5
2. (क), (घ) और (च)

**आइए करें** पृष्ठ 60

1. (क) 1 (ख) $\frac{2}{5}$ (ग) $\frac{2}{3}$
(घ) 1 (ङ) 1 (च) $5\frac{1}{6}$
(छ) 0 (ज) 0
2. (घ) और (ङ)

**[illegible]** पृष्ठ 61

1. (क) $\frac{63}{80}$ (ख) $\frac{72}{70}$ या $\frac{36}{35}$ (ग) 1
(घ) $\frac{49}{16}$ या $3\frac{1}{16}$ (ङ) 5 (च) $\frac{33}{5}$ या $6\frac{3}{5}$
(छ) 0 (ज) 1 (झ) $\frac{57}{2}$ या $28\frac{1}{2}$
(ञ) $\frac{203}{5}$ या $40\frac{3}{5}$ (ट) $3\frac{1}{2}$ (ठ) 0
3. (क), (ख), (ङ), (छ) और (ट)
4. (क) $\frac{7}{15}$ (ख) $18\frac{63}{64}$
(ग) $\frac{2074}{15}$ या $138\frac{4}{15}$
(घ) $\frac{34307}{324}$ या $105\frac{287}{324}$
5. हाँ 11. $\frac{1}{2}$
6. $97\frac{1}{2}$ लिटर 12. 50 कारें
7. 92 रुपये 13. 8 टुकड़े
8. $1\frac{1}{2}$ घंटे 14. 2 टुकड़े
9. $1\frac{1}{2}$ मीटर 15. $\frac{1}{4}$ किलोग्राम
10. $\frac{1}{6}$

## एकक तीन

**आइए करें** पृष्ठ 64

1. (क) 0.7 (ख) 0.3 (ग) 0.07
(घ) 0.03 (ङ) 0.009 (च) 0.17
(छ) 0.317 (ज) 1.3 (झ) 1.11
(ञ) 2.179
2. (क) शून्य दशमलव चार
(ख) शून्य दशमलव शून्य सात
(ग) चार दशमलव शून्य दो
(घ) पन्दरह दशमलव नौ
(ङ) शून्य दशमलव शून्य शून्य एक
(च) दो दशमलव शून्य एक दो
(छ) तीन दशमलव चार शून्य नौ
(ज) ग्यारह दशमलव शून्य एक एक
4. (क) 3 (ख) 41 (ग) 141
(घ) 141 (ङ) 37 (च) 0

(छ) 11 (ज) 0

5. (क) 32 (ख) 65 (ग) 017
(घ) 18 (ङ) 0 (च) 2
(छ) 37 (ज) 012

6. (ख) और (घ)

**आइए करें** **पृष्ठ 67**

1. (ख) 6 सैंकड़े + 1 दहाई + 5 इकाइयां + 6 दसवें + 1 सौवां + 5 हजारवें
(ग) 5 सैंकड़े + 9 दहाइयां + 3 इकाइयां + 2 दसवें + 0 सौवें + 4 हजारवें
(घ) 1 दहाई + 8 इकाइयां + 0 दसवें + 0 सौवें + 9 हजारवें
(ङ) 4 सैंकड़े + 0 दहाइयां + 7 इकाइयां + 0 दसवें + 0 सौवें + 9 हजारवें
(च) 2 दहाइयां + 4 इकाइयां + 9 दसवें + 0 सौवें + 2 हजारवें

2. (ख) $700 + 10 + 4 + \frac{1}{10} + \frac{6}{1000}$
(ग) $900 + 8 + \frac{4}{100} + \frac{4}{1000}$
(घ) $90 + 9 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000}$
(ङ) $100 + 10 + 9 + \frac{8}{1000}$

3. (क) 62.12 (ख) 400.804
(ग) 304.075 (घ) 78.201
(ङ) 9.759

4. (क) 1 (ख) 8 (ग) 4 (घ) 7
(ङ) 2 (च) 1 (छ) 2

5. (क) 17 (ख) 4 (ग) 15
(घ) 6 (ङ) 3 (च) 11

**आइए करें** **पृष्ठ 70**

1. (क) $\frac{13}{100}$ (ख) $\frac{1}{5}$ (ग) $\frac{3}{50}$ (घ) $\frac{9}{10}$
(ङ) $\frac{13}{40}$ (च) $\frac{3}{40}$ (छ) $\frac{11}{20}$ (ज) $\frac{1}{200}$

2. (क) $13\frac{7}{10}$ (ख) $19\frac{1}{20}$ (ग) $210\frac{1}{2}$
(घ) $325\frac{13}{40}$ (ङ) $102\frac{1}{500}$

**आइए करें** **पृष्ठ 72**

1. (क), (ख), (ङ) और (च)
2. (क), (ख), (ग), (घ) और (च)
3. (घ) और (ङ)

**आइए करें** **पृष्ठ 73**

1. (क) 7.80, 8.71
(ख) 6.06, 6.60
(ग) 17.100, 191.375
(घ) 200.001, 19.010
(ङ) 9.100, 9.110, 9.111
(च) 19.001, 19.010, 119.100
(छ) 3.700, 17.500, 37.076
(ज) 3.800, 8.790, 8.079

2. (ख) और (घ)

**[illegible]** **पृष्ठ 77**

1. (क) 0.7 (ख) 0.6 (ग) 0.11
(घ) 0.75 (ङ) 0.215 (च) 18.875
(छ) 135.408 (ज) 6.99

2. (क) 1.3 (ख) 5.7 (ग) 6.62
(घ) 14.50 (ङ) 1.469 (च) 1.020

3. (ख) 0.125, 0.152, 0.521, 1.215
1.215, 0.521, 0.152, 0.125
(ग) 4.123, 4.132, 14.203, 41.320
41.320, 14.203, 4.132, 4.123

**[illegible]** — पृष्ठ 78

1. (क) 0.7 (ख) 0.3 (ग) 0.41
   (घ) 18.52 (ङ) 0.1 (च) 25.203
2. (क) 1.7 (ख) 8.008 (ग) 12.4
   (घ) 0.1 (ङ) 0.965 (च) 41.05
3. (ख) 6.09, 6.097, 86.9
   86.9, 6.097, 6.09
   (ग) 9.123, 17.01, 912.3
   912.3, 17.01, 9.123
   (घ) 98.1, 98.11, 98.111
   98.111, 98.11, 98.1

**पुनरावलोकन प्रश्नावली** — पृष्ठ 79

1. (ख) 8 इकाइयां + 0 दसवें + 5 सौवें
   (ग) 2 दहाइयां + 4 इकाइयां + 2 दसवें + 4 सौवें
   (घ) 1 दहाई + 2 इकाइयां + 1 दसवां + 0 सौवें + 7 हज़ारवें
   (ङ) 8 दहाइयां + 5 इकाइयां + 6 दसवें + 7 सौवें + 5 हजारवें
2. (क) 84.6 (ख) 7.098 (ग) 10.205
   (घ) 50.06 (ङ) 63.009
3. (क) 2 (ख) 9 (ग) 2 (घ) 6
4. (क) 3 (ख) 16 (ग) 6 (घ) 9
5. (क) $\frac{9}{50}$ (ख) $\frac{4}{5}$ (ग) $\frac{3}{500}$
   (घ) $\frac{19}{20}$ (ङ) $\frac{81}{200}$ (च) $\frac{17}{200}$
   (छ) $\frac{1}{40}$ (ज) $\frac{3}{4}$
6. (क) $18\frac{3}{4}$ (ख) $24\frac{1}{20}$ (ग) $8\frac{1}{5}$
   (घ) $125\frac{1}{8}$ (ङ) $200\frac{23}{200}$
7. (क), (ख) और (ङ)
8. (क) 6.001, 5.010, 8.100
   (ख) 12.100, 18.150, 101.783
   (ग) 12.800, 12.650, 80.808
   (घ) 9.870, 7.900, 8.974
9. (क) $>$ (ख) $<$ (ग) $>$
   (घ) $<$ (ङ) $>$ (च) $<$
   (छ) $>$ (ज) $>$
10. (क) 5.3, 5.6, 7.1, 9.6
    9.6, 7.1, 5.6, 5.3
    (ख) 9.25, 12.444, 17.105, 18.1
    18.1, 17.105, 12.444, 9.25
    (ग) 25.005, 25.25, 25.505, 25.625, 25.9
    25.9, 25.625, 25.505, 25.25 25.005
    (घ) 64.015, 64.2, 74.25, 74.255
    74.255, 74.25, 64.2, 64.015
    (ङ) 6.05, 12.999, 65.45, 98.1, 101.6
    101.6, 98.1, 65.45, 12.999, 6.05

## एकक चार

**आइए दोहराएं** — पृष्ठ 81

1. (क) 5.674 (ख) 21.08 (ग) 800.009
   (घ) 607.203 (ङ) 7.09
2. (क) [1] (ख) [4] (ग) [7]
   (घ) [1] (ङ) [2]
3. (क) [16] (ख) [5] (ग) [17]
   (घ) [5]

अभ्यास करें **पृष्ठ 83**

1. (क) 0.8 (ख) 0.33 (ग) 0.888
(घ) 0.96 (ङ) 0.50 या 0.5
(च) 0.650 या 0.65

2. (क) 15.4 (ख) 25.0 या 25
(ग) 18.94 (घ) 22.071 (ङ) 56.181

**पृष्ठ 84**

1. (क) 0.26 (ख) 0.22 (ग) 0.243
(घ) 3.248 (ङ) 45.555 (च) 9.208

2. (क) 16.31 (ख) 84.37 (ग) 14.601
(घ) 226.35 (ङ) 81.666 (च) 454.902

आइए करें **पृष्ठ 85**

1. (क) 32.5 (ख) 52.88 (ग) 137.15
(घ) 47.937 (ङ) 41.958 (च) 107.175
(छ) 17.555 (ज) 245.315

2. 11.10 से०मी०

3. 52.00 रु०

4. 128.500 कि०ग्रा० गेहूँ

5. 138.75 रु०

अभ्यास करें **पृष्ठ 87**

1. (क) 0.3 (ख) 0.20 या 0.2
(ग) 0.4 (घ) 0.410 या 0.41

2. (क) 38.2 (ख) 20.3 (ग) 119.96
(घ) 1.11 (ङ) 19.882

**पृष्ठ 88**

1. (क) 0.09 (ख) 0.54 (ग) 0.125
(घ) 1.63

2. (क) 2.11 (ख) 2.01 (ग) 5.806
(घ) 0.165 (ङ) 57.856 (च) 9.612

आइए करें **पृष्ठ 89**

1. (क) 2.9 (ख) 8.31 (ग) 7.490
(घ) 18.822 (च) 13.495 (घ) 29.889

2. 11.235

3. 54.3 लिटर

4. 750 मीटर

5. 89.5 लिटर

1. (क) 9.6 (ख) 35.0 या 35
(ग) 136.11 (घ) 155.325
(ङ) 1.975 (च) 139.655
(छ) 127.233 (ज) 106.568

2. (क) 1.5 (ख) 5.68 (ग) 37.143
(घ) 8.06 (ङ) 3.845 (च) 59.075
(छ) 47.65 (ज) 9.889

3. 9.60 मीटर

4. 90 किलोग्राम

5. 6.750 लिटर

6. 4.50 मी०

7. 19.461

8. 0.27 सैकण्ड

9. 28.144

**पृष्ठ 91**

1. (क) 0.8 (ख) 2.4 (ग) 0.82
(घ) 0.124 (ङ) 0.6 (च) 1.02

2. (क) 0.2 (ख) 2.4 (ग) 7.7
(घ) 8 (ङ) 9.9 (च) 2.45
(छ) 8.72 (ज) 88.88 (झ) 0.565
(ञ) 0.059 (ट) 0.70 (ठ) 0.006
(ड) 0.702 (ढ) 0.09 (ण) 8.99
(त) 65.4 (थ) 755.4 (द) 67.52
(ध) 67.5 (न) 68.542

आइए करें **पृष्ठ 96**

1. (क) 13.8 (ख) 52.52
(ग) 544.544 (घ) 229.6

(ङ) 1203.468 (च) 5170.66
(छ) 145.728 (ज) 93.003
(झ) 0.245

2. (क) 24.948 (ख) 249.48
(ग) 2494.8 (घ) 2.4948

3. 55.50 रु० 4. 258.60 रु०

**आइए करें** **पृष्ठ 102**

1. (क) 5 (ख) 728 (ग) 5414
(घ) 1620 (ङ) 10 (च) 999.9
(छ) 90 090 (ज) 100.01 (झ) 25 005

2. (क) 4 (ख) 40 (ग) 400
(घ) 0.5 (ङ) 5 (च) 50
(छ) 800.8 (ज) 8 008 (झ) 8 080
(ञ) 65.55 (ट) 655.5 (ठ) 6 555

3. (क) 10 (ख) 1 000 (ग) 1 000
(घ) 100 (ङ) 10 (च) 1 000
(छ) 100 (ज) 1 000

4. 525 रु० 5. 99300 कि.ग्रा.

**आइए करें** **पृष्ठ 106**

1. (क) 4.93 (ख) 4.93
(ग) 74.1 (घ) 14.3115
(ङ) 15.1592 (च) 58.9536
(छ) 30.502 (ज) 4.95
(झ) 207.06

2. (क) 35.28 (ख) 352.8
(ग) 35.28 (घ) 3.528
(ङ) 0.3528 (च) 3.528

**आइए करें** **पृष्ठ 108**

1. (क) 0.8 (ख) 5 (ग) 9
(घ) 24.5 (ङ) 3 (च) 6.5

2. (क) 0 (ख) 1 (ग) 0
(घ) 5.3 (ङ) 25.25 (च) 0

**आइए करें** **पृष्ठ 114**

1. (क) 0.7 (ख) 1.3
(ग) 0.8 (घ) 3.2
(ङ) 0.61 (च) 5.01
(छ) 0.242 (ज) 2.055
(झ) 0.072 (ञ) 0.125
ट) 0.575 (ठ) 0.334

2. (क) 0.75 (ख) 0.075
(ग) 0.0075 (घ) 7.5

[illegible] **पृष्ठ 116**

1. 1.36 2. 2.164 3. 1.02
4. 0.8367. 5. 42.55 6. 0.826
7. 0.085 8. 0.008 9. 0.0014

[illegible] **पृष्ठ 118**

1. 7.921 6. 0.4326
2. 0.111 7. 10.802
3. 1.178 8 0.0929
4. 0.0275 9. 0.002
5. 1.6023

**आइए करें** पृष्ठ 121

1. 2
2. 20.2
3. 0.5
4. 12
5. 11 320
6. 3
7. 0.9
8. 3
9. 310

**आइए करें** पृष्ठ 122

1. 50 2. 500 3. 80

**आइए करें** पृष्ठ 123

1. 0.25 2. 0.4 3. 0.16

**आइए करें** पृष्ठ 126

1. (क) 0.25 (ख) 1.5 (ग) 0.125
2. (क) 2.25 (ख) 1.5 (ग) 0.875 (घ) 2.5 (ङ) 5.25
3. (क) 3.25 (ख) 10.1 (ग) 3.02 (घ) 2.14 (ङ) 40.975 (च) 14.05 (छ) 5.2

**[illegible]** पृष्ठ 126

1. (क) 17.34 (ख) 108.075 (ग) 1111.8
2. (क) 51 723 (ख) 14.93 (ग) 2 14 310
3. (क) 0.2567 (ख) 0.0065 (ग) 0.0888
4. (क) 0.26 (ख) 0.3146 (ग) 260 (घ) 31.46 (ङ) 260 (च) 0.03146
5. (क) 0.589 (ख) 0.0007 (ग) 0.016 (घ) 4 704 (ङ) 593.4 (च) 0.143
6. (क) 0.15 (ख) 0.625 (ग) 0.75 (घ) 4.25 (ङ) 5.5
7. (ग)
8. 9.90 रु०
9. 19 टिन
10. 91.45 कि० ग्रा०
11. 2.803 कि० ग्रा०(लगभग)
12. 15 कि० ग्रा०
13. 231.20 रु०
14. 15 कमीजें

## एकक छ:

**आइए करें** पृष्ठ 134

1. 50
2. 2
3. 29
4. 88
5. $\frac{1}{6}$
6. 3.211
7. 4.206
8. 21.5
9. 0.45
10. 9.85

**पृष्ठ 134**

1. 5
2. 17
3. $\frac{31}{8}$
4. 12
5. 2.11
6. 23.25
7. 1.08
8. $16\frac{2}{3}$
9. 15
10. $4\frac{1}{4}$

## एकक सात

**पृष्ठ 138**

1. (क) 70 (ख) 90 (ग) 90
(घ) 160 (ङ) 150 (च) 1 030
(छ) 1 750

2. (ख) 35, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44

(ग) 115, 116, 117, 118, 119, 121, 122, 123, 124

(घ) 985, 986, 987, 988, 989, 991, 992, 993, 994

(ङ) 1 795, 1 796, 1 797, 1 798, 1799, 1 801, 1 802, 1 803, 1 804

(च) 1 995, 1996, 1 997, 1 998, 1 999, 2 001, 2 002, 2 003, 2 004

(छ) 3 495, 3 496, 3 497, 3 498, 3 499, 3 501, 3 502, 3 503, 3 504

(ज) 895, 896, 897, 898, 899, 901, 902, 903, 904

**पृष्ठ 140**

1. (क) 100 (ख) 700 (ग) 1 000
(घ) 8 700 (ङ) 9 900 (च) 10 900
(छ) 14 300 (ज) 18 600 (झ) 1 000
(ञ) 6 000

2. (ख) 1 650 से 1 699 तक की और 1 701 से 1 749 तक की संख्याएं

(ग) 4 250 से 4 299 तक की और 4 301 से 4 349 तक की संख्याएं

(घ) 11 450 से 11 499 तक की और 11 501 से 11 549 तक की संख्याएं

(ङ) 49 950 से 49 999 तक की और 50 001 से 50 049 तक की संख्याएं

(च) 62 150 से 62 199 तक की और 62 201 से 62 249 तक की संख्याएं

**पृष्ठ 143**

1. (क) 9 000 (ख) 9 000 (ग) 13 000
(घ) 20 000 (ङ) 21 000 (च) 26 000
(छ) 30 000 (ज) 70 000

2. (ख) 18 500 से 18 999 तक की और 19 001 से 19 499 तक की संख्याएं

(ग) 27 500 से 27 999 तक की और 28 001 से 28 499 तक की संख्याएं

(घ) 49 500 से 49 999 तक की और 50 001 से 50 499 तक की संख्याएं

(ङ) 94 500 से 94 999 तक की और 95 001 से 95 499 तक की संख्याएं

**पृष्ठ 144**

1. (क) 40 000 (ख) 70 000 (ग) 90 000
(घ) 10 000 (ङ) 20 000 (च) 50 000
(छ) 70 000 (ज) 10 000

2. (क) 5 00 000 (ख) 5 00 000
(ग) 8 00 000 (घ) 15 00 000
(ङ) 26 00 000 (च) 90 00 000
(छ) 1 00 000 (ज) 11 00 000
(झ) 34 00 000

**पृष्ठ 145**

1. (क) 40 00 000 (ख) 20 00 000
(ग) 20 00 000 (घ) 70 00 000
(ङ) 100 00 000 (च) 80 00 000

2. (क) 6 00 00 000 (ख) 9 00 00 000
(ग) 69 00 00 000 (घ) 11 00 00 000
(ङ) 17 00 00 000 (च) 8 00 00 000

**पृष्ठ 147**

1. (क) 8 (ख) 4 (ग) 4 (घ) 6
(ङ) 7 (च) 6 (छ) 3 (ज) 7
(झ) 10 (ञ) 26 (ट) 32 (ठ) 43

2. (ख) 17.5 17.6 17.7 17.8 17.9,
18.1 18.2 18.3 18.4

(ग) 19.5 19.6 19.7 19.8 19.9,
20.1 20.2 20.3 20.4

(घ) 44.5 44.6 44.7 44.8 44.9,
45.1 45.2 45.3 45.4

(ङ) 71.5 71.6 71.7 71.8 71.9,
72.1 72.2 72.3 72.4

**पृष्ठ 149**

1. (क) 54.9 (ख) 92.6 (ग) 104.3
(घ) 108.8 (ङ) 17.7 (च) 22.2
(छ) 38.8 (ज) 66.7

2. (क) 17.65 (ख) 8.63 (ग) 6.76
(घ) 10.08 (ङ) 100.01 (च) 100
(छ) 25.30 या 25.3 (ज) 16.11

## पुनरावलोकन प्रश्नावली

1. (क) 20 (ख) 70 (ग) 80
(घ) 100 (ङ) 220 (च) 390
(छ) 560

2. (क) 100 (ख) 200 (ग) 600
(घ) 900 (ङ) 1 000 (च) 1 000
(छ) 2 900

3. (क) 1 000 (ख) 2 000 (ग) 9 000
(घ) 12 000 (ङ) 23 000 (च) 66 000
(छ) 71 000 (ज) 98 000

4. (क) 10 000 (ख) 30 000 (ग) 50 000
(घ) 60 000 (ङ) 90 000

5. (क) 6 00 000 (ख) 14 00 000
(ग) 28 00 000 (घ) 68 00 000
(ङ) 10 00 000 (च) 64 00 000

6. (क) 60 00 000 (ख) 80 00 000
(ग) 80 00 000 (घ) 90 00 000

7. (क) 7 00 00 000 (ख) 12 00 00 000
(ग) 9 00 00 000 (घ) 29 00 00 000

8. (क) 15 (ख) 18 (ग) 36
(घ) 50 (ङ) 103

9. (क) 16.5 (ख) 22.5 (ग) 35.7
(घ) 44.4 (ङ) 75.5

10. (क) 18.45 (ख) 108.68 (ग) 20.44
(घ) 40.29 (ङ) 96.58 (च) 1081.13
(छ) 215.32 (ज) 604.01 (झ) 99.73
(ञ) 66.53

## एकक आठ

[illegible] **पृष्ठ 151**

1. (ख), (घ) और (ङ)
2. (क), (ख) और (घ)
3. (ग), और (घ)
4. (क) 4 सें॰मी॰ (ख) 3 सें॰मी॰ (ग) 2.7 सें॰मी॰

**आइए करें** **पृष्ठ 154**

1. (ख), और (ग)

**आइए करें** **पृष्ठ 161**

1. (क)
2. (i) क ख, क ग, क घ और क ङ
(ii) ख क ङ और ग क घ
(iii) ग ख, ख घ, ख ङ और ग घ
3. (i) ट क, ट ख, ट ग, ट घ, ट ङ, ट च,
टछ और टज
(ii) ख ट च, ग ट छ और घ ट ज
(iii) क ख, च ड़, ज छ, ग छ, घ ज और ख च
4. छः; दो – क ग और ख घ
5. (क), (ग), (ङ) और (च)
6. ग, ङ और ढ.
7. 6 सें.मी.
8. 6 सें.मी.
9. (ख) 44 सें.मी.
10. (ख) 22 सें.मी.

[illegible] **पृष्ठ 166**

3. (घ) चाहे जितनी
4. (क) सबसे (ख) एक समान (ग) व्यास
(घ) दो (ङ) जीवा
6. हाँ

## एकक नौ

**आइए करें** **पृष्ठ 171**

1. (1)→(6); (2)→(7); (3)→(1);
(4)→(3); (5)→(4); (6)→(5);
(7)→(8); (8)→(2);
2. (ग)
3. (ग)
4. (ग)

**आइए करें** **पृष्ठ 174**

1. (i), (iv) और (vi)
2. (ii), (iii) और (vi)
3. (i) छ, छ च और छ ज (ii) ठ, ठ ट और ठ ड
(iii) क, क च और क ज (iv) स, स क और स ख

(v) ड, ड ट और ड ट

4. (i) ∠क ख ग (ii) ∠च छ ज (iii) य र ल (iv) ∠ क स ग (v) त थ द

5. ख, खग और खक

6. (i) तीन (ii) छः (iii) चार

8. ∠ रसय, ∠ लसय, ∠ वसय
∠वसल, ∠वसर और ∠ लसर

**आइए करें** **पृष्ठ 178**

1. (i) $50^0$ (ii) $120^0$ (iii) $90^0$
(iv) $125^0$ (v) $42^0$ (vi) $90^0$
(vii) $80^0$ (viii) $160^0$ (ix) $35^0$

3. $180^0$

**आइए करें** **पृष्ठ 180**

न्यून कोण– (i), (ii), (iv), (v) और (viii)
**समकोण** (vi) और (vii)
अधिक कोण– (iii) और (ix)

**आइए करें** **पृष्ठ 182**

1. (क) (i) (ख) (i) (ग) (i)
2. (क) (ii) (ख) (i) (ग) (ii)

**[illegible]** **पृष्ठ 185**

1. (क) एक (ख) नहीं है (ग) एक दो
(घ) न्यून (ङ) $90^0$ (च) न्यून
(छ) निश्चित (ज) निश्चित
(झ) तुलना (ञ) $90^0$

2. शीर्ष–स ; भुजाएँ स क और स ख

3. ∠ यरल

4. (iv)

7. (क) सत्य (ख) असत्य (ग) सत्य
(घ) सत्य (ङ) सत्य

## एकक दस

**आइए करें** **पृष्ठ 189**

1. हाँ.

3. (i) असंरेखी (ii) असंरेखी
(iii) संरेखी

**आइए करें** **पृष्ठ 190**

1. (ii), (iii) और (iv)

2. तीन भुजाएं, तीन शीर्ष और तीन कोण

3. (क) प फ और ब (ख) पफ, फब और बप
(ग) ∠ पफब, ∠ फबप और ∠ बपफ

**आइए करें** **पृष्ठ 192**

2. 180

3. (क) और (घ)

4. (ख), (ग) और (घ)

5. (i) $60^0$ (ii) $65^0$ (iii) $90^0$ (iv) $60^0$

**आइए करें** **पृष्ठ 195**

1. (i) विषम बाहु (ii) समद्विबाहु
(iii) विषमबाहु (iv) विषमबाहु

2. (i) अधिक कोण (ii) समकोण (iii) न्यून कोण (iv) समकोण

3. (ख)
4. नहीं, समबाहु त्रिभुज न्यून कोण त्रिभुज होता है।
5. (i) विषमबाहु त्रिभुज (ii) समद्विबाहु त्रिभुज (iii) समबाहु त्रिभुज

**पुनरावलोकन प्रश्नावली** पृष्ठ 197

1. (i) यर और ल (ii) ∠ यरल ∠ रलय और ∠ लयर (iii) यर रल और लय
2. (i) 120 (ii) न्यून कोण त्रिभुज
3. (i) समकोण त्रिभुज (ii) अधिककोण त्रिभुज (iii) न्यूनकोणत्रिभुज
4. (i) विषमबाहु त्रिभुज (ii) विषमबाहु त्रिभुज (iii) विषमबाहु त्रिभुज
5. विषमबाहु
6. तीन; △ कखग, △ खगक, △ गकख
7. (क)
8. (क) और (ख)
9. 30°
10. नहीं

एकक ग्यारह

**अभ्यास प्रश्न** पृष्ठ 203

2. (i)
3. हाँ. दिए हुए क्षेत्र को इकाई-क्षेत्र से माप कर
4. हाँ

**आइए करें** पृष्ठ 206

(क) 4 वर्ग (ख) 5 वर्ग
(ग) 11 वर्ग

**आइए करें** पृष्ठ 209

1. (क) 4 वर्ग (ख) 9 वर्ग (ग) 13 वर्ग (घ) 10 वर्ग
2. (क) 4 वर्ग (ख) 2 वर्ग (ग) 4 वर्ग (घ) 5 वर्ग (ङ) 7 वर्ग
4. अ

**आइए करें** पृष्ठ 214

1. 50 वर्ग से.मी.; 49 वर्ग से.मी.; 150 वर्ग से.मी.;
   1 वर्ग मी.; 2 500 वर्ग से.मी.;2 500 वर्ग से.मी.
2. (क) 34 वर्ग से.मी.(ख) 14 वर्ग से.मी. (ग) 96 वर्ग से.मी.(घ) 1.125 वर्ग से.मी.
3. (क) 16 वर्ग से.मी. (ख) 12.25 वर्ग से.मी. (ग) 56.25 वर्ग से.मी.(घ) 1.21 वर्ग से.मी.
4. 17.5 वर्ग मी. 5. 17.60 रु० 6. 500 टाइलें

**आइए करें** पृष्ठ 216

1. 8 वर्ग से.मी. 2. 15 वर्ग से.मी.
3. 10 वर्ग से.मी. 4. 10 वर्ग से.मी.

**पुनरावलोकन प्रश्नावली** 217

1. (क) A (ख) C (ग) E

2. (क) 9 वर्ग (ख) 6 वर्ग
   (ग) 7 वर्ग (घ) 8 वर्ग
   (ङ) 8 वर्ग (च) 7 वर्ग
3. 1 वर्ग मी. और 1 वर्ग से.मी.
4. (क) 150 वर्ग मी. (ख) 92.16 वर्ग से.मी.
6. 112 मी. और 63 मी. माप वाला
7. 32000 शिलाखण्ड
8. 20 000 ईंटें
9. (ग)
10. (क) क्षेत्रफल (ख) क्षेत्रफल (ग) क्षेत्रफल
    (घ) 2 वर्ग से.मी. (ङ) 1 वर्ग से.मी.

## एकक बारह

**आइए करें** — **पृष्ठ 220**

1. (क), (ख) और (ग)

**आइए करें** — **पृष्ठ 223**

1. (ग)
2. (क) नहीं (ख) नहीं (ग) हाँ
   (घ) नहीं
3. (क)
4. (क) 4 घन (ख) 24 घन
   (ग) 27 घन

**पृष्ठ 228**

1. (क) 750 घन से.मी. (ख) 461.25 घन सेमी
   (ग) 96 घन से.मी.
2. 240 घन से.मी.
4. 1 000 घन से.मी.
5. 640 साबुन की टिकियाँ

**पृष्ठ 229**

1. (क) 1 000 घन से.मी. (ख) 1.5 घन मी.
2. 3.375 घन मी.
3. घन का
4. (क) आयतन (ख) बराबर
   (ग) 14 घन से.मी. (घ) 1 घन से.मी.
   (ङ) लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
5. नहीं

## एकक तेरह

**पृष्ठ 233**

1. 39 लिटर
2. 346.00 रु०
3. 10.00 रु०
4. 4.5 मी०
5. 1.6 हैक्टेयर

**आइए करें** — **पृष्ठ 234**

1. (क) 20 (ख) 3 (ग) 10 (घ) 5.5 (ङ) 30
2. (क) 18 (ख) 5 (ग) 150,4 (घ) 30,4
3. 40
4. 6.2 से.मी.
5. 67 कि मी. प्रति घंटा
6. 14 वर्ष 1 महीना

7. (क) 242 रन (ख) 2 मैच
   (ग) 4 मैच (घ) कोई मैच नहीं

**आइए करें** पृष्ठ 237

1. **कम्पनी क**
2. (क) गीता (ख) अख्तर
3. कस्बा क

[illegible] पृष्ठ 238

1. 46 वर्ष
2. 194 रुपये
3. 12 मी. 57 से.मी.
4. 34
5. 40° सैं.
6. 162 से.मी.
7. 16 वर्ष 2 महीने; 148.6 से.मी.
8. (क) कक्षा VII (ख) बुधवार
9. परिवार 'क'
10. (क) अ (ख) स (ग) अ (घ) स (ङ) अ (च) स

## एकक चौदह

[illegible] पृष्ठ 240

1. 6 घंटे 40 मिनट
2. 3 घंटे 45 मिनट

**आइए करें** पृष्ठ 242

1. 900 कि.मी. प्रति घंटा
2. 58.5 कि.मी. प्रति घंटा
3. 18 कि.मी. प्रति घंटा
4. गुलशन
5. 18 कि.मी. प्रति घंटा

**आइए करें** पृष्ठ 244

1. (क) 10 मी. प्रति सेकंड (ख) 20 मी. प्रति सेकंड (ग) 4 मी. प्रति सेकंड
2. (क) 108 कि.मी. प्रति घंटा (ख) 45 कि.मी. प्रति घंटा (ग) 5.4 कि.मी. प्रति घंटा
3. 27 कि.मी. प्रति घंटा
4. 15 मी. प्रति सेकंड

**आइए करें** पृष्ठ 246

1. 440 कि.मी.
2. 210 कि.मी.
3. 12 घंटे 30 मिनट

[illegible] पृष्ठ 246

1. 50 कि.मी. प्रति घंटा
2. 3 मी. प्रति सेकंड
3. 12 कि.मी. प्रति घंटा
4. 92 कि.मी. प्रति घंटा
5. 30 सेकंड
6. 175 कि.मी.
7. 100 सेकंड
8. 400 कि.मी.

## एकक पन्द्रह

**आइए करें** पृष्ठ 250

1. (क) लाभ–20 रु०
   (ख) हानि–5 रु०
   (ग) हानि–75.45 रु०
   (घ) लाभ–8.75 रु०
2. लाभ–10 रु०
3. लाभ–432 रु०
4. हानि–50 रु०
5. हानि–60 रु०

**आइए करें** पृष्ठ 252

1. (क) 396.50 रु० (ख) 415.50 रु०
   (ग) 270.00 रु० (घ) 566.50 रु०
   (ङ) 1 090.75 रु. (च) 900.00 रु०
2. 891.00 रु०
3. 95.00 रु०
4. 4 400.00 रु०
5. 75 पैसे

**[illegible]** पृष्ठ 252

1. (ख) और (ग)
2. (क) लाभ (ख) हानि (ग) लाभ
   (घ) हानि (ङ) लाभ
3. लाभ– 80.00 रु०
4. लाभ– 7.00 रु०
5. 40 000.00 रु०
6. 250.00 रु०

## एकक सोलह

**[illegible]** पृष्ठ 254

1. (क) 0.3 (ख) 1.3 (ग) 0.09
   (घ) 0.35 (ङ) 1.31 (च) 1.81
2. (क) $\frac{1}{100}$ ; 0.01 (ख) $\frac{9}{100}$ ; 0.09
   (ग) $\frac{13}{100}$; 0.13 (घ) $\frac{43}{100}$ ; 0.43
   (ङ) $\frac{200}{100}$, 2
3. (क) $\frac{5}{10}$ या $\frac{50}{100}$ (ख) $\frac{75}{100}$ (ग) $\frac{4}{10}$ या $\frac{40}{100}$
   (घ) $\frac{16}{100}$ (ङ) $\frac{26}{100}$ (च) $\frac{85}{100}$
4. (क) $\frac{3}{4}$ (ख) $\frac{3}{2}$ (ग) $\frac{3}{2}$
   (घ) $\frac{13}{50}$ (च) $\frac{22}{25}$

**आइए करें** पृष्ठ 257

1. (ख) 2 प्रतिशत (2%)
   (ग) 13 प्रतिशत (13%)
   (घ) 70 प्रतिशत (70%)
2. (ख) 53% (ग) 27% (घ) 93%
   (ङ) 4% (च) 145% (छ) 99%
   (ज) 112%
3. (ख) $\frac{18}{100}$, (ग) $\frac{93}{100}$ (घ) $\frac{47}{100}$
   (ङ) $\frac{50}{100}$ (ग) $\frac{250}{100}$ (घ) $\frac{300}{100}$
   (ज) $\frac{315}{100}$

$\frac{25}{100}$ या 25% (ग) $\frac{74}{100}$ या

(घ) $\frac{90}{100}$ या 90% (ङ) $\frac{2}{100}$ या 2%

(च) $\frac{9}{100}$ या 9% (छ) $\frac{7}{100}$ या 7%

5. (क) 22 (ख) 78% (ग) 22%
7. 10%
8. 100%
9. (क) सौ (ख) 35 सौवां
(ग) 37 (घ) प्रतिशत

**आइए करें** **पृष्ठ 260**

1. (ख) $\frac{1}{2}$ (ग) $\frac{3}{4}$ (घ) $\frac{2}{25}$
(ङ) $\frac{13}{50}$ (च) $\frac{13}{20}$ (छ) $\frac{22}{25}$
2. (ख) $\frac{63}{500}$ (ग) $\frac{371}{1000}$ (घ) $\frac{1}{16}$
(ङ) $\frac{1}{8}$ (च) $\frac{1}{6}$ (छ) $\frac{1}{3}$
3. (ख) 0.74 (ग) 0.08 (घ) 11.1
(ङ) 0.053 (च) 0.255 (छ) 0.015
4. (ग)

**आइए करें** **पृष्ठ 263**

1. (ख) 60% (ग) 75% (घ) 45%
(ङ) 140% (च) 230% (छ) 975%
2. (ख) 800% (ग) 1 300% (घ) 4 900%
3. (ख) 45% (ग) 8% (घ) 255%
(ङ) 103% (च) 205% (छ) 1%
(क)

**आइए करें** **पृष्ठ 267**

1. (क) 50 (ख) 25 (ग) 12.5
(घ) 49 (ङ) 16 (च) 900
(छ) 20 (ज) 10 (झ) 100
2. (क) 300 का 20% (ख) 200 का 30%
(ग) 750 का 10%
3. (क) 7.50 रु. (ख) 10 रुपये
(ग) 675 रुपयें (घ) 1 रुपया
(ङ) 16 ग्राम (च) 315 किलोग्राम
(छ) 70 मिलीलिटर (ज) 450 अंक
(झ) 1 किलोमीटर

**आइए करें** **पृष्ठ 268**

1. 95%
2. 1 056 अंक
3. 16 प्रश्न
4. 300 रुपये
5. 10 800 रुपये
6. 1 265 रु.
7. 21 600 रु.,6 480 रुपये

**पुनरावलोकन प्रश्नावली** **पृष्ठ 269**

1. (क) 60% (ख) 102% (ग) 157%
(घ) 47% (ङ) 3% (च) 12%
(छ) 80% (ज) 34% (झ) 250%
2. (क) 0.07 (ख) 0.17 (ग) 0.70
(घ) 1 (ङ) 1.7 (च) 3
3. (क) $\frac{1}{20}$ (ख) $\frac{1}{10}$ (ग) $\frac{1}{8}$
(घ) $\frac{1}{3}$ (ङ) $\frac{1}{6}$ (च) $\frac{3}{2}$
4. 200 का 22%
5. (ख)

6. (क) ४५ कि. ग्रा. (ख) 2 मी. (ग)200 लि.
7. 50 अंडे
8. 20 रु.
9. जिक– 9 कि. ग्रा. ; तावां– 21 कि. ग्रा
10. 450 रु.
11. 73 700 रु.
12. 20% ; 24 से.मी.

## एकक सत्तरह

**आइए करें** — पृष्ठ 275

1. (क) 140 रु० (ख) 945 रु०
   (ग) 187.50 रु.
   (घ) 157.50 रु. (ङ) 33 रु.
2. 420 रु.
3. 360 रु, 3 360 रु.
4. 255 रु.
5. (क) 120 रु.(ख) 1 120रु०(ग) 2 000 रु०
   (घ) 80 रु. (ङ) 1 000 रु०(च) 1 040 रु०

**[illegible]** — पृष्ठ 276

1. 520 रु.
2. 35 रु.
3. 500 रु.
4. (क) 20 रु० (ख) 1 040 रु०
5. 676 रु.
6. 12 576 रु.

## एकक अठारह

**आइए करें** — पृष्ठ 280

1. थर्मामीटर
2. 100
3. 32
4. (क) $86^0$ फा. (ख) $68^0$ फा
   (ग) $113^0$ फा.
   (घ) $212^0$ फा.
5. (क) $35^0$ सें (ख) $45^0$ सें
   (ग) $55^0$ सें
   (घ) $95^0$ सें

**[illegible]** — पृष्ठ 282

1. थर्मामीटर
2. डिग्री फारेनहाइट और डिग्री सेंल्सियस
3. (क) $0^0$ सें. (ख) $212^0$ फा. (ग) $37^0$
   (घ) $1^0$ सें.
4. (क) $50^0$ सें. (ख) $35^0$ सें.
   (ग) $176^0$ फा.
   (घ) $158^0$ फा.

## एकक उन्नीस

**आइए करें** — पृष्ठ 287

1. (क) वस्तु 1, 4, 5, 6 और 9 के दामों की गणना गलत हैं।

(ख) वस्तु 2 के दाम की गणना गलत है। बिल की संख्या गायब है। तारीख नहीं डाली गई है।

(ग) चौथी वस्तु गायब है। वस्तु 1, 2 और 5 के दामों की गणना गलत है।

2. (ख)
3. 21.90 रु.
4. 23 रु.

[illegible] पृष्ठ 288

1. दुकानदार; ग्राहक के लिए
2. बिल से वस्तुओं के सही मूल्यों की तथा उन की गणना कर उचित दाम चुकाने में सहायता मिलती है।

## एकक बीस

[illegible] पृष्ठ 293

1. (क) हैदराबाद-विजयवाड़ा-गुंटुर
   (ख) 351 कि.मी.
   (ग) 3 ट्रेन
   (घ) 1 300 घंटे ; 25 मिनट यह 'डा' ट्रेन है
2. (क) इलाहाबाद सिटी-बनारस–सोनपुर–कटिहार–जोगबानी
   (ख) 132 कि.मी.
   (ग) 4 ट्रेन ; 77 ट्रेन फास्ट पैस
   (घ) 1915 घंटे यह 'डा' ट्रेन है

आइए करें पृष्ठ 297

1. पंजाब रोडवेज बस सेवा
2. 4 बसें
3. 0 710 बजे
4. 307 कि.मी.
5. (क) 40.00 रु. (ख) 48.00 रु.
   (ग) 56.50 रु.

[illegible] पृष्ठ 298

1. (क) मुम्बई वी.टी.– पुने-कोल्हापुर–वास्को-डा-गामा–बंगलोर
   (ख) 8 ट्रेनें (ग) 280 कि.मी.
   (घ) हाँ (ङ) 305 डीकन एक्स.
2. (क) 5 बसें (ख) 230 कि.मी.
   (ग) लखनऊ (घ) नहीं

## अधिगम प्रतिफल

इस पुस्तक की रचना उन अधिगम प्रतिफलों को ध्यान में रख कर की गई है जिनकी प्राप्ति कक्षा V के गणित के पाठ्यक्रम के संदर्भ में सभी विद्यार्थियों द्वारा अपेक्षित है। पुस्तक में प्रत्येक एकक का अध्ययन करते समय जिन अधिगम प्रतिफलों की प्राप्ति विद्यार्थियों द्वारा की जानी है वह नीचे दिये गए हैं। यह सुनिश्चित करना आवश्यक है कि किसी विशेष एकक के पूरा होने पर, प्रत्येक बालक में वे व्यवहार प्रकट हों जिनका संबंध उस एकक के लिए उल्लिखित अधिगम प्रतिफलों से है।

एकक एक

## संक्रियाएं (बड़ी संख्याओं के साथ)

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी:

99 99 99 999 तक के संख्यांकों और उनके अनुरूप संख्या नामों को पढ़ेगा और लिखेगा।

- 99 99 99 999 तक के संख्यांकों को पढ़ेगा और लिखेगा।
- 99 99 99 999 तक के दिए गए संख्यांकों के संख्यानाम लिखेगा।
- नौ सौ निन्यानबे मिलियन नौ सौ निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे या निन्यानबे करोड़ निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे तक के संख्यानामों के अनुरूप संख्यांक लिखेगा।

किसी **8-अंकीय** और **9-अंकीय** संख्यांक में किसी अंक का स्थानीय मान ज्ञात करेगा।

- स्थानीय मान सारणी ज्ञात करेगा और उसमें दिए गए संख्यांक के अंकों को लिखेगा।
- 8 या 9 अंकों के संख्यांक में किसी अंक का स्थानीय मान दर्शाएगा।

संख्याओं के जोड़ और घटाव के ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा, जिनमें योगफल निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।

- अंकों को कालमों में लिखकर ऐसी दो, तीन या चार संख्याओं का योगफल ज्ञात करेगा, जिनका योगफल निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।
- संख्याओं के जोड़ के ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।
- ऐसी दो संख्याओं का अन्तर ज्ञात करेगा जिनमें व्यवकल्य निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।
- संख्याओं के घटाव के ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।

संख्याओं के गुणा और भाग के ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा, जिनमें गुणनफल निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो और भाजक नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।

- ऐसी दो संख्याओं का गुणा करेगा जिनका गुणनफल निन्यानबे लाख निन्यानबे हजार नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।
- ऐसी अवस्था में भागफल और शेष ज्ञात करेगा जब किसी संख्या को किसी ऐसी दूसरी संख्या से भाग करते हैं जो नौ सौ निन्यानबे से अधिक न हो।

संख्याओं के गुणा और भाग के ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितियों से है।

एकक दो

## भिन्नात्मक संख्याओं का गुणन (गुणा) और भाग

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

दो या तीन भिन्नात्मक/पूर्ण संख्याओं के गुणा के **1-चरणीय प्रश्न** हल करेगा।

- एक भिन्नात्मक संख्या को एक पूर्ण संख्या से गुणा करेगा।
- एक भिन्नात्मक संख्या को दूसरी भिन्नात्मक संख्या से गुणा करेगा।
- एक पूर्ण संख्या को एक भिन्नात्मक संख्या से गुणा करेगा।

– भिन्नात्मक संख्याओं के गुणा के गुणधर्म बताएगा।
– भिन्नात्मक/पूर्ण संख्याओं के गुणा के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।

एक भिन्नात्मक/पूर्ण संख्या को दूसरी शून्यतर भिन्नात्मक/पूर्ण संख्या से भाग के **1-चरणीय प्रश्न हल करेगा।**

– एक भिन्नात्मक/पूर्ण/मिश्र संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम करेगा।
– एक भिन्नात्मक संख्या को एक पुर्ण संख्या से भाग करेगा।
– एक पूर्ण संख्या को एक भिन्नात्मक संख्या से भाग करेगा।
– एक भिन्नात्मक संख्या को दूसरी भिन्नात्मक संख्या से भाग करेगा।
– भिन्नात्मक संख्याओं के भाग के गुणधर्म बताएगा।
– भिन्नात्मक संख्याओं के भाग के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।

**एकक तीन**

## दशमलव

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

– दशमलव का विस्तारित रूप में और विलोमतः अभिव्यक्त करेगा।

– दिए गए दशमलव को भिन्न में बदलेगा।

– समान और असमान दशमलवों की पहचान करेगा।

– असमान दशमलव के एक युग्म को समान दशमलव के युग्म में बदलेगा।

– दिए गए दशमलवों को क्रमानुसार रखेगा।

– दो दशमलवों की तुलना करेगा और बड़े या छोटे दशमलव की पहचान करेगा।
– दिए गए दशमलवों को आरोही और अवरोही क्रम में रखेगा।

**एकक चार**

## दशमलवों का संकलन (जोड़) और व्यवकलन (घटाव)

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

दशमलवों के जोड़ के 1 या 2 चरणीय प्रश्नों को हल करेगा।

– दो या दो से अधिक दशमलवों को जोड़ेगा।
– दशमलवों के जोड़ के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।
– एक दशमलव को दूसरे बड़े दशमलव में से घटाने के 1 या 2 चरणीय प्रश्नों को हल करेगा।
– किसी दशमलव को किसी दूसरे बड़े दशमलव में से घटाएगा।
– एक दशमलव को दूसरे बड़े दशमलव में से घटाने के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आनेवाली परिस्थितिओं से है।

**एकक पांच**

## दशमलवों का गुणन (गुणा) और भाग

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

दो या दो से अधिक दशमलवों/पूर्ण संख्याओं के गुणा के **1-चरणीय** प्रश्न हल करेगा।

– एक दशमलव को एक पूर्ण संख्या से गुणा करेगा।
– एक दशमलव को 10, 100, 1000 आदि से गुणा करेगा।
– एक दशमलव को दूसरे दशमलव से गुणा करेगा।

– दशमलव के गुणा के गुणधर्मों को याद करेगा।
– दशमलवों के गुणा के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से हैं।

एक दशमलव/पूर्ण संख्या को एक पूर्ण संख्या/दशमलव से भाग करने के **1-चरणीय** प्रश्न हल करेगा।
– **एक दशमलव को पूर्ण संख्या से भाग करेगा।**
– एक दशमलव को 10, 100, 1000 आदि से भाग करेगा।
– एक दशमलव को एक दशमलव से भाग करेगा।
– एक पूर्ण संख्या को एक दशमलव से भाग करेगा।
– एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से इस प्रकार का भाग करेगा जिसमें भागफल दशमलव है।
– दशमलव/पूर्ण संख्या को किसी शून्येतर पूर्ण संख्या/दशमलव से भाग करने के ऐसे प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन में सामने आने वाली परिस्थितिओं से है।

एक भिन्न को दशमलव में अभिव्यक्त करेगा।

## एकक छः
## संख्यात्मक व्यंजकों का सरलीकरण

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी

पूर्ण संख्याओं, भिन्नात्मक संख्याओं, मिश्र संख्याओं, दशमलवों और एक से अधिक संक्रियाओं के संख्यात्मक व्यंजकों का सरलीकरण करेगा।
– पूर्ण संख्याओं और एक से अधिक संक्रियाओं के संख्यात्मक व्यंजकों को सरल करेगा।
– भिन्नात्मक संख्याओं या मिश्र संख्याओं और एक से अधिक संक्रियाओं के संख्यात्मक व्यंजक को सरल करेगा।
– दशमलवों और एक से अधिक संक्रियाओं के संख्यात्मक व्यंजक को सरल करेगा।
– पूर्ण संख्याओं, भिन्नात्मक संख्याओं, दशमलवों आदि और एक से अधिक संक्रियाओं के संख्यात्मक व्यंजक को सरल करेगा।

## एकक सात
## संख्याओं का निकटीकरण

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी

किसी संख्या का निकटतम दहाई, सैंकड़ा और हजार में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम दहाई में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम सैंकड़े में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम हजार में निकटन करेगा।

किसी बड़ी संख्या का निकटतम दस हजार, लाख, दस लाख, करोड़ आदि में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम दस हजार में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम लाख में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम दस लाख में निकटन करेगा।
– किसी संख्या का निकटतम करोड़ में निकटन करेगा।

किसी दशमलव का निकटतम पूर्ण संख्या, दसवें, सौवें, हजारवें आदि में निकटन करेगा।
– किसी दशमलव का निकटतम पूर्ण संख्या में निकटन करेगा।
– किसी दशमलव का निकटतम दसवें में निकटन करेगा।
– किसी दशमलव का निकटतम सौवें में निकटन करेगा।

– किसी दशमलव का निकटतम हजारवें में निकटन करेगा।

एकक आठ

**वृत्त**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

वृत्त से संबंधित विभिन्न पदों और सम्बंधों की व्याख्या करेगा।

– दी गई समतल आकृतियों में से वृत्तों की पहचान करेगा।
– वृत्त खींचने में प्रयोग में आने वाले ज्यामितीय उपकरणों की पहचान करेगा।
– किसी वृत्त के केन्द्र, त्रिज्या, जीवा, परिधि, चाप और अर्धवृत्त को बताएगा।
– एक वृत्त की त्रिज्या और व्यास के संबंध को बताएगा।

वृत्तों की सहायता से पैटर्न और अभिकल्प (डिज़ाइन) बनाएगा।

एकक नौ

**कोण**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

रेखा, किरण और रेखाखण्ड में अन्तर करेगा।

दो दिए गए कोणों की तुलना करेगा और उनमें कौन सा छोटा/बड़ा है यह ज्ञात करेगा।

– कोण खींचेगा।
– किसी कोण के शीर्ष और भुजाओं की पहचान करेगा।
– कोण का नामांकन करेगा।
– दिए गए कोणों की तुलना करेगा और माप करके या बिना माप किए यह ज्ञात करेगा कि किसका माप कम/अधिक है।

चांदे की सहायता से किसी कोण को मापेगा।

– दक्षिणावर्त दिशा में, चांदे की बाह्य मापनी की सहायता से, किसी कोण को मापेगा।
– वामावर्त दिशा में, चांदे की आंतरिक मापनी की सहायता से, किसी कोण को मापेगा।

विभिन्न मापों के विभिन्न प्रकार के कोणों में प्रभेद करेगा।

– समकोण, अधिक कोण और न्यून कोण की पहचान करेगा।
– समकोण, अधिक कोण और न्यून कोण की विशेषताएं बताएगा।
– दिए गए कोणों को चांदे की सहायता से मापेगा और उनका समकोण, न्यून कोण और अधिक कोण में वर्गीकरण करेगा।

किसी दिए गए माप का कोण चांदे की सहायता से खींचेगा।

– एक किरण को क्षैतिज दिशा (दक्षिणावर्त और वामावर्त दोनों दिशाओं) में लेते हुए, $30^0$, $45^0$, $60^0$, $90^0$, $120^0$, $10^0$ और $180^0$, माप के कोण खींचेगा।
– एक किरण को अनुलम्ब दिशा में लेते हुए विभिन्न मापों के कोण खींचेगा। (दक्षिणवर्त और वामावर्त दोनों दिशाओं में)

एकक दस

**त्रिभुज**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

संरेख और असंरेख बिन्दुओं की पहचान करेगा।

विभिन्न पकार के त्रिभुजों में प्रभेद करेगा।

– किसी त्रिभुज के शीर्षों, भुजाओं और कोणों की पहचान करेगा।
– भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण करेगा।
– कोणों के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण करेगा।

त्रिभुज के गुणधर्म बताएगा।

एकक ग्यारह

**क्षेत्रफल**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

सम आकृतियां—आयात और वर्ग-के क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।

- किसी आकृति के आंतरिक और बाहय क्षेत्र में प्रभेद करेगा।
- 'क्षेत्र' पद की व्याख्या करेगा।
- 'क्षेत्रफल' का अर्थ बताएगा।
- क्षेत्रफल का मात्रक और क्षेत्रफल का मानक मात्रक भी बताएगा।
- वर्गों की गिनती द्वारा किसी आकृति/क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।
- उस आयत का जिसकी लम्बाई और चौड़ाई दी गई है क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।
- उस वर्ग का जिसकी भुजा दी गई है क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।
- क्षेत्रफल की संकल्पना पर आधारित ऐसे सरल प्रश्न हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन की परिस्थितियों से है।

उस आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करेगा जो आयतों और वर्गों से बनी है।

एकक बारह

**आयतन**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

घनाकार या घनाभाकार आकृति के ठोस का क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।

- 'आयतन' का अर्थ बताएगा।
- आयतन का मात्रक और आयतन के मानक मात्रक बताएगा।
- घनों की गिनती द्वारा किसी घन या घनाभ का आयतन ज्ञात करेगा।
- उस घनाभ का जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई/गहराई दी गई हैं आयतन ज्ञात करेगा।
- उस घन का जिसका किनारा दिया गया है क्षेत्रफल ज्ञात करेगा।
- आयतन की संकल्पना पर आधारित उन सरल प्रश्नों को हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन की **परिस्थितिओं** से है।

एकक तेरह

**औसत**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

दिये गए आंकड़ों से, औसत ऊंचाई, प्राप्तांक, वर्षा, उपस्थिति आदि ज्ञात करेगा।

- 'औसत' का अर्थ बताएगा।
- औसत ऊंचाई, प्राप्तांक, वर्षा, उपस्थिति, आदि ज्ञात करेगा।

एकक चौदह

**गति, दूरी और समय**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

गति, दूरी और समय के सरल प्रश्न हल करेगा।

- 'गति' का अर्थ बताएगा।
- दूरी और समय ज्ञात होने पर गति ज्ञात करेगा।
- 'औसत गति' का अर्थ बताएगा।
- औसत गति ज्ञात करेगा।
- विभिन्न मात्रकों – कि. मी./घंटा, मी./मिनट और **मि./सै**कंड में गति को अभिव्यक्त करेगा।
- समय और गति ज्ञात होने पर दूरी ज्ञात करेगा।
- दूरी और गति ज्ञात होने पर समय ज्ञात करेगा।

एकक पन्द्रह

**लाभ और हा**

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

किसी लेन-देन में लाभ/हानि ज्ञात करेगा।

- 'क्रय मूल्य', 'विक्रय मूल्य', 'लाभ' और 'हानि' पदों की व्याख्या करेगा।
- किसी लेन-देन में लाभ/हानि ज्ञात करेगा।

किसी लेने-देन में अन्य बातें ज्ञात होने पर क्रय मूल्य या विक्रय मूल्य ज्ञात करेगा।

एकक सोलह

## प्रतिशतता

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

**प्रतिशतता** के अनुप्रयोगों के सरल प्रश्नों को हल करेगा।

- 'प्रतिशतता' की संकल्पना की व्याख्या करेगा।
- 'प्रतिशत' को दर्शाने में प्रयोग होने वाले प्रतीक की पहचान करेगा।
- भिन्न को प्रतिशतता में बदलेगा।
- दशमलव को प्रतिशतता में बदलेगा।
- प्रतिशतता को लघुतम भिन्न और दशमलव में बदलेगा।
- दी गई संख्या या माप की कोई अपेक्षित प्रतिशतता ज्ञात करेगा।
- प्रतिशतता के अनुप्रयोगों के उन सरल प्रश्नों को हल करेगा जिनका संबंध दैनिक जीवन की **परिस्थितिओं** से है।

एकक सत्रह

## साधारण ब्याज

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी

ऋण में ली गई या जमा राशि पर साधारण ब्याज की संगणना के सरल प्रश्न हल करेगा।

- उन परिस्थितियों की पहचान करेगा जिनमें

  साधारण ब्याज देना होता है।
- 'साधारण ब्याज', 'मिश्रधन' और 'मूलधन' पदों की व्याख्या करेगा।
- 'ब्याज की दर' पद की व्याख्या करेगा।
- साधारण ब्याज को निर्धारित करने वाले घटकों की पहचान करेगा।
- मूलधन, अवधि और ब्याज की दर ज्ञात होने पर साधारण ब्याज ज्ञात करेगा।
- मूलधन और ब्याज की दर ज्ञात होने पर वह कुल राशि ज्ञात करेगा जो एक निश्चित अवधि के बाद देनी होती है।

## तापमान

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

थर्मामीटर (तापमापी) पढ़ेगा।

- थर्मामीटर का प्रयोग बताएगा।
- तापमान मापने के मात्रक बताएगा।
- एक मापक्रम (स्केल) को दूसरे मापक्रम में बदलेगा।
- ज्वरमापी (क्लिनिकल) थर्मामीटर को सॅलिसयस और फारेनहाइट दोनों में पढ़ेगा।

एकक उन्नीस

## बीजक (बिल)

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

बीजक को पढ़ेगा, उसकी जांच करेगा और उसे तैयार करेगा।

- विभिन्न प्रकार के बीजकों को पढ़ेगा और उनकी जांच करेगा।
- विभिन्न वस्तुओं का परिमाण और दरें ज्ञात होने पर कुछ वस्तुओं की बिक्री का बीजक तैयार करेगा।

एकक बीस

## रेलवे और बस समय-सारणियां

इस एकक के अध्ययन के बाद, शिक्षार्थी :

रेलवे और बस समय-सारणियां पढ़ेगा।

- यह ज्ञात करने के लिए कि (i) किसी ट्रेन के आगमन और प्रस्थान के समय क्या हैं और (ii) दो स्टेशनों के बीच किसी ट्रेन की यात्रा की अवधि कितनी है, रेलवे समय-सारणी पढ़ेगा।
- यह ज्ञात करने के लिए कि (i) किसी बस का आगमन और प्रस्थान का समय क्या है तथा (ii) दो नगरों/ग्रामों के बीच किसी बस की यात्रा की अवधि कितनी है, बस समय-सारणी पढ़ेगा।